Zusammenfassung Sweep

Elmar Langetepe
University of Bonn

Ziele der Vorlesung

- Fachlich: Erlernen und Einüben grundlegender und typischer Techniken der algorithmischen Geometrie und ihre Anwendung auf praxisrelevante Probleme

- Integrative Schlüsselkompetenzen: Präsentation eigener Lösungsansätze und zielorientierte Diskussion im Rahmen der Übungen

Kapitel 2 Sweep Technik

- Ausfegen der Ebene mit Sweepline
- Komplexitätsreduktion: 2-Dim nach 1-Dim
- Sortieren und gem. Sort. fegen
- SSS (Sweep-Status-Struktur): Invariante in der Nähe der Sweepline
- ES (Ereignisstruktur): Haltepunkte der Sweepline
- Ereignisverarbeitung: Aktualisierung SSS
- Laufzeitanalyse: (# Ereignisse) x Kosten(Verab)
- Korrektheit Ergebnis: Invariante erfüllt
- Einfache Beispiele, komplexere Beispiele

Laufzeit: Closest Pair 1-dim

Korollar 2.1 Die Berechnung des Closest Pairs von n reellen Zahlen hat Zeitkomplexitäzt $O(n \log n)$.

Modell

- Real RAM Modell
- Reelle Zahlen
- Standard Arithmetik: $+, -, *, /$; (Erweiterte Arithmetik)
- Exakte Vergleiche: $<, \leq, =, \neq, \geq, >$
- 1 Speicherplatz je Zahl
- Kosten einer Berechnung: konstant
- Analyse der Laufzeit: O/Ω-Notation

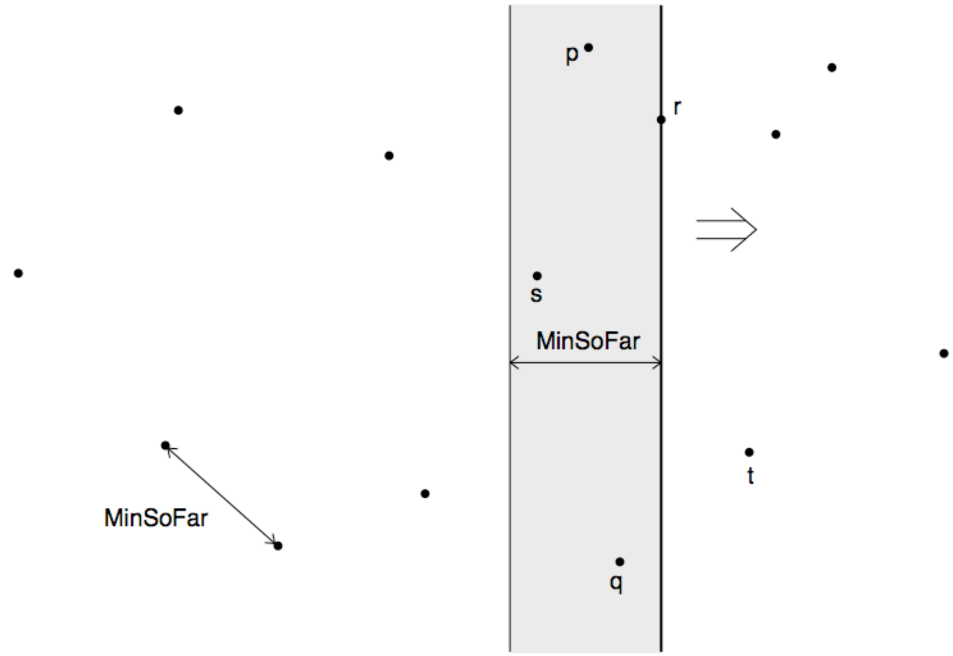
Maximum Subvektor, MaxSoFar, MaxEndingHere

-1	2	-3	5	-2	-1	6	-2	0	-1	-9	3	-1	3	$?$

Theorem 2.2 Die Berechnung des Maximum Subvektors n konsekutiver reeller Zahlen hat Zeitkomplexitäzt $\Theta(n)$.

Erweiterung der SSS manchmal notwendig!

Closest Pair 2-dim: SSS!



- n Ereignisse, SSS: AVL Baum nach Y Koordinate
- Einfügen/Entfernen $O(\log n)$ Aufwand
- Rechteck-Anfrage für Streifen $O(\log n + k)$, Größe k?

Laufzeit $\boldsymbol{MinDist}(\boldsymbol{SSS}, P[\boldsymbol{rechts}], \boldsymbol{MinSoFar})$

Lemma 2.3: Sei $M > 0$ und P eine Menge von Punkten im $\mathbb{R}^2$ von denen je zwei den Abstand $\geq M$ haben. Ein Rechteck mit Kantenlängen M und $2M$ enthält höchstens 10 Punkte.
(Also $k \leq 10$! Gleich!)

Theorem 2.4: Der minimale Abstand aller Paare einer n-elementigen Punktmenge in der Ebene läßt sich in Zeit $O(n \log n)$ bestimmen.

Korollar 2.5: Das dichteste Punktepaar aller Paare einer n-elementigen Punktmenge in der Ebene lässt sich in Zeit $O(n \log n)$ bestimmen.

Buchkapitel, Seiten

Kapitel 2, 2.1, 2.2, 2.3 bis einschließlich 2.2.2

Seite 51 – 64 oben