

Offline Bewegungsplanung: Der simultane Sweep

Elmar Langetepe
University of Bonn

Geht das besser?

Geht das besser?

- Laufzeit $O(n^2 \log n)$, Komplexität $\Theta(n^2)$,

Geht das besser?

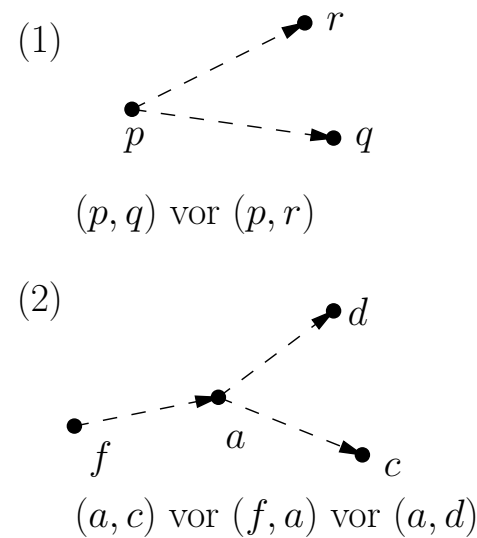
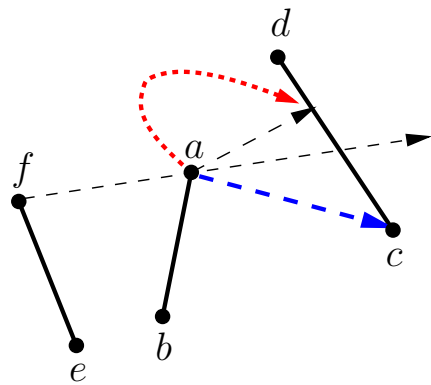
- Laufzeit $O(n^2 \log n)$, Komplexität $\Theta(n^2)$, Laufzeit $O(n^2)$?

Geht das besser?

- Laufzeit $O(n^2 \log n)$, Komplexität $\Theta(n^2)$, Laufzeit $O(n^2)$?
- Simultaner Sweep, alle Segmente gleichzeitig drehen,

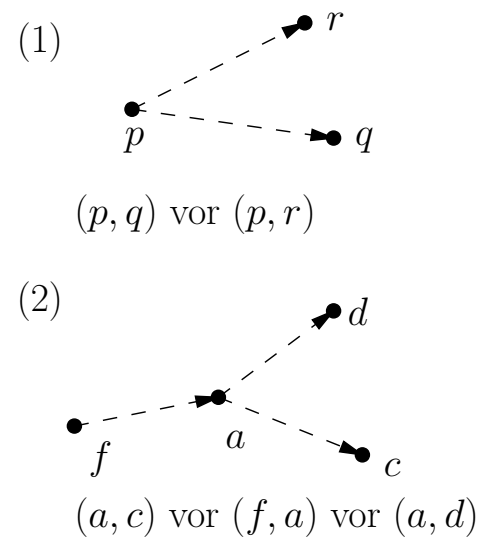
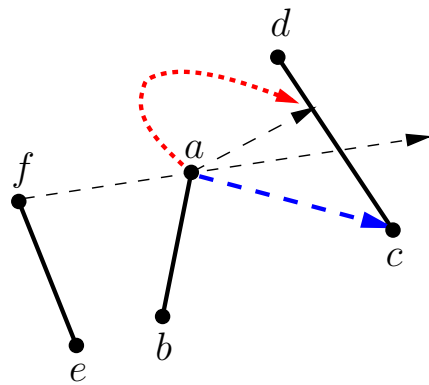
Geht das besser?

- Laufzeit $O(n^2 \log n)$, Komplexität $\Theta(n^2)$, Laufzeit $O(n^2)$?
- Simultaner Sweep, alle Segmente gleichzeitig drehen, Sicht-Informationen weiter geben



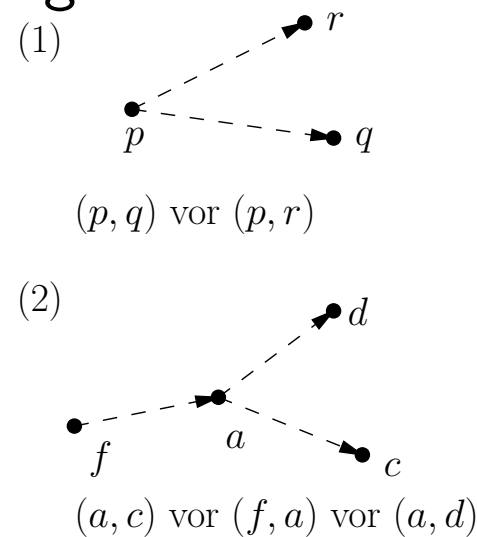
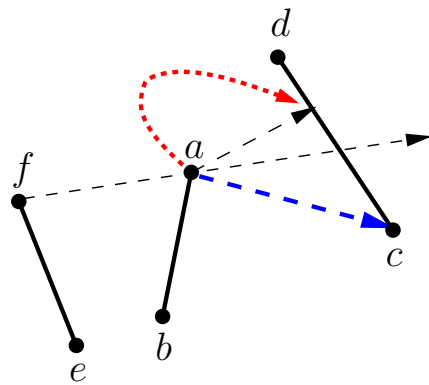
Geht das besser?

- Laufzeit $O(n^2 \log n)$, Komplexität $\Theta(n^2)$, Laufzeit $O(n^2)$?
- Simultaner Sweep, alle Segmente gleichzeitig drehen, Sicht-Informationen weiter geben
- Bearbeitungsreihenfolge: Paare von Endpunkten gemäß Steigung



Geht das besser?

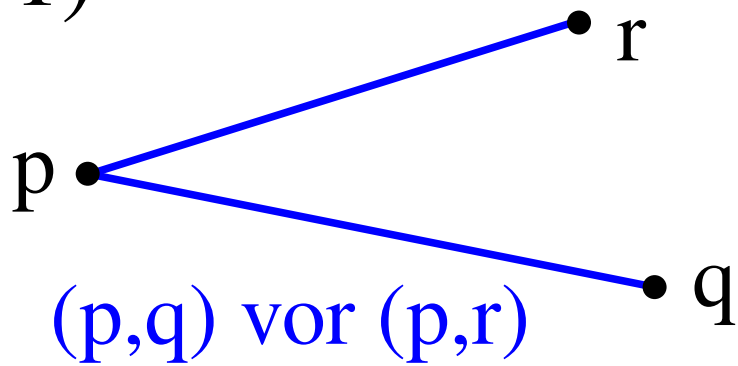
- Laufzeit $O(n^2 \log n)$, Komplexität $\Theta(n^2)$, Laufzeit $O(n^2)$?
- Simultaner Sweep, alle Segmente gleichzeitig drehen, Sicht-Informationen weiter geben
- Bearbeitungsreihenfolge: Paare von Endpunkten gemäß Steigung
- Zeiger auf momentan sichtbares Segment



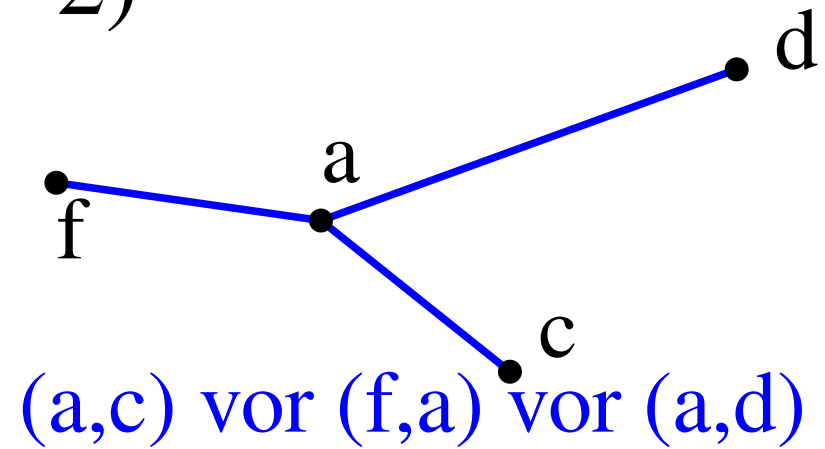
Bearbeitungsreihenfolge in $O(n^2)$

Bearbeitungsreihenfolge in $O(n^2)$

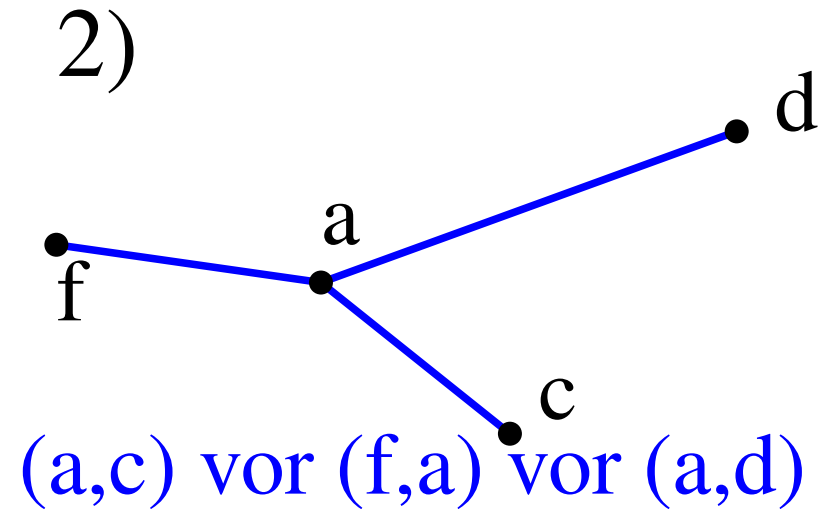
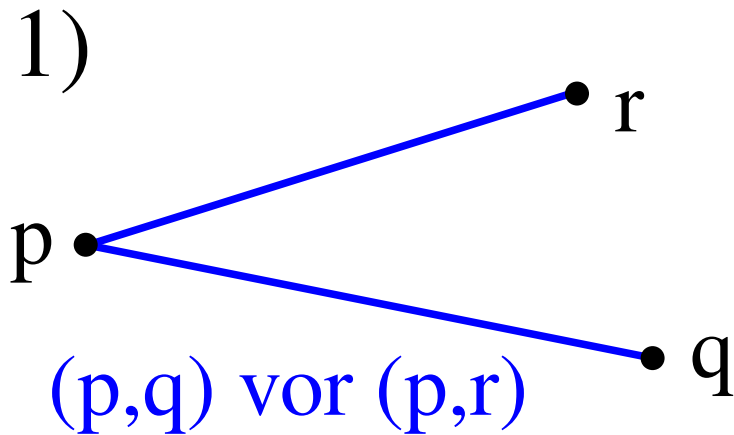
1)



2)

