Algorithmen und Berechnungskomplexität II SS 16

Universität Bonn, Institut für Informatik, Abteilung I

5. Aufgabenblatt zur Vorlesung **Abgabe: Mi. 01.06.** (09^{00})

- *Unter **www.i1.informatik.uni-bonn.de** werden Unterlagen und Informationen zu Vorlesung und Übung bereitgestellt.*
- *Bearbeitung und Abgabe der Übungsblätter ist in festen Gruppen von bis zu 3 Personen erlaubt.*
- *Die Abgabe muss auf dem ersten Blatt in der **ersten Zeile** deutlich die **Namen** der Studierenden und die **Nummer** der Übungsgruppe enthalten. Eine Abgabe aus mehreren Blättern ist zu heften!*
- *Die Lösungen können bis **Mittwoch 09 Uhr** in den Postkasten **(Nicht in der Vorlesung!)** im AVZ III eingeworfen werden.*

Aufgabe 20: Primitiv rekursive Hilfsfunktionen (4 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Funktion $B : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0$, welche das i-letzte Bit der Binärdarstellung von x berechnet:

$$B(i,x) := \begin{cases} 0, & i = 0 \\ (x \mod 2^i) \text{ div } 2^{i-1}, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie durch Herleitung aus primitiv rekursiven Funktionen, dass B ebenfalls primitiv rekursiv ist. Geben Sie auch Herleitungen für die Funktionen mod, div bzw. die Potenz an, falls Sie diese verwenden!

Bitte wenden!

Aufgabe 21: Turingmaschine Beispiel (4 Punkte)

Notieren Sie die Folge der Konfigurationen, welche die folgende Turingmaschine auf den Eingaben 010 und 1101 durchläuft. Welche Rechenoperation führt die Turingmaschine durch, wenn die Eingabe als binär kodierte Zahl interpretiert wird, deren Bits nach aufsteigender Wertigkeit auf dem Eingabeband stehen? Beschreiben Sie die Idee und die Zustände der Turingmaschine.

δ	0	1	$\sqcup$	$\$$
q_0	$(q_0, 0, R)$	$(q_1, 0, R)$	$(q_2, 0, N)$	(q_0)
q_1	$(q_0, 1, R)$	$(q_1, 1, R)$	$(q_2, 1, N)$	(q_1)
q_2	$(q_2, 0, L)$	$(q_2, 1, L)$	$(q_2, \sqcup, L)$	(q_3)
q_3	—	—	—	—

Aufgabe 22: Turingmaschinen: Multiplikation (4 Punkte)

Beschreiben Sie, wie auf einer deterministischen 4-Band-Turingmaschine mit Bandalphabet $\Sigma = \{\$, \#, 0, 1\}$ zwei binär kodierte Zahlen x und y multipliziert werden können. Am Anfang steht auf Band 1 die Eingabe $\$x\#y$, die anderen Bänder sind anfangs leer. Am Ende soll auf Band 4 das Resultat $x \cdot y$ in binärer Kodierung stehen.

Sie dürfen grundlegende Operationen, welche die Turingmaschine durchführen soll umschreiben, wie zum Beispiel „Erhöhe die auf Band 2 gespeicherte Zahl um 1“.

Aufgabe 23: Turingmaschinen simulieren (4 Punkte)

Eine deterministische 1-Band Turingmaschine M kann nach Definition der Vorlesung drei Arten von Kopfbewegungen ausführen: ein Bandquadrat nach links (-1), ein Bandquadrat nach rechts (+1) oder “keine Bewegung” (0). Betrachten Sie nun eine alternative Definition einer 1-Band Turingmaschine, die sich nur darin unterscheidet, dass der Kopf immer nach links oder rechts bewegt werden muss. Eine solche Turingmaschine M' führt also stets eine Kopfbewegung ± 1 aus.

Beweisen Sie, dass jede Turingmaschine M (deren Kopf stehen bleiben darf) durch eine Turingmaschine M' (deren Kopf sich stets bewegt) simuliert werden kann. Wie groß ist die Rechenzeit von M' im Vergleich zu M höchstens?