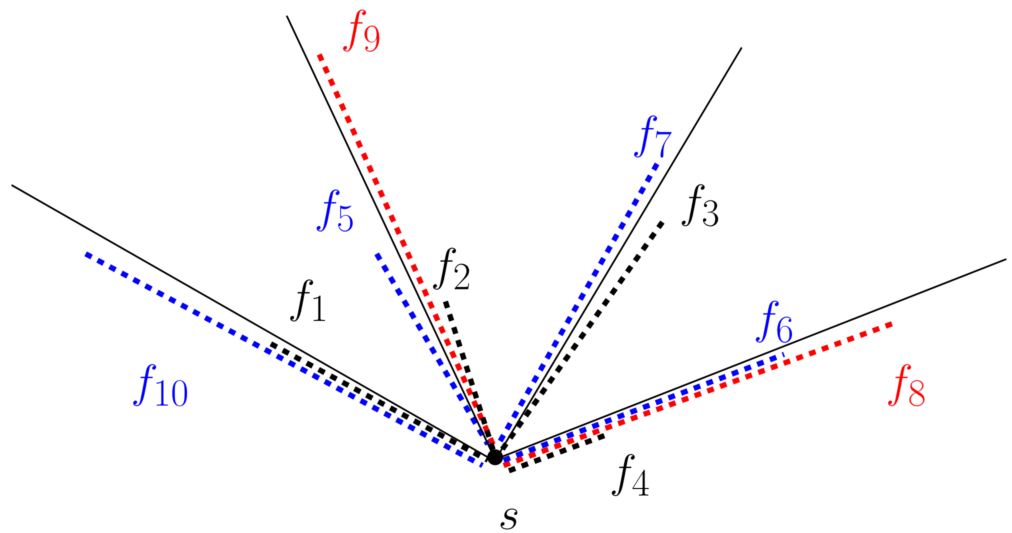
Zusammenfassung kompetitive Suche

Elmar Langetepe
University of Bonn

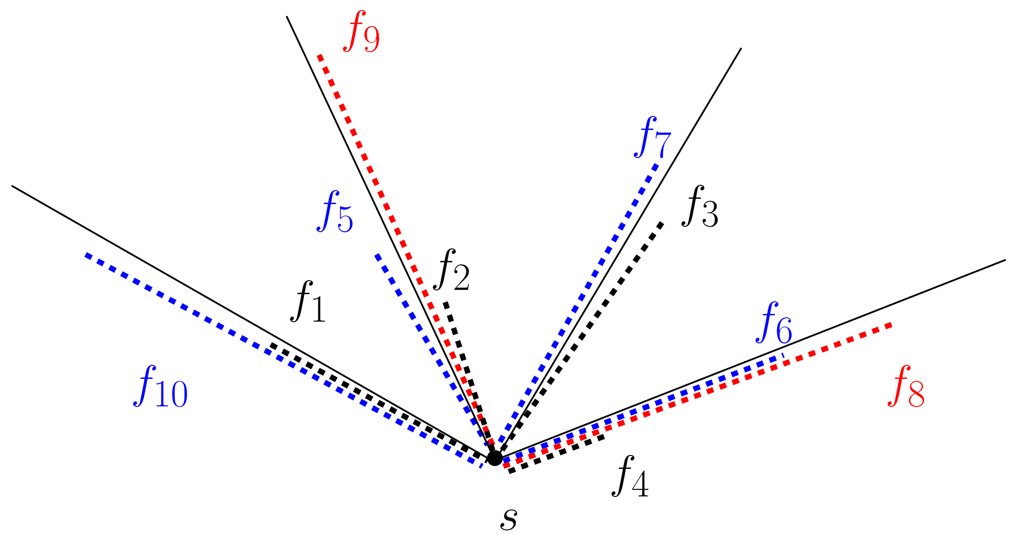
m-Wege Suche

- **Lemma** Es gibt stets eine optimale m-Wege Strategie $(f_1, f_2, \ldots)$, die die Strahlen in fester Reihenfolge und mit wachsender Tiefe besucht!
- periodisch und monoton, also: (f_j, J_j), $J_j = j + m$, $f_j \geq f_{j-1}$
- Strategie ändern! Bedingungen erfüllen! Beispiel: $f_1 > f_2$



Beweis Monotonie!

