

Grundlagen der Algorithmischen Geometrie SS 2017
Übungszettel 2
Universität Bonn, Institut für Informatik I

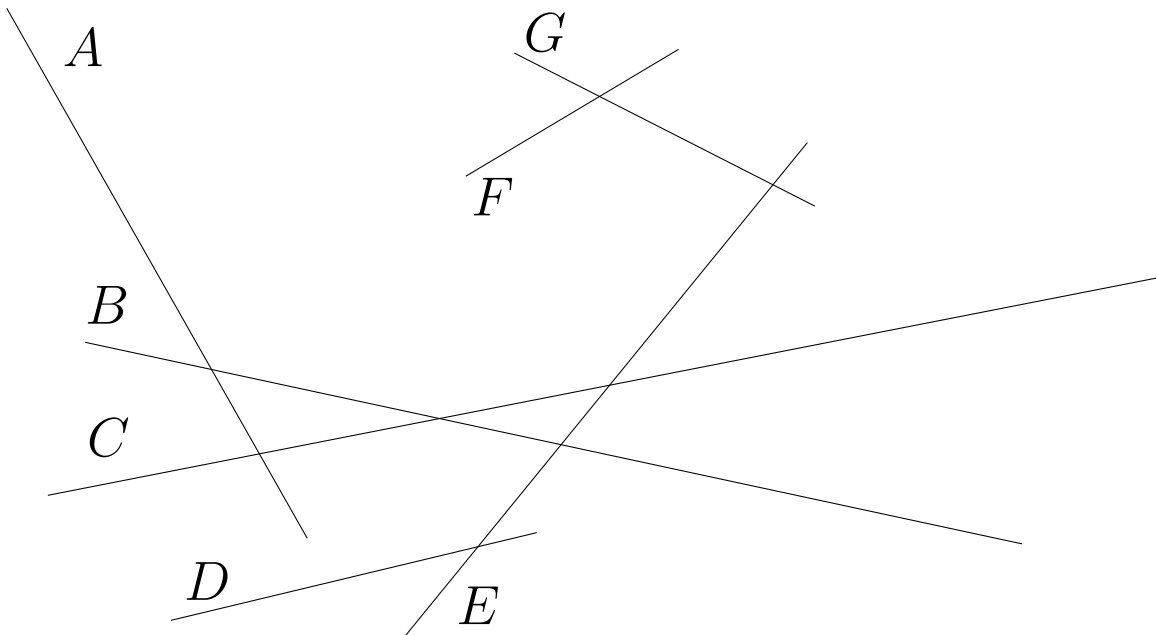
Abgabe: Dienstag 9.05.2017, bis 12:15 Uhr

Besprechung: 15.-19.5.

- Die Lösungen können bis zum Abgabetermin in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang in dem kleinen Raum auf der linken Seite). Bitte immer gut sichtbar auf dem Deckblatt die Übungsgruppennummer und den Namen angeben.
- Die Abgabe kann in Gruppen von bis zu 3 Personen erfolgen.

Aufgabe 1: Sweep für Schnittpunkte von Liniensegmenten (4 Punkte)

Geben Sie an, in welcher Reihenfolge bei der Berechnung der Schnittpunkte der dargestellten Liniensegmente nach dem in der Vorlesung angegebenen Verfahren die Schnittpunkte *bemerkt* und *berichtet* werden und wie die Sweep-Status-Struktur SSS zu jedem Zeitpunkt aussieht.



Aufgabe 2: Anzahl Schnittpunkte von Liniensegmenten (4 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie: für jede natürliche Zahl n und jedes $k \in \{0, \dots, \binom{n}{2}\}$ kann man ein Arrangement von n Liniensegmenten finden, die genau k verschiedene Schnittpunkte besitzen.

Aufgabe 3: Dominierende Liniensegmente (4 Punkte)

Gegeben seien n horizontale und disjunkte Liniensegmente, wobei die x -Werte aller Endpunkte paarweise verschieden sind. Zu jedem Liniensegment s werden diejenigen Liniensegmente gesucht, welche direkt unterhalb von s liegen, d. h. eine vertikale Gerade schneidet die beiden Liniensegmente aber kein anderes dazwischen.

Formulieren Sie einen $O(n \log n)$ Sweep-Algorithmus, der zu jedem Liniensegment s alle anderen berichtet, die von s in dem beschriebenen Sinne dominiert werden, und begründen Sie, warum Ihr Algorithmus die gegebene Laufzeit hat.

Aufgabe 4: Lineares vs. algebraisches Modell (4 Punkte)

Wir betrachten den Entscheidungsbaum eines Entscheidungsalgorithmus mit Eingabe $(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$. Im algebraischen Modell wird in jedem inneren Knoten v getestet, ob für das zu dem Knoten gehörige Polynom h_v die Bedingung $h_v(x_1, \dots, x_n) < 0$ erfüllt ist. Wenn ja, wird zum linken Sohn verzweigt, sonst nach rechts. Jedem Blatt des Baumes ist eine Ausgabe "true" oder "false" zugeordnet.

Die Menge der Eingabewerte, die zu einem Blatt b des Baumes führen, muss im algebraischen Modell im Gegensatz zum linearen Modell *nicht zusammenhängend* sein. Beweisen Sie dies für den Fall $n = 2$ durch Angabe eines Beispielbaumes mit 3 inneren Knoten und Polynomen vom Grad ≤ 2 !