Institut für Informatik
Prof. Dr. Heiko Röglin
Anna Großwendt

Online-Algorithmen
Sommersemester 2015

Übungsblatt 11

Aufgabe 11.1

Wir nennen einen Online-Algorithmus *skalierungsinvariant*, wenn dieser für jedes Paar $p_1, \dots, p_n$ und $sp_1, \dots, sp_n$ von Eingaben, die sich nur um ein Skalar $s > 0$ unterscheiden, denselben Schedule berechnet.

(a) Beweisen Sie, dass zu jedem k-kompetitiven Online-Algorithmus ein skalierungsinvarianter Online-Algorithmus existiert, dessen Kosten die Kosten des ursprünglichen Algorithmus nicht übersteigen.

(b) Beweisen Sie, dass ein k-kompetitiver skalierungsinvarianter Online-Algorithmus bereits **strikt** k-kompetitiv ist.

Insbesondere folgt: Existiert ein k-kompetitiver Online-Algorithmus für Scheduling, so existiert auch ein **strikt** k-kompetitiver Online-Algorithmus.

Aufgabe 11.2

Wir betrachten das allgemeine Online-Matching-Problem, in dem die Knoten eines Graphen nacheinander aufgedeckt werden. Insbesondere werden nach jedem Aufdecken eines Knotens v alle Kanten des Graphen aufgedeckt, die zu v und zu einem anderen bereits aufgedeckten Knoten inzident sind.

Geben Sie einen Greedy-Algorithmus an, der das Online-Matching-Problem auf allgemeinen ungewichteten Graphen mit n Knoten mit kompetitivem Faktor 2 in Zeit $O(n^2)$ löst.

Aufgabe 11.3

Sei Greedy im Folgenden der spezielle Greedy-Algorithmus für Online-Matching, der eine Kante zum ersten freien Nachbarn in V zum Matching hinzufügt, wobei wir davon ausgehen, dass auf den Knoten aus V eine beliebige aber feste Reihenfolge gegeben ist. Zeigen Sie, dass Greedy für das ungewichtete Online-Matching-Problem im Random-Order-Modell $e/(e-1)$ kompetitiv ist.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass Greedy dasselbe Ergebnis liefert, wenn man statt der Knoten aus U die Knoten aus V nacheinander aufdeckt.