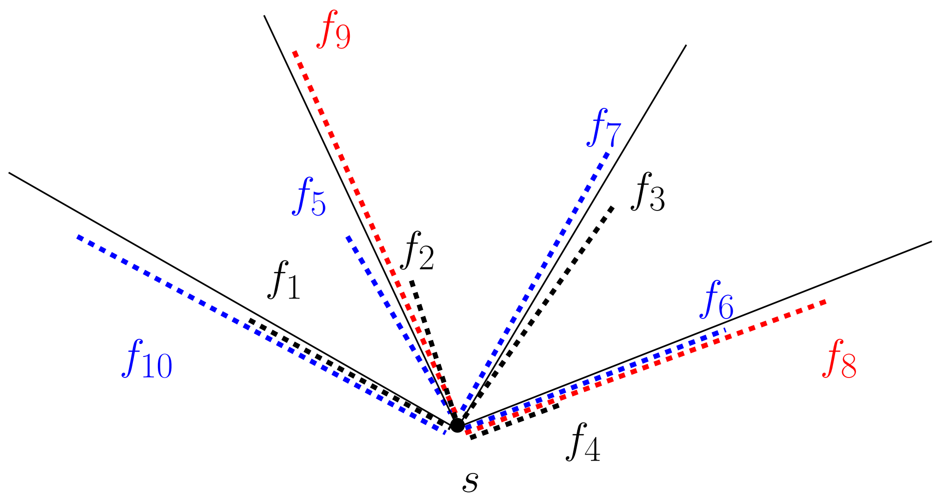
- Erster Index j $f_j > f_{j+1}$, vertausche: $f'_j = f_{j+1}$, $f'_{j+1} := f_j$
- Weitere Besuche: $(J_k = J'_k)$: Drei Bedingungen testen!
- Beispiel: $f_1 > f_2$, $f'_1 := f_2$, $f'_2 = f_1$!



Beweis Monotonie!

$f_j > f_{j+1}$, $f'_j = f_{j+1}$, $f'_{j+1} := f_j$, $(J_k = J'_k)$: Bedingungen:

1. $\frac{\sum_{i=1}^{J'_k-1} f'_i}{f'_k} \leq C$: $k \neq j, j+1$, erfüllt! Vorher erfüllt!
2. $\frac{\sum_{i=1}^{J'_k-1} f'_i}{f'_k} \leq C$: $k = j+1$, erfüllt! $f'_{j+1} > f_{j+1}$, $J'_{j+1} = J_{j+1}$
3. $\frac{\sum_{i=1}^{J'_k-1} f'_i}{f'_k} \leq C$: $k = j$, nur erfüllt falls $J'_j < J'_{j+1}$

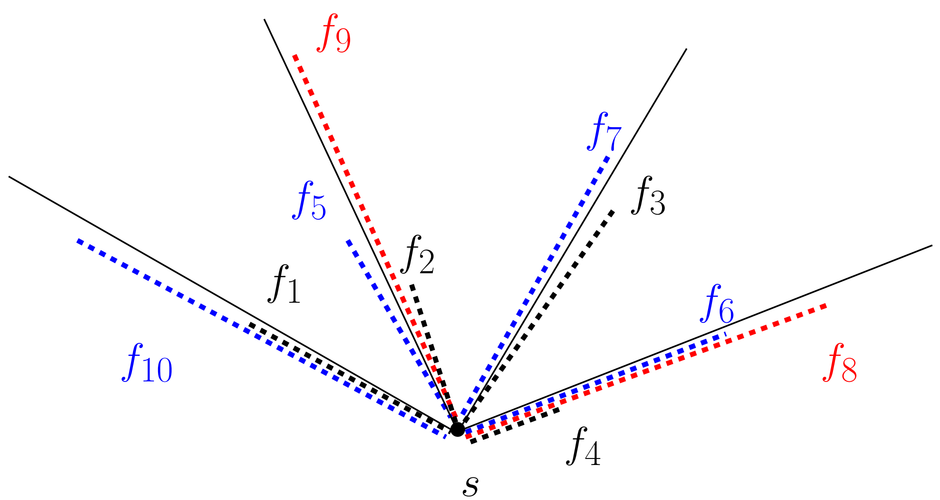


Beweis Monotonie!

