

Übungsblatt 5

Aufgabe 5.1: Konvexe Hülle Extremfälle (4 Punkte)

Gegeben sei eine Menge S von n Punkten in der Ebene. Nehmen wir an, wir wissen bereits, dass jeder Punkt aus S auf dem Rand der konvexen Hülle $ch(S)$ von S liegt.

Können Sie unter dieser Voraussetzung einen Algorithmus konstruieren, der die konvexe Hülle von S in Zeit $O(n)$ berechnet?

Aufgabe 5.2: Dualität in 3D (4 Punkte)

Wir betrachten nun die Dualität zwischen Punkten und Ebenen im 3-dimensionalen kartesischen Raum, die folgendermaßen definiert werden kann: Das Duale p^* eines Punktes $p = (a, b, c)$ ist die Ebene $p^* : z = ax + by - c$. Das Duale E^* einer Ebene $E : z = ax + by + c$ ist der Punkt $E^* = (a, b, -c)$.

Zeigen Sie, dass auch hier Inzidenz und relative Ordnung bei der Dualitätstransformation erhalten bleiben, d.h. dass gilt:

1. Erhaltung der Inzidenz: $p \in E$, genau dann wenn $E^* \in p^*$.
2. Erhaltung der relativen Ordnung: p liegt oberhalb (bzgl. der z -Koordinate) von E , genau dann wenn E^* oberhalb von p^* liegt.

Aufgabe 5.3: Konvexe Hülle in 3D vorsortiert (4 Punkte)

Sei S eine Menge von Punkten $\{p_1, \dots, p_n\}$ in \mathbb{R}^3 , wobei die z -Koordinaten der n Punkte sortiert sind, d.h. $z(p_1) < z(p_2) < \dots < z(p_n)$.

Zeigen Sie, dass die Komplexität der Konstruktion der konvexen Hülle von S trotz der sortierten z -Koordinaten der Punkte $\Omega(n \log n)$ ist.