Grundlagen der Algorithmischen Geometrie SS 2013
Übungsblatt 5
Universität Bonn, Institut für Informatik I

Für jede Aufgabe werden bis zu vier Punkte vergeben.

Aufgabe 1:

Betrachten Sie die Kurve (eigentlich die Spur der Kurve) $C = \{(t, t^2, t^3) \in \mathbb{R}^3 | t \in \mathbb{R}\}$ im Raum.

Zeigen Sie: Für jede endliche nichtleere Menge $V \subset C$ und jedes $v \in V$ gilt: $ch(V) \neq ch(V \setminus \{v\})$, wobei ch die konvexe Hülle bezeichnet.

Aufgabe 2:

Wir nennen zwei Triangulationen eines einfachen Polygons *unterschiedlich*, wenn sie nicht genau die gleiche Kantenmenge haben. In diesem Sinne können also auch graphentheoretisch isomorphe Triangulationen unterschiedlich sein. Zu jedem Polgon P bezeichne $t(P)$ die Anzahl der unterschiedlichen Triangulationen von P.

- **a)** Zeigen Sie, dass es zu jeder natürlichen Zahl $n > 3$ ein einfaches Polygon P mit n Eckpunkten gibt, so dass $t(P) = 1$ gilt.
- **b)** Beweisen Sie, dass jedes streng konvexe, einfache Polygon P mit n Ecken die Zahl $t(P)$ unter allen einfachen Polygonen mit n Ecken maximiert.
- **c)** Bezeichne $t(n)$ die Zahl unterschiedlicher Triangulationen eines streng konvexen, einfachen Polygons mit n Ecken. Für $n = 2$ definieren wir $t(n) = 1$. Beweisen Sie die Rekursionsformel $t(n) = \sum_{i=2}^{n-1} t(i)t(n+1-i)$.

Aufgabe 3:

Betrachte einen Brunnen bestehend aus N aufeinander gestapelten Ringen. Ein Ring ist ein Zylinder der Höhe 1 auf einer Grundfläche mit Radius 2 mit einem kreisförmigem durchgehenden Loch durch die flachen Seiten hindurch, der Radius r dieses Lochs variiert von Ring zu Ring wobei $0 < r < 2$. Der Brunnen sei gegeben als Array A der Radien r von der Öffnung zum Grund. Werfe nun $M \leq N$ Scheiben mit Höhe 1 und Radius r' mit $0 < r' < 2$ gegeben als Array B der Radien r' in der gegebenen Array-Reihenfolge in den Brunnen:

- Eine Scheibe fällt durch einen Ring wenn $r' \leq r$
- Eine Scheibe kann:
  - bis zum Boden des Brunnens fallen
  - vor einem Ring stecken bleiben
  - vor einem anderen stecken gebliebenen Scheibe stecken bleiben

Gebe einen O(n)-Sweep-Algorithmus an der ermittelt wie viele Scheiben in den Brunnen passen.