Beispiel: $J'_{j+1} < J_j$, $f_1 > f_2$, $J'_2 = 5 < 10 = J'_1$

$\frac{\sum_{i=1}^{J'_k - 1} f'_i}{f'_k} \leq C$? $k = 1$, $J'_2 < J'_1$

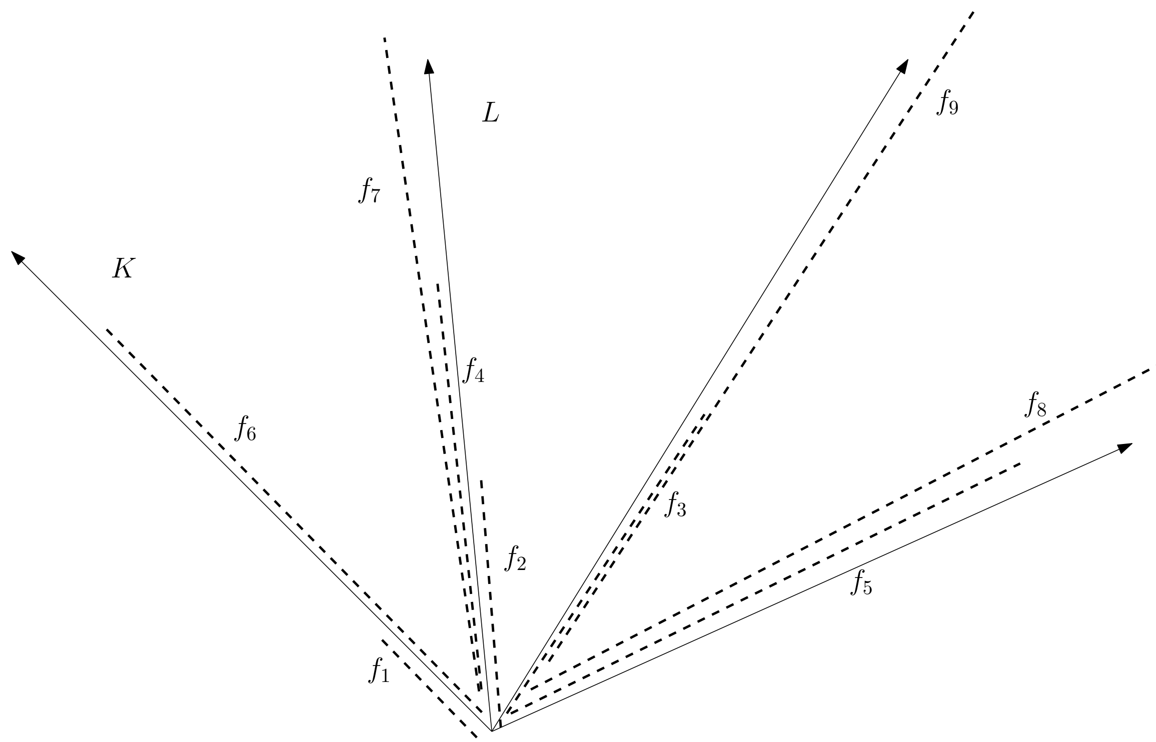
Abhilfe: Vertausche alle Besuche der beteiligten Strahlen ab Index j.



$\frac{\sum_{i=1}^{J'_k - 1} f'_i}{f'_k} \leq C$: erfüllt für alle k!

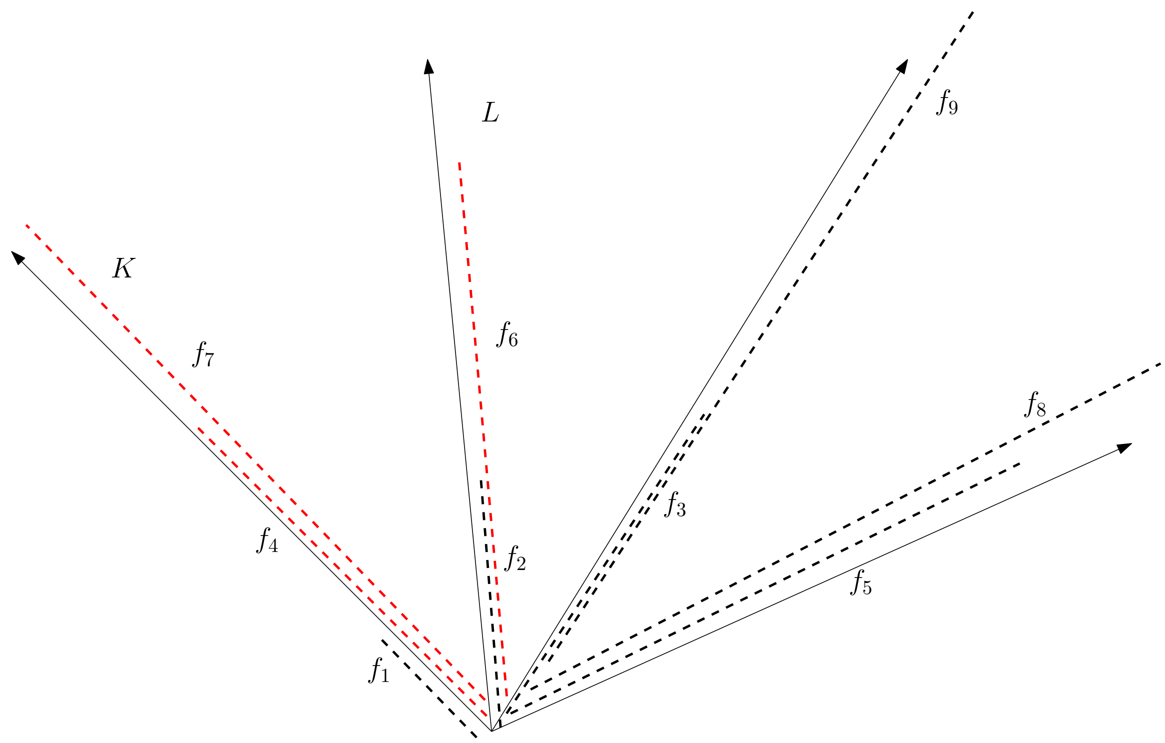
Monotonie erfüllt: Periodisch!