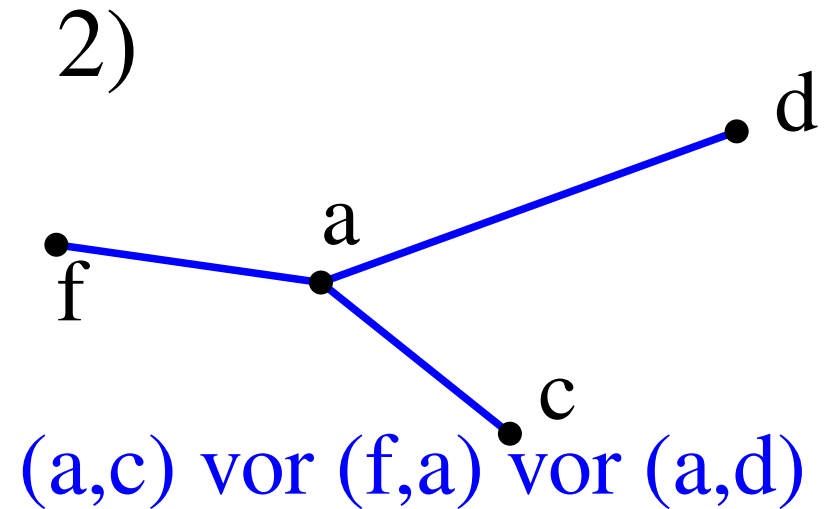
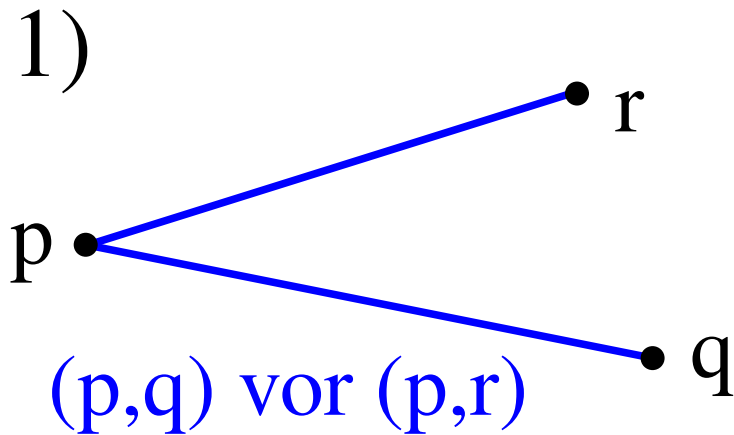


Bearbeitungsreihenfolge in $O(n^2)$



Liste von Punkten (p, q) mit $p_x \leq q_x$

Bearbeitungsreihenfolge in $O(n^2)$

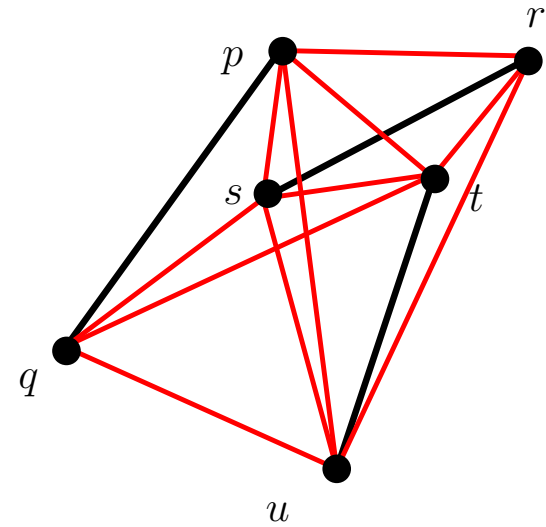
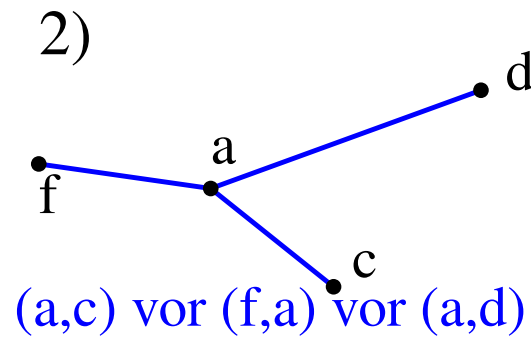
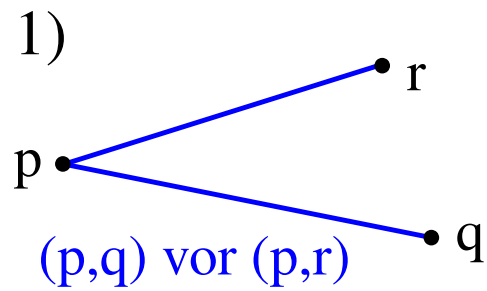


Liste von Punkten (p, q) mit $p_x \leq q_x$

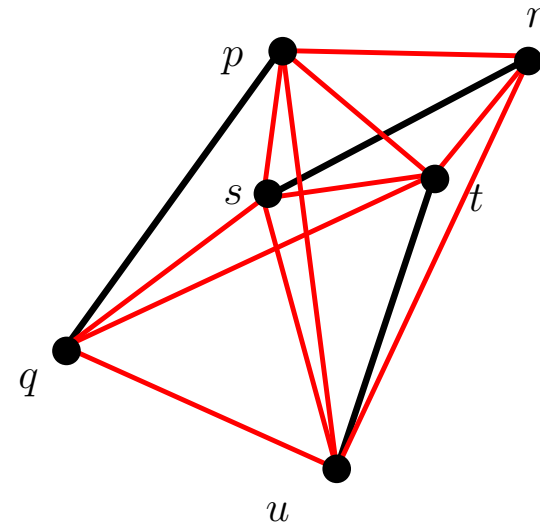
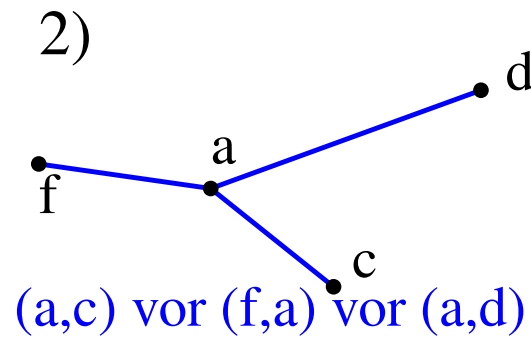
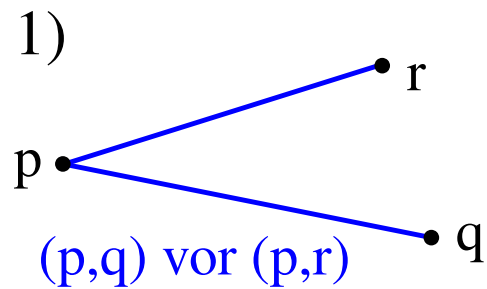
Zeigen wir später! Annahme: Ist schon gegeben für die Punktpaare!

Beispiel Bearbeitungsreihenfolge

Beispiel Bearbeitungsreihenfolge



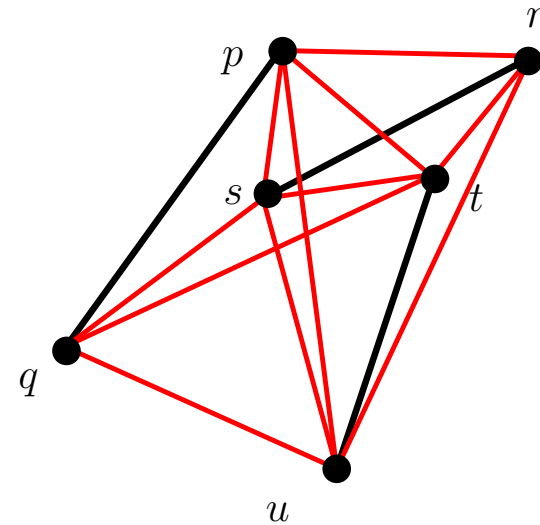
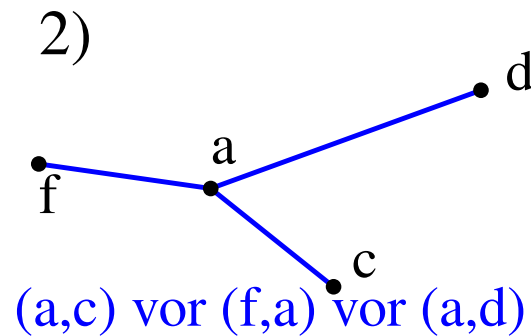
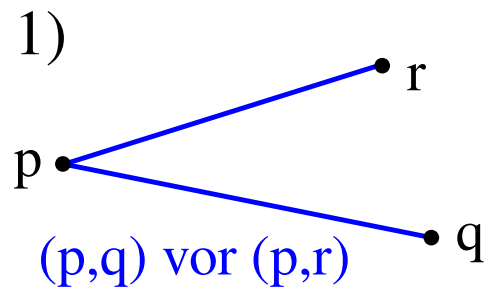
Beispiel Bearbeitungsreihenfolge



Volle Ordnung:

$(p, u), (s, u), (p, t), (q, u), (p, r), (s, t), (q, t), (q, s), (t, r), (u, r), (s, p)$

Beispiel Bearbeitungsreihenfolge



Volle Ordnung:

$(p, u), (s, u), (p, t), (q, u), (p, r), (s, t), (q, t), (q, s), (t, r), (u, r), (s, p)$

Partielle Ordnung:

$(p, u), (p, t), (p, r), (q, u), (s, u), (s, t), (q, t), (q, s), \dots$

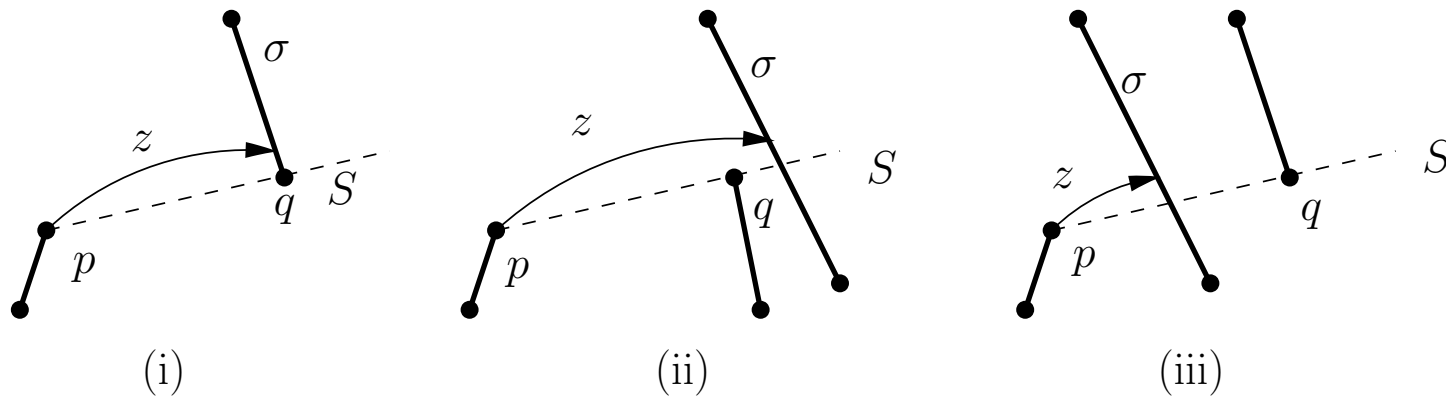
Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

- ES gemäß Bearbeitungsreihenfolge: $\dots, (p, q), \dots, (p, r)$

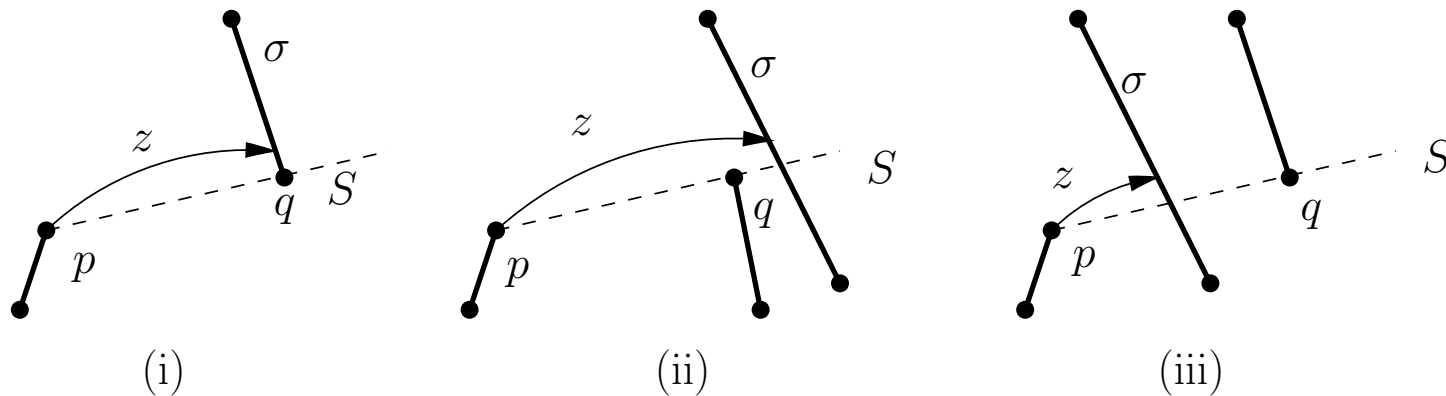
Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

- ES gemäß Bearbeitungsreihenfolge: $\dots, (p, q), \dots, (p, r)$
- SSS: Für jedes p , (p, q) zuletzt dran:



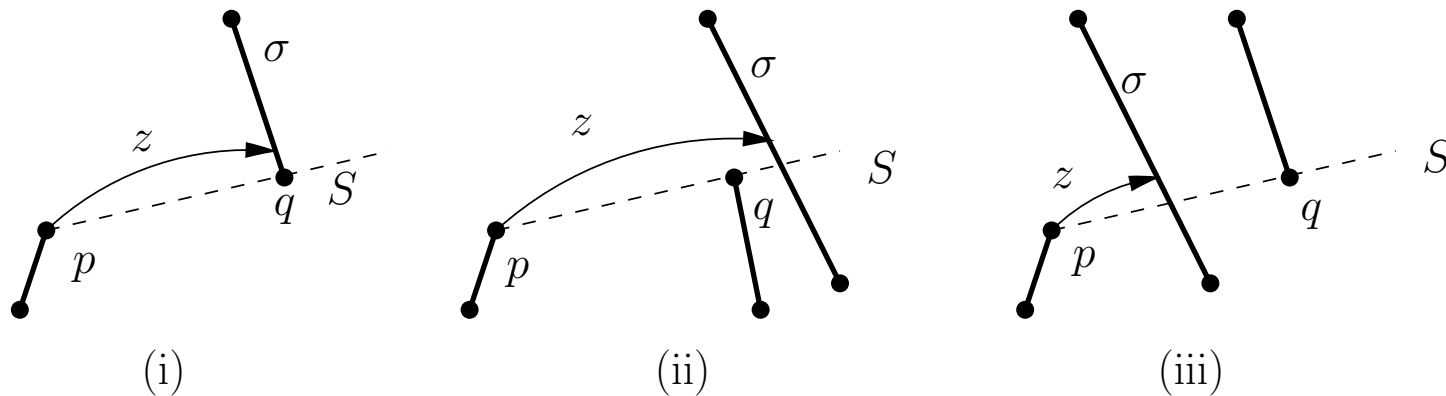
Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

- ES gemäß Bearbeitungsreihenfolge: $\dots, (p, q), \dots, (p, r)$
- SSS: Für jedes p , (p, q) zuletzt dran:
Zeiger z auf das kurz hinter q sichtbare Segment σ



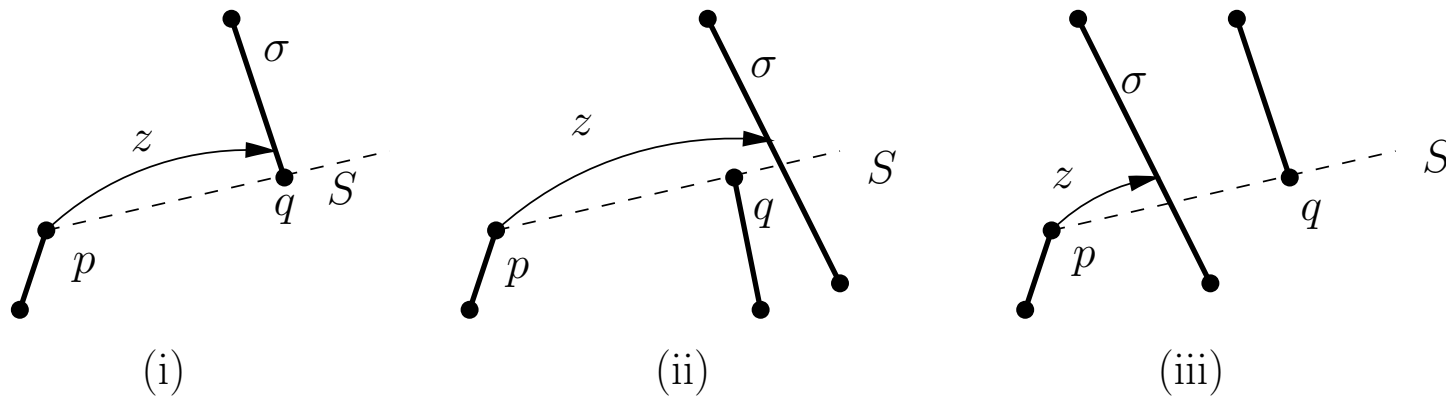
Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

- ES gemäß Bearbeitungsreihenfolge: $\dots, (p, q), \dots, (p, r)$
- SSS: Für jedes p , (p, q) zuletzt dran:
Zeiger z auf das kurz hinter q sichtbare Segment σ
- Drei Möglichkeiten: (i), (ii) und (iii)

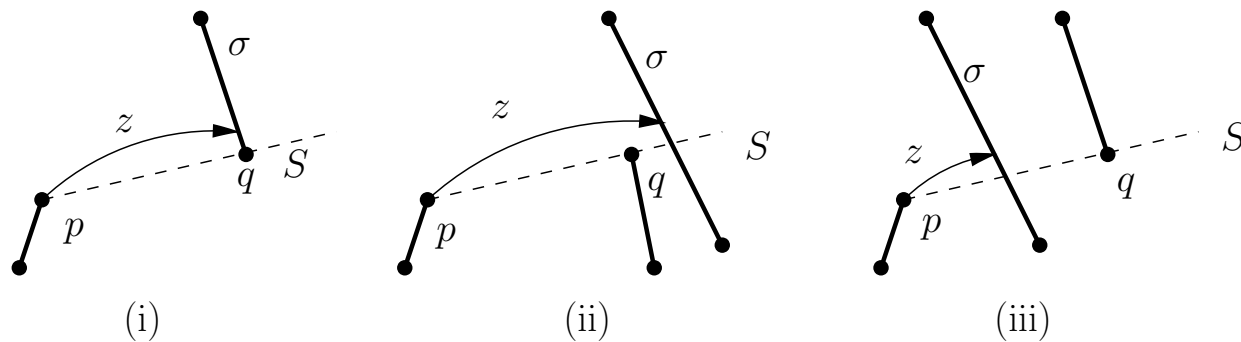


Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

- ES gemäß Bearbeitungsreihenfolge: $\dots, (p, q), \dots, (p, r)$
- SSS: Für jedes p , (p, q) zuletzt dran:
Zeiger z auf das kurz hinter q sichtbare Segment σ
- Drei Möglichkeiten: (i), (ii) und (iii)
- Ausgabe zwischendurch



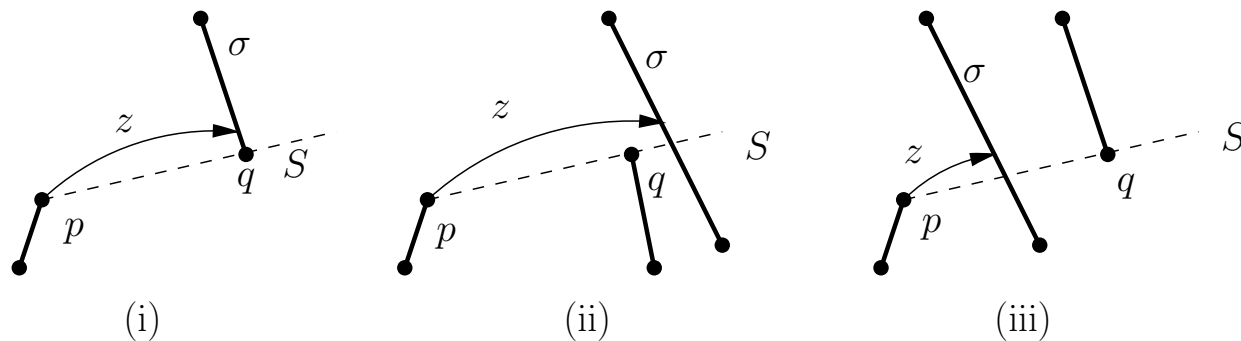
Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge



Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

SSS: Für jedes p , (p, q) zuletzt dran:

Zeiger z auf kurz hinter q *sichtbare* Segment σ

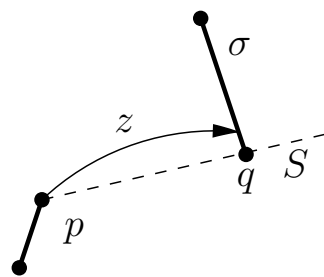


Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

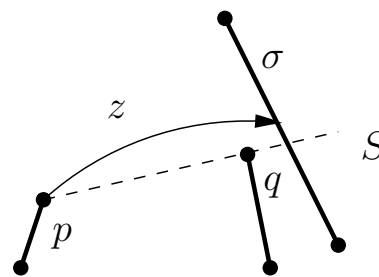
SSS: Für jedes p , (p, q) zuletzt dran:

Zeiger z auf kurz hinter q *sichtbare* Segment σ

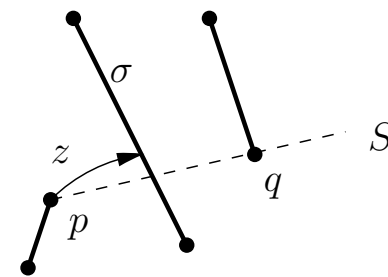
(i) q ist von p aus sichtbar und Anfangspunkt von σ



(i)



(ii)



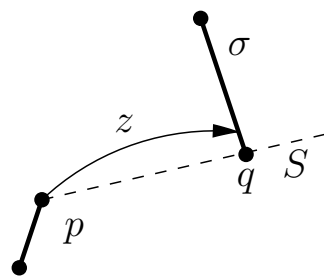
(iii)

Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

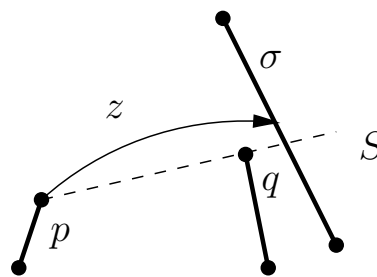
SSS: Für jedes p , (p, q) zuletzt dran:

Zeiger z auf kurz hinter q *sichtbare* Segment σ

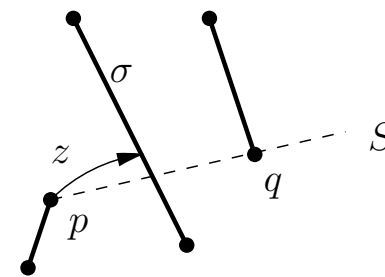
- (i) q ist von p aus sichtbar und Anfangspunkt von σ
- (ii) q ist von p aus sichtbar und Endpunkt eines Segments. σ ist das auf dem Strahl S von p durch q nächste Segment.



(i)



(ii)



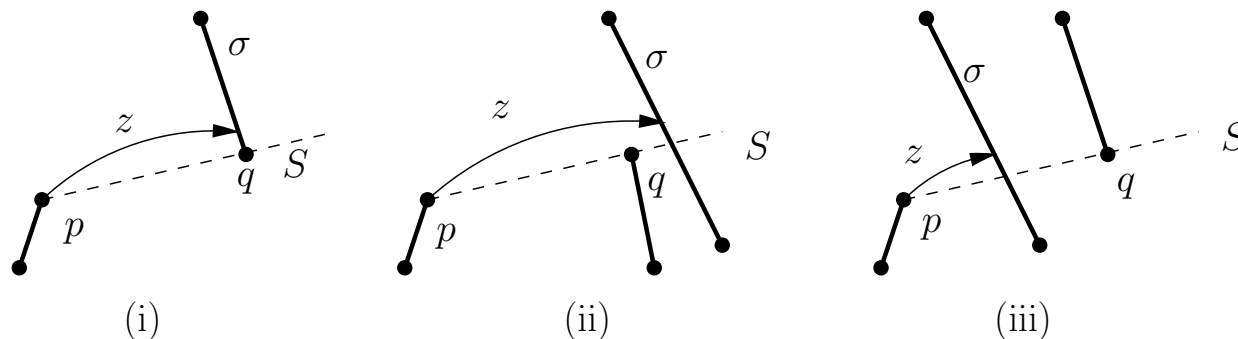
(iii)

Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

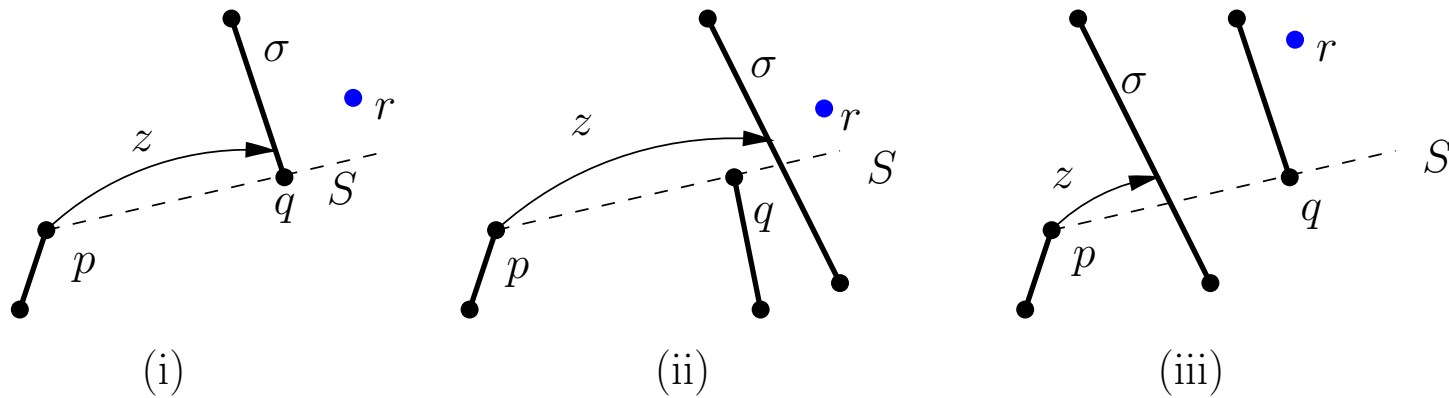
SSS: Für jedes p , (p, q) zuletzt dran:

Zeiger z auf kurz hinter q sichtbare Segment σ

- (i) q ist von p aus sichtbar und Anfangspunkt von σ
- (ii) q ist von p aus sichtbar und Endpunkt eines Segments. σ ist das auf dem Strahl S von p durch q nächste Segment.
- (iii) q ist von p aus nicht sichtbar. σ ist das zu p nächste Segment auf dem Strahl S von p durch q .



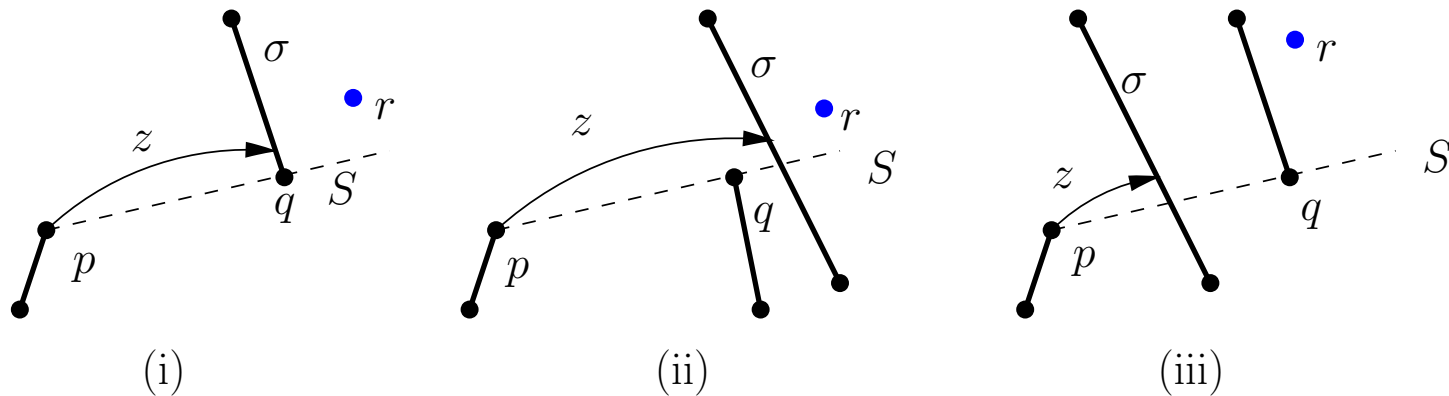
Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge



Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares (p, r) nach (p, q)

F. 1) r liegt hinter σ

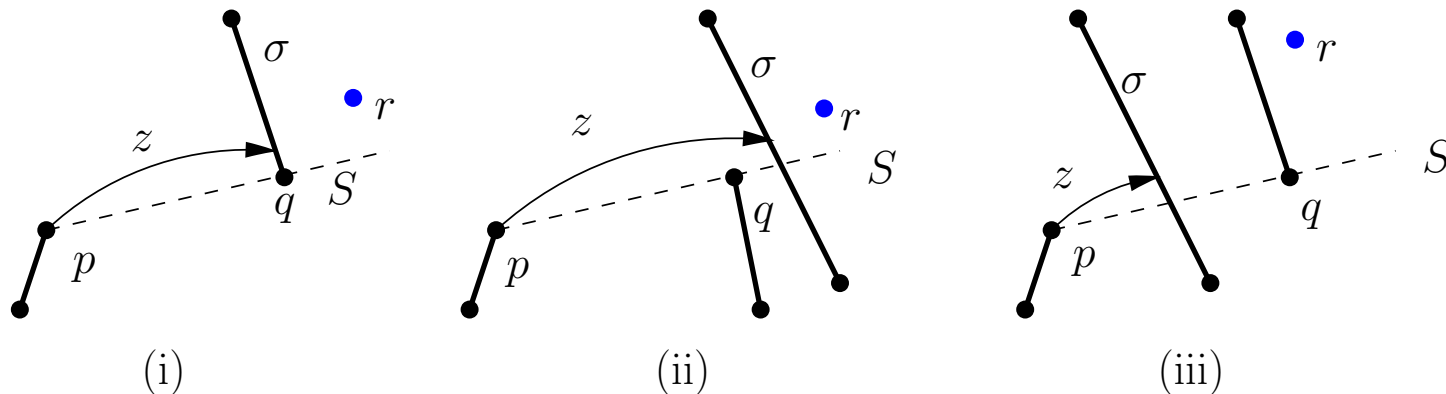


Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares (p, r) nach (p, q)

F. 1) r liegt hinter σ

- Zeiger bleibt auf σ

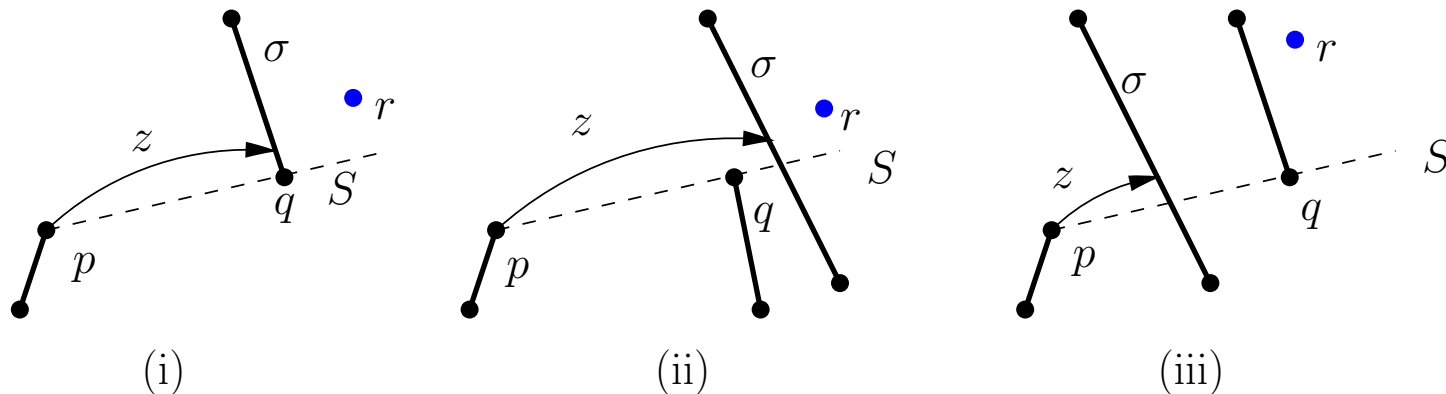


Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

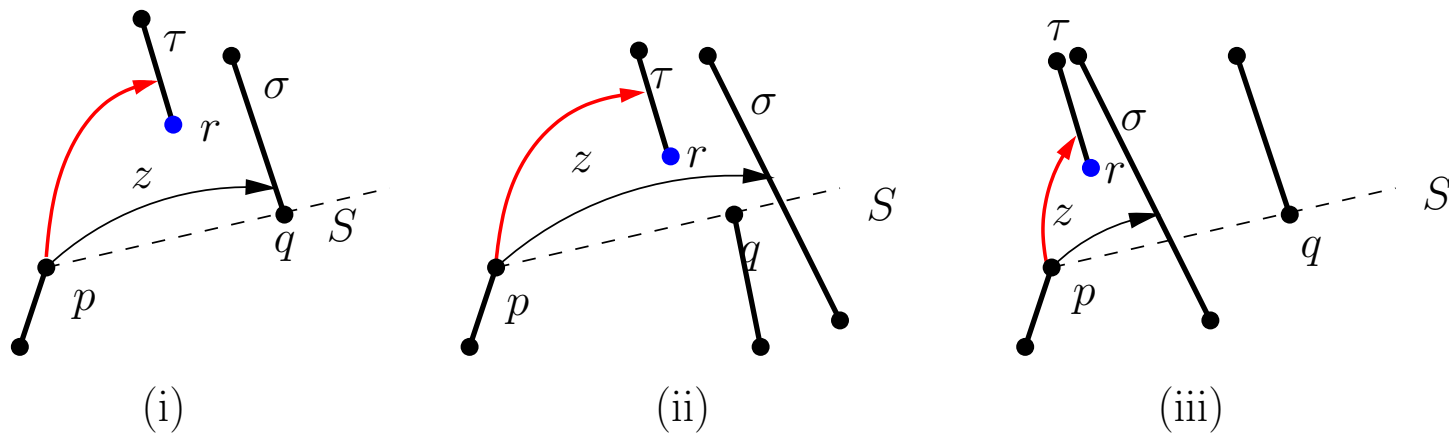
Bearbeitung des nächsten Paares (p, r) nach (p, q)

F. 1) r liegt hinter σ

- Zeiger bleibt auf σ
- Invariante gilt nun für (p, r)



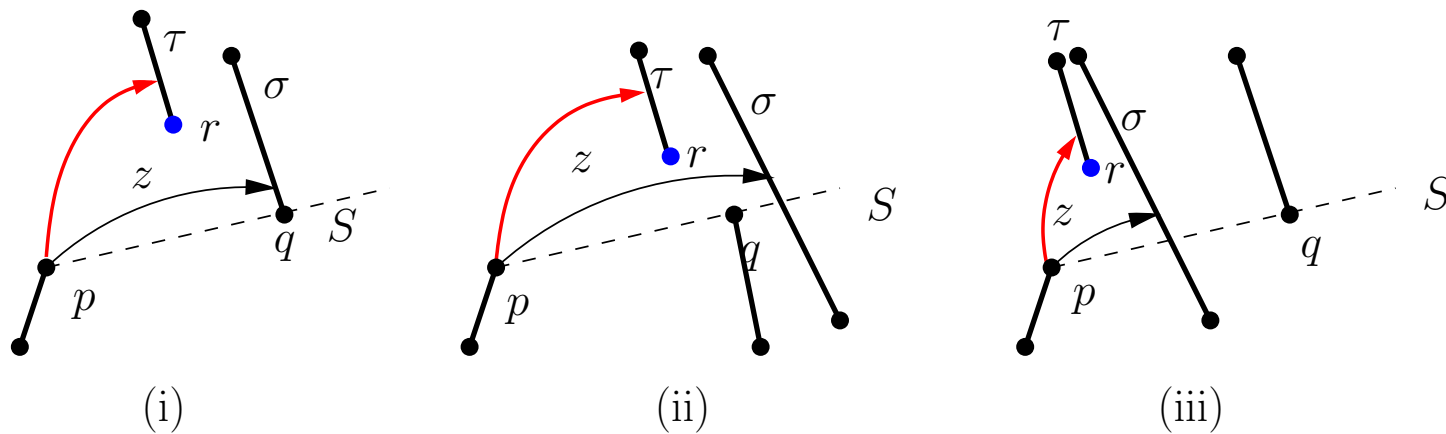
Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge



Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares (p, r) nach (p, q)

F. 2) r liegt vor σ , Anfangspunkt von τ

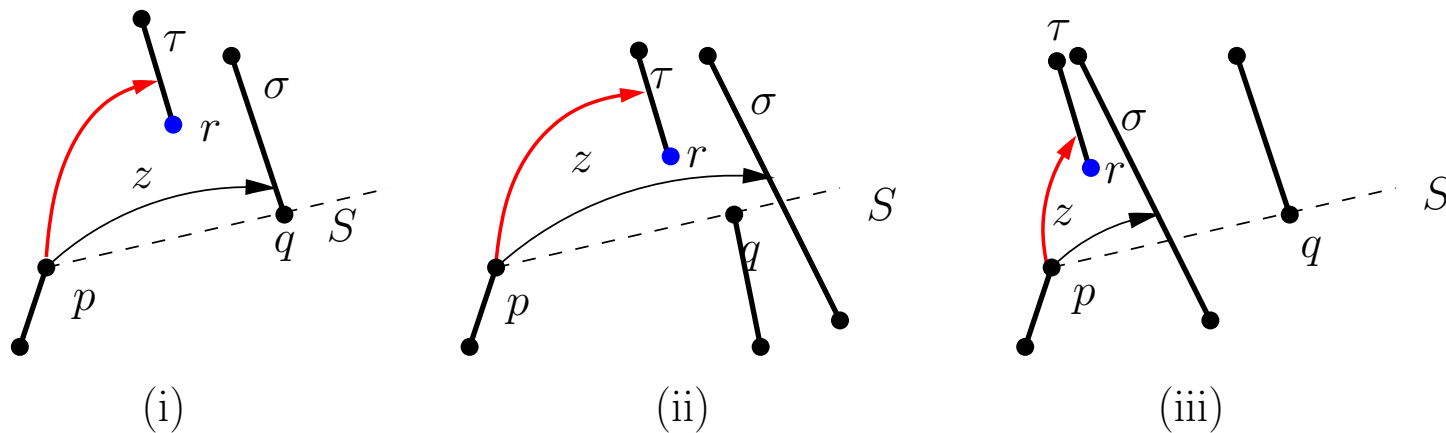


Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares (p, r) nach (p, q)

F. 2) r liegt vor σ , Anfangspunkt von τ

- Zeiger auf τ setzen

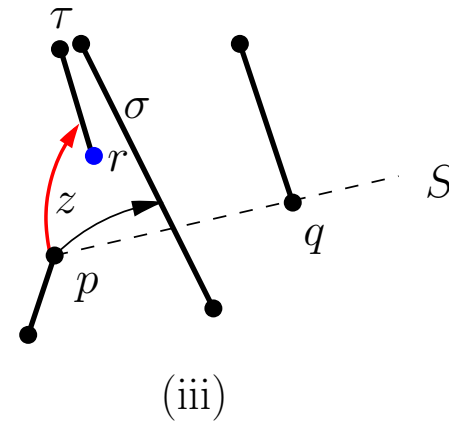
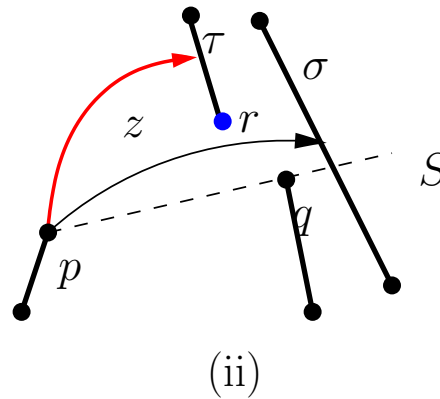
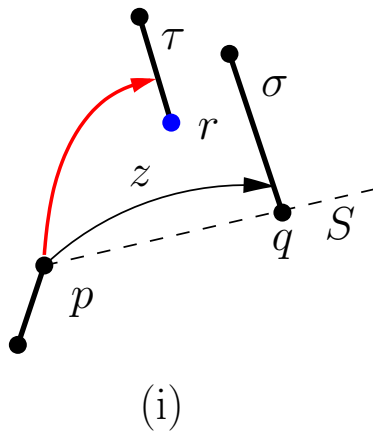


Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares (p, r) nach (p, q)

F. 2) r liegt vor σ , Anfangspunkt von τ

- Zeiger auf τ setzen
- Ausgabe: (p, r) !

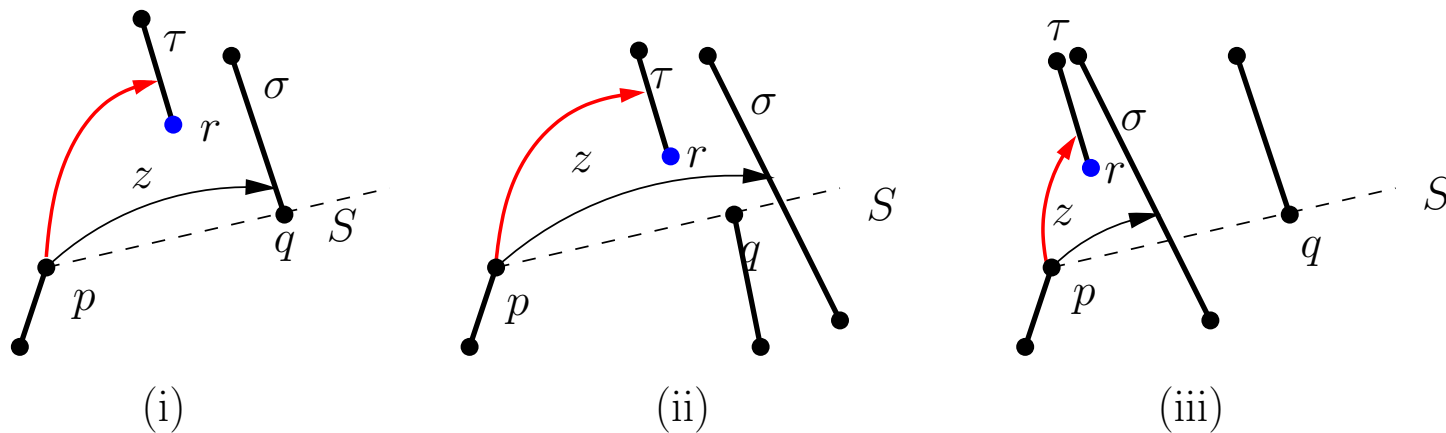


Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

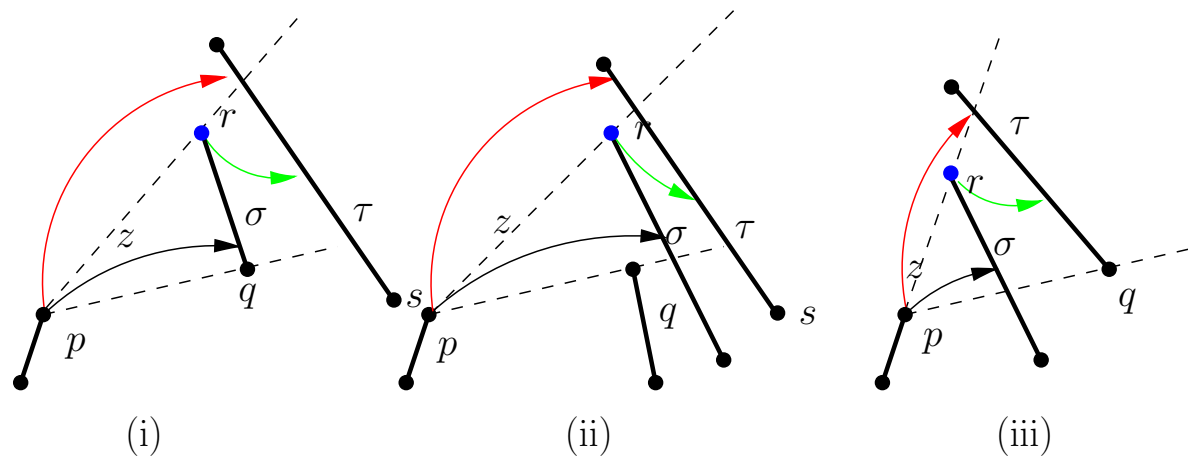
Bearbeitung des nächsten Paares (p, r) nach (p, q)

F. 2) r liegt vor σ , Anfangspunkt von τ

- Zeiger auf τ setzen
- Ausgabe: (p, r) ! Invariante gilt nun für (p, r)



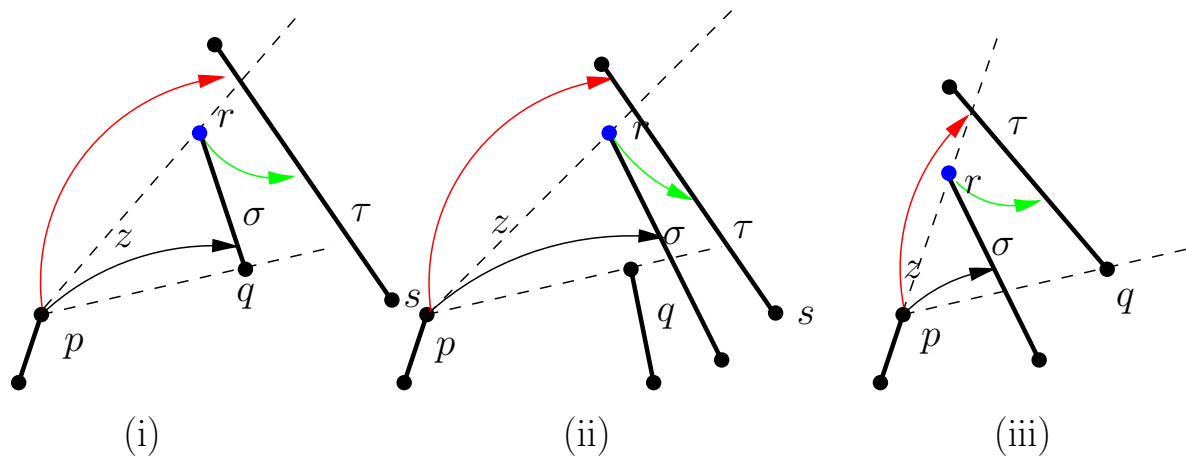
Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge



Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares (p, r) nach (p, q)

F. 3) r ist Endpunkt von σ

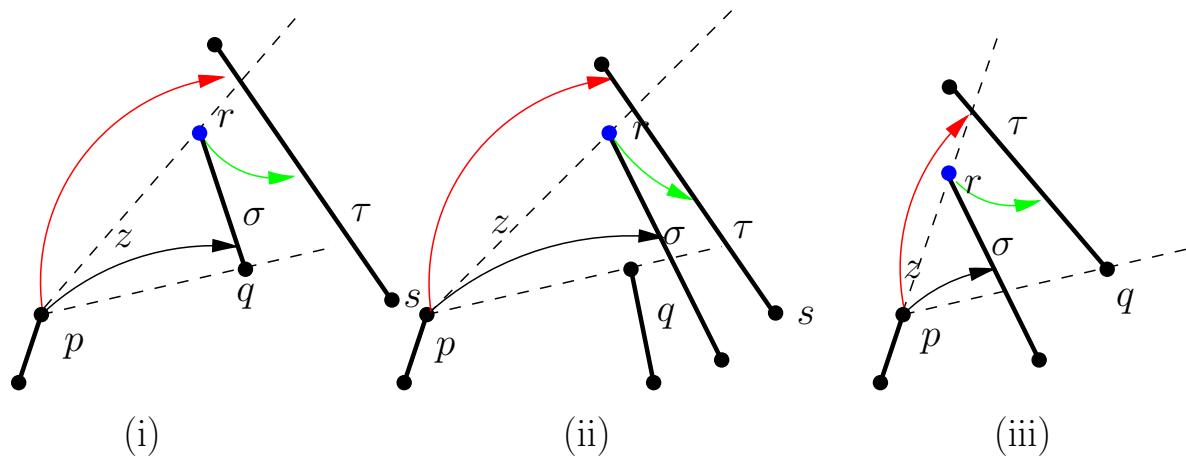


Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares (p, r) nach (p, q)

F. 3) r ist Endpunkt von σ

- Zeiger auf τ von r : (r, s) war schon dran **Reihenfolge**

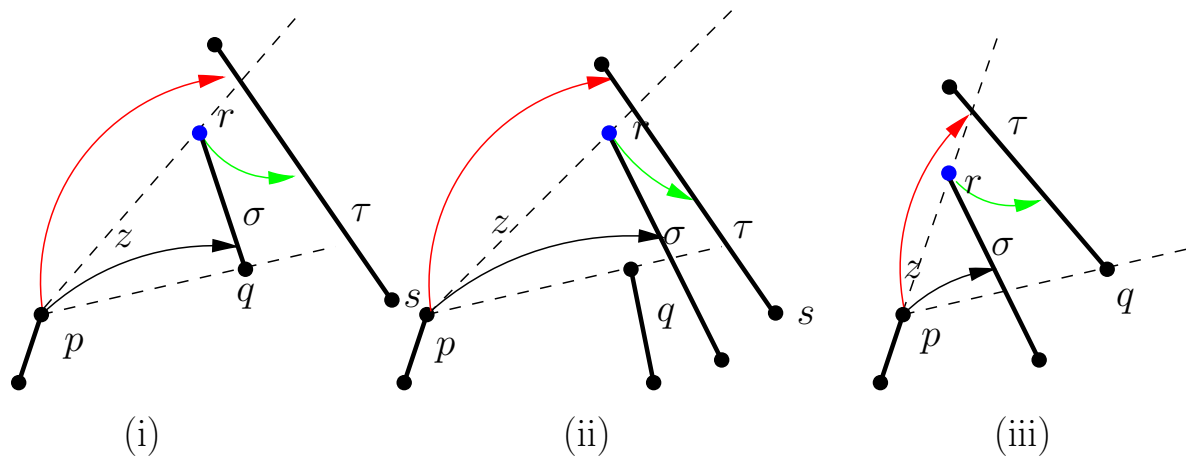


Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares (p, r) nach (p, q)

F. 3) r ist Endpunkt von σ

- Zeiger auf τ von r : (r, s) war schon dran **Reihenfolge**
- Winkelbereich ist leer!!

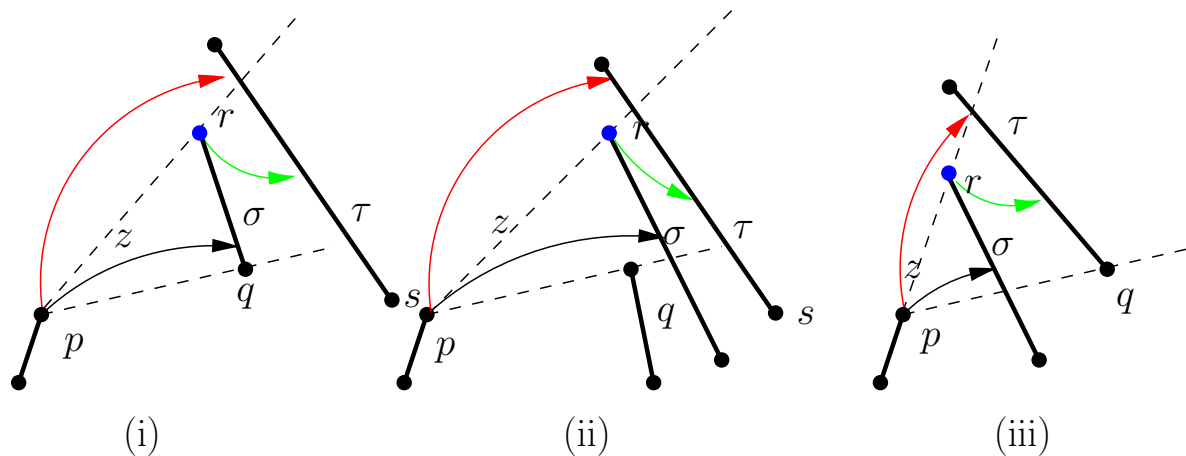


Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares (p, r) nach (p, q)

F. 3) r ist Endpunkt von σ

- Zeiger auf τ von r : (r, s) war schon dran **Reihenfolge**
- Winkelbereich ist leer!!
- Ausgabe: (p, r) !

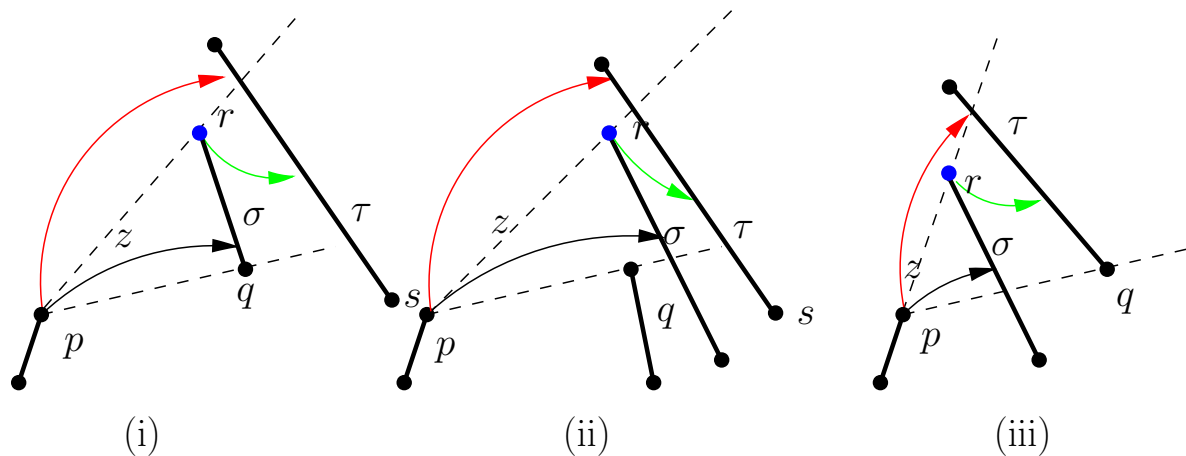


Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares (p, r) nach (p, q)

F. 3) r ist Endpunkt von σ

- Zeiger auf τ von r : (r, s) war schon dran **Reihenfolge**
- Winkelbereich ist leer!!
- Ausgabe: (p, r) ! Invariante gilt nun für (p, r)



Simultaner Sweep: Ereignisverarbeitung Fall 3(iii)

Simultaner Sweep: Ereignisverarbeitung Fall 3(iii)

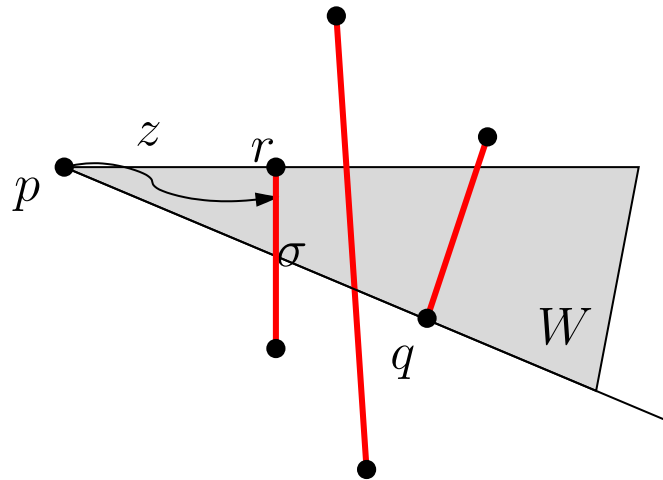
- r Endpunkt von σ

Simultaner Sweep: Ereignisverarbeitung Fall 3(iii)

- r Endpunkt von σ
- Winkelbereich W : Punktfrei

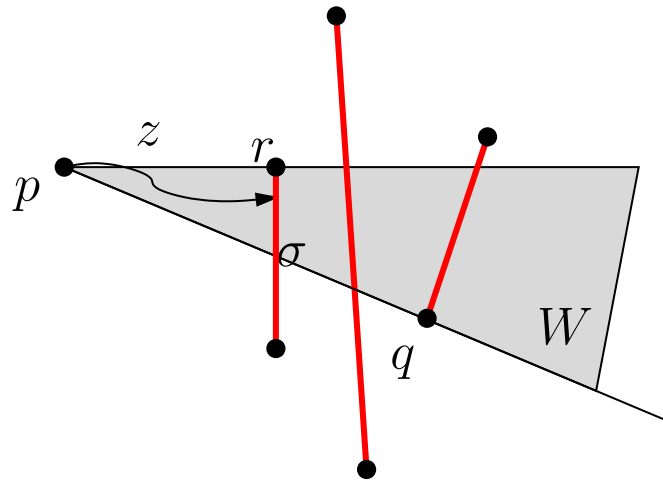
Simultaner Sweep: Ereignisverarbeitung Fall 3(iii)

- r Endpunkt von σ
- Winkelbereich W : Punktfrei
- (r, q) war dran:



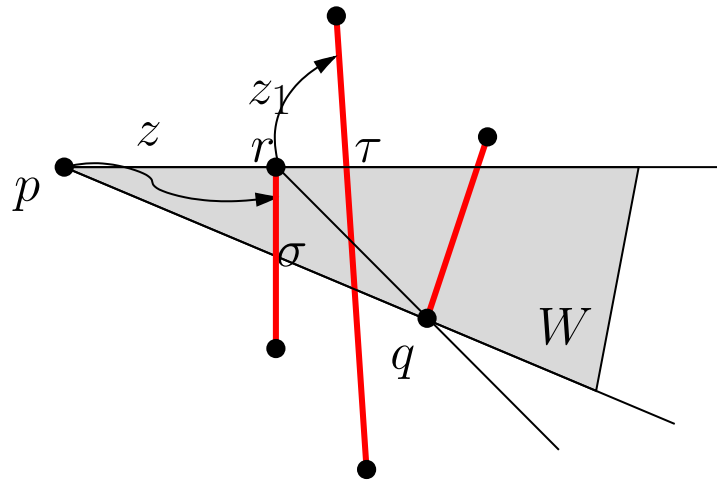
Simultaner Sweep: Ereignisverarbeitung Fall 3(iii)

- r Endpunkt von σ
- Winkelbereich W : Punktfrei
- (r, q) war dran: Umbiegen d. Zeigers/Ausgabe,



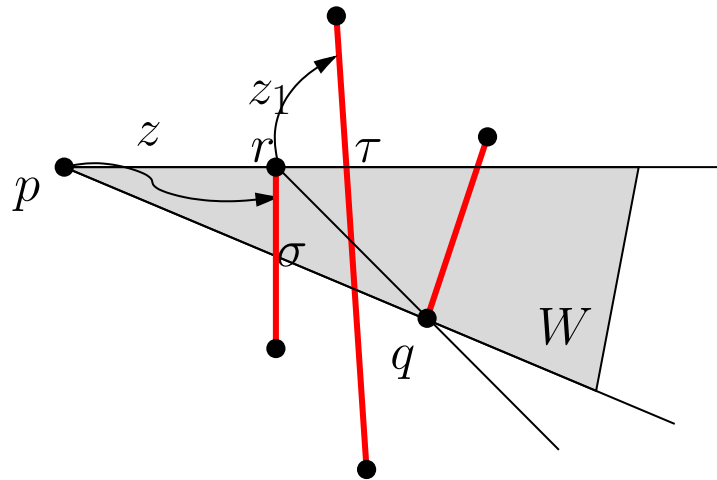
Simultaner Sweep: Ereignisverarbeitung Fall 3(iii)

- r Endpunkt von σ
- Winkelbereich W : Punktfrei
- (r, q) war dran: Umbiegen d. Zeigers/Ausgabe, $O(1)$

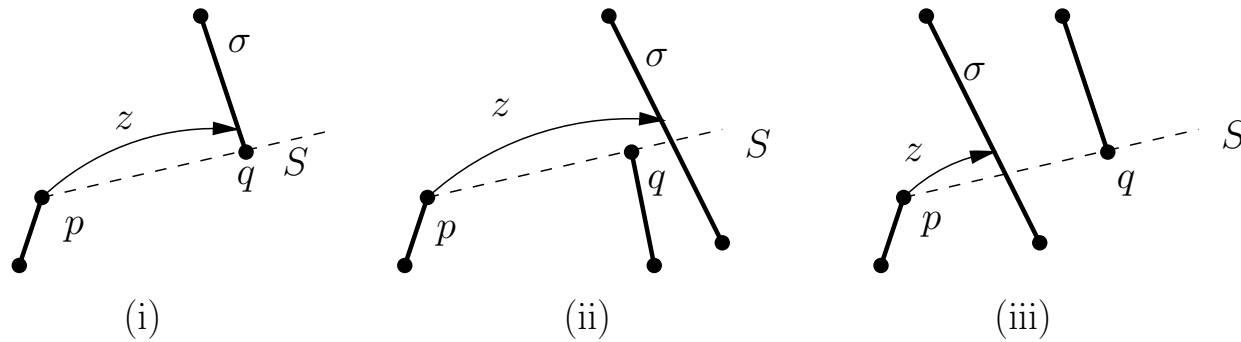


Simultaner Sweep: Ereignisverarbeitung Fall 3(iii)

- r Endpunkt von σ
- Winkelbereich W : Punktfrei
- (r, q) war dran: Umbiegen d. Zeigers/Ausgabe, $O(1)$

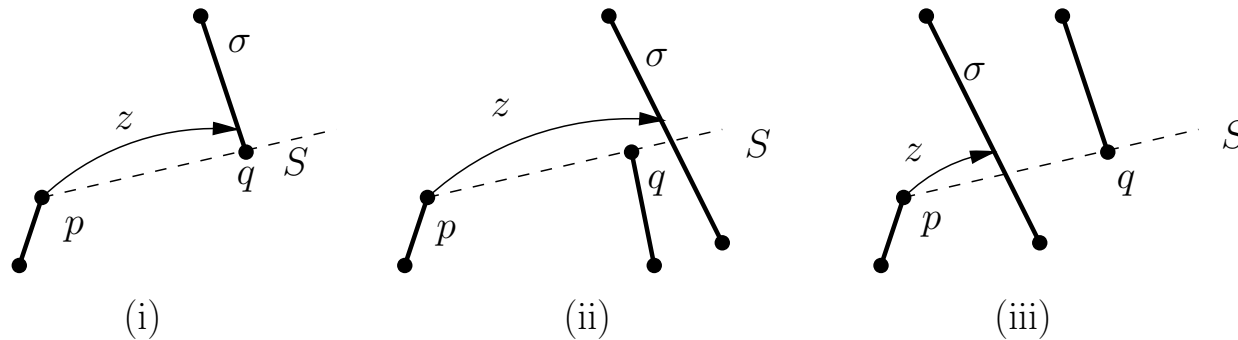


Simultaner Sweep: Laufzeit und Korrektheit



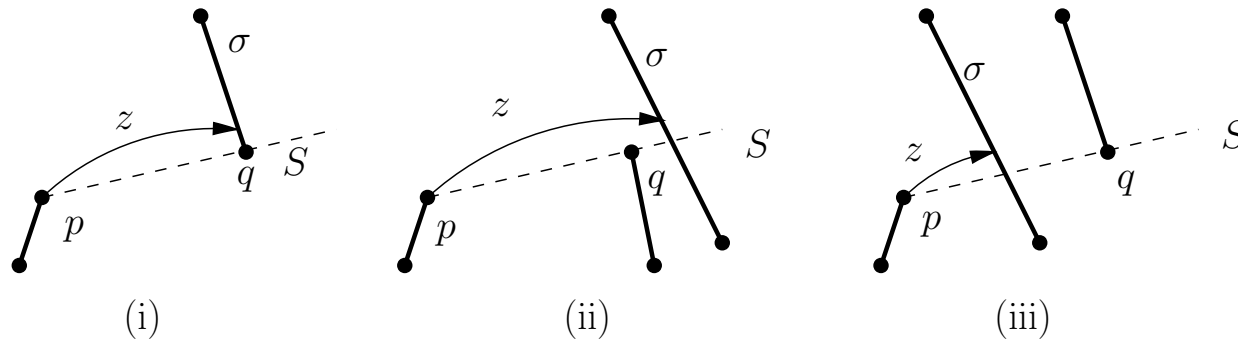
Simultaner Sweep: Laufzeit und Korrektheit

- Invariante ist stets erfüllt! Zeiger auf σ korrekt



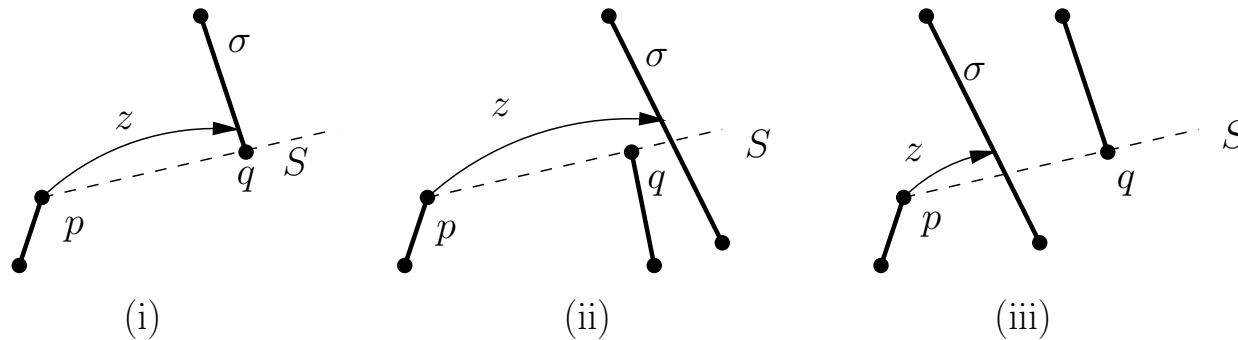
Simultaner Sweep: Laufzeit und Korrektheit

- Invariante ist stets erfüllt! Zeiger auf σ korrekt
- Bearbeitungsreihenfolge: Alle Paare (p, q) werden betrachtet!



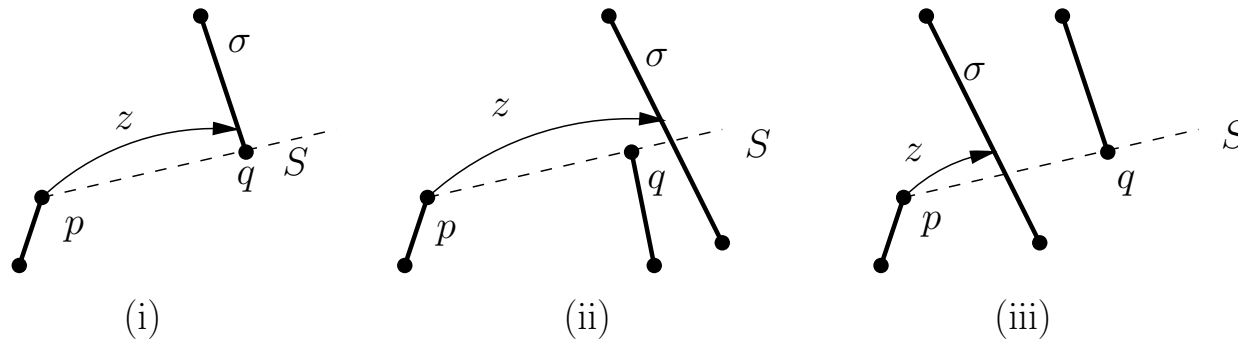
Simultaner Sweep: Laufzeit und Korrektheit

- Invariante ist stets erfüllt! Zeiger auf σ korrekt
- Bearbeitungsreihenfolge: Alle Paare (p, q) werden betrachtet!
- Immer wenn q auf σ liegt erfolgt Ausgabe



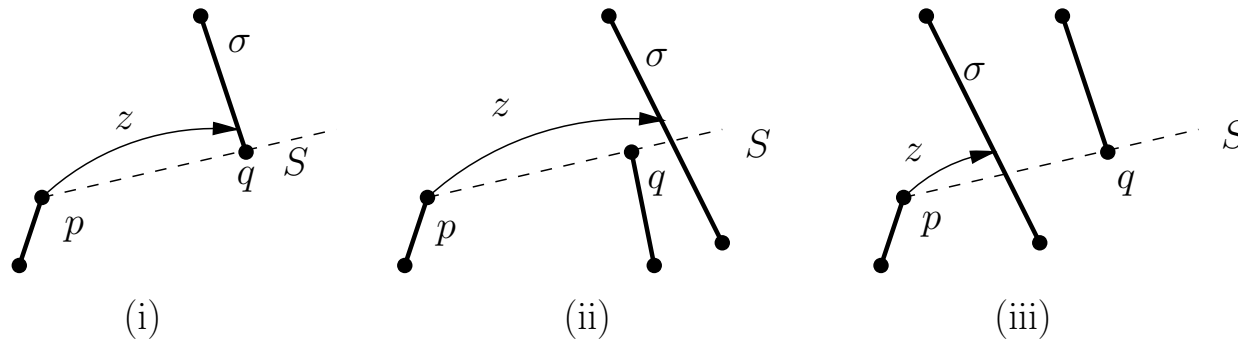
Simultaner Sweep: Laufzeit und Korrektheit

- Invariante ist stets erfüllt! Zeiger auf σ korrekt
- Bearbeitungsreihenfolge: Alle Paare (p, q) werden betrachtet!
- Immer wenn q auf σ liegt erfolgt Ausgabe
- Bearbeitungsreihenfolge: $O(n^2)$ Ereignisse, jeweils $O(1)$ Aufwand



Simultaner Sweep: Laufzeit und Korrektheit

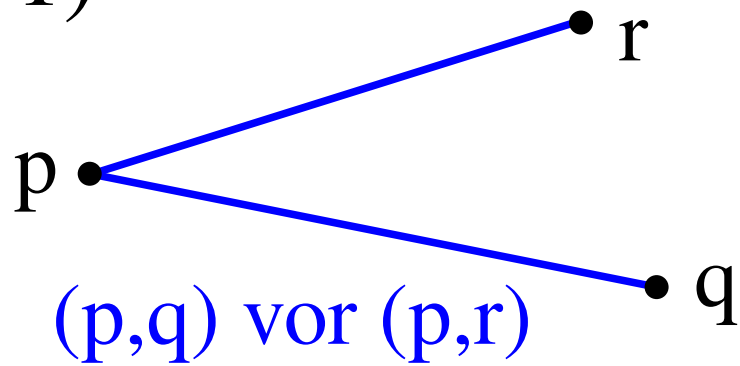
- Invariante ist stets erfüllt! Zeiger auf σ korrekt
- Bearbeitungsreihenfolge: Alle Paare (p, q) werden betrachtet!
- Immer wenn q auf σ liegt erfolgt Ausgabe
- Bearbeitungsreihenfolge: $O(n^2)$ Ereignisse, jeweils $O(1)$ Aufwand
- Korrekter Sweep in $O(n^2)$



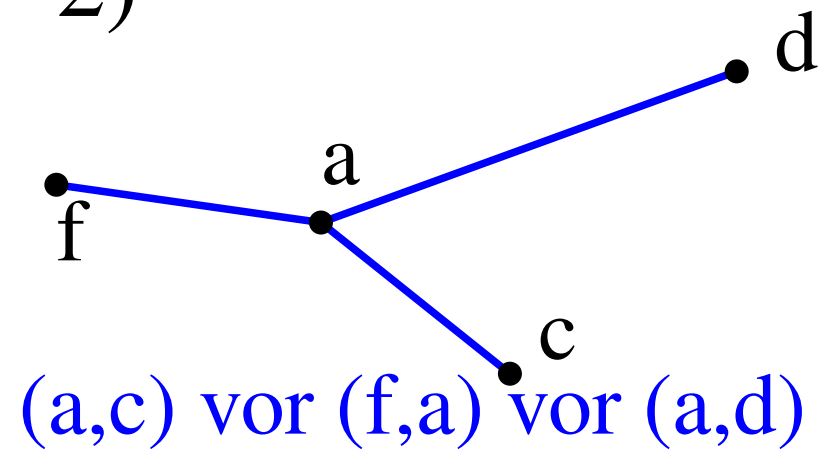
Bearbeitungsreihenfolge in $O(n^2)$

Bearbeitungsreihenfolge in $O(n^2)$

1)

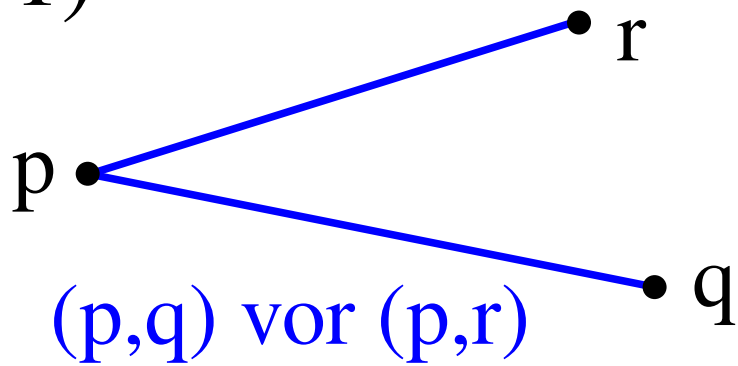


2)

