Institut für Informatik
Prof. Dr. Heiko Röglin
Clemens Rösner

Algorithmen und Berechnungskomplexität II
Sommersemester 2014
Abgabe: 23.04.2014, 12:30 Uhr

Übungsblatt 2

Aufgabe 2.1

6 Punkte

Wir betrachten die Turingmaschine $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \square, q_0, \bar{q}, \delta)$ mit $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, \bar{q}\}$, $\Sigma = \{0, 1, 2\}$, $\Gamma = \Sigma \cup \{\square, \#\}$ und der Zustandsübergangsfunktion δ, gegeben durch folgende Tabelle:

	0	1	2	#	$\square$
q_0	$(q_1, \square, R)$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(q_4, \#, R)$	$(\bar{q}, 1, N)$
q_1	$(q_1, 0, R)$	$(q_2, \#, R)$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(q_1, \#, R)$	$(\bar{q}, 0, N)$
q_2	$(\bar{q}, 0, N)$	$(q_2, 1, R)$	$(q_3, \#, L)$	$(q_2, \#, R)$	$(\bar{q}, 0, N)$
q_3	$(q_3, 0, L)$	$(q_3, 1, L)$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(q_3, \#, L)$	$(q_0, \square, R)$
q_4	$(\bar{q}, 0, N)$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(q_4, \#, R)$	$(\bar{q}, 1, N)$

Terminiert M bei Eingabe $w \in \Sigma^*$ mit Bandinhalt 1 an der Position des Lese-/Schreibkopfes, so wird die Eingabe w akzeptiert, ansonsten wird die Eingabe w verworfen. Beschreiben Sie die Sprache, die durch M entschieden wird.

Aufgabe 2.2

2+2 Punkte

Beschreiben Sie die Rechenzeit $t_M(w)$ und den Platzbedarf $s_M(w)$ der Turingmaschine M aus Aufgabe 1 möglichst genau. Geben sie sowohl untere als auch obere Schranken an. Unterscheiden sie dabei folgende Fälle.

(a) $w \in \Sigma^*$ mit $|w| = n$ wird von M akzeptiert.

(b) $w \in \Sigma^*$ mit $|w| = n$ wird von M verworfen.

Aufgabe 2.3

8 Punkte

Es soll eine Turingmaschine über dem Eingabealphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ konstruiert werden, die die Sprache $L = \{ww : w \in \Sigma^*\}$ entscheidet. Dabei sei $ww = \varepsilon$ für $w = \varepsilon$. Beschreiben Sie zunächst das Bandalphabet Γ, die benötigten Zustände und die Vorgehensweise in den einzelnen Zuständen. Geben Sie dann die Zustandsübergangsfunktion in Form einer Tabelle an.

Hinweis: Versuchen Sie zuerst die Bandposition zu erreichen, ab der sich für eine gegebene Eingabe $x \in \Sigma^*$ die erste Hälfte wiederholen müsste. Die Eingabe kann bei Bedarf überschrieben werden.

Präsenzaufgabe

Sei $\mathcal{M}$ die Menge aller DFAs über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$. Analog zur Gödelnummerierung von Turingmaschinen betrachten wir eine präfixfreie injektive Abbildung $c \colon \mathcal{M} \to \Sigma^+$. Gibt es für eine geeignete Nummerierung c einen universellen DFA, also einen DFA, der eine Eingabe $c(M)w$ für $M \in \mathcal{M}$ und $w \in \Sigma^*$ genau dann akzeptiert, wenn der DFA M die Eingabe w akzeptiert?