- Erster Index j mit $J_j > J_{j+1}$ auf Strahl K und L
- Vertauche alle Besuche von K und L ab Index $j+1$!
- Beispiel:$J_1 = 6 > 4 = J_2$, jetzt f_4, f_7 auf K, f_4 auf L



Monotonie erfüllt: Periodisch!

- Erster Index j mit $J_j > J_{j+1}$ auf Strahl K und L
- Vertauche alle Besuche von K und L ab Index $j+1$!
- Beispiel:$J_1 = 6 > 4 = J_2$, jetzt f_4, f_7 auf K, f_4 auf L



Beweis Periodisch!

$J_j > J_{j+1}$ auf Strahl K und L

Vertauche Besuche K und L ab $j+1$. Bedingungen:

1. $\frac{\sum_{i=1}^{J'_k-1} f'_i}{f'_k} \leq C$: $k \neq j, j+1$, erfüllt! Vorher erfüllt!
2. $\frac{\sum_{i=1}^{J'_k-1} f'_i}{f'_k} \leq C$: $k = j$, erfüllt! $J'_j < J_j$
3. $\frac{\sum_{i=1}^{J'_k-1} f'_i}{f'_k} \leq C$: $k = j+1$, erfüllt da $f_{j+1} \geq f_j$

Randomisierung

Gegenspielermodelle:

1. Kennt gewürfelte Strategie und Reihenfolge: Kein Unterschied!
2. Kennt Strategie, kennt Reihenfolge nicht! Gewürfelt!
   Analyse Doublingstrategie: Gegenspieler wählt Strahl und $x \in [2^k + \epsilon, 2^{k+1}]$! Erwartungswert des Komp. Faktors: 7!
3. Gegenspieler kennt Strategie UND Reihenfolge nicht!
   Gegenspieler wählt Strahl und Distanz!

Beweis zu 2: Gegenspielerwahl $x = 2^k + y$, $y \in \left[0, 2^k\right]$ und Seite!

$\frac{2^k+y+2\sum_{i=1}^{k} 2^i}{2^k+y} \leq 5$ und $\frac{2^k+y+2\sum_{i=1}^{k+1} 2^i}{2^k+y} \leq 9$: $y = \epsilon$ und $\frac{1}{2}(5+9) = 7$

Randomisierung: m-Wege

2. Kennt Strategie, kennt Reihenfolge der Besuche nicht! Gewürfelt!

Analyse Doublingstrategie: Gegenspieler wählt Strahl und

$x = \left(\frac{m}{m-1}\right)^k + y$ mit $y \in \left[0, \left(\frac{m}{m-1}\right)^k\right]$

Faktor auf Strahl i: $\frac{\left(\frac{m}{m-1}\right)^k + y + 2\sum_{i=1}^{m+k-i}\left(\frac{m}{m-1}\right)^i}{\left(\frac{m}{m-1}\right)^k + y} \leq 1 + 2m\left(\frac{m}{m-1}\right)^{m-i}$

$$\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} 1 + 2m\left(\frac{m}{m-1}\right)^{m-i} = \left(1 + 2m\left(\frac{m}{m-1}\right)^{m-1}\right) - 2(m-1)$$

$$= C_m - 2(m-1)$$

Randomisierung

3. Gegenspieler kennt Strategie UND Reihenfolge nicht!
Gegenspieler wählt Strahl und Distanz!
Strategie m-Wege, (auch $m = 2$)

Wähle zufällige Permutation Π, wähle zufällig $\epsilon \in [0, 1)$
Verwende festes r, Setze: $d := r^\epsilon$
Suchtiefen: $f_i := r^{\epsilon+i}$, periodisch mit Π
$m_2 : r \approx 3.59$, $E(C) = r + 1 = 4.59\ldots$

Kao, Reif, Tate: Randomized Cow Path Problem, 1996

Themenvorschläge Bachelorarbeit/Projektgruppe

- Geometric Firefighting und *Kompetitive* Strategien
- Firefighting in diskreten Umgebungen
- Platzierung des besten Highways (experimentell)
- Optimale Besuchstour von Kreisen (experimentell)
- Geodesic Center Applet
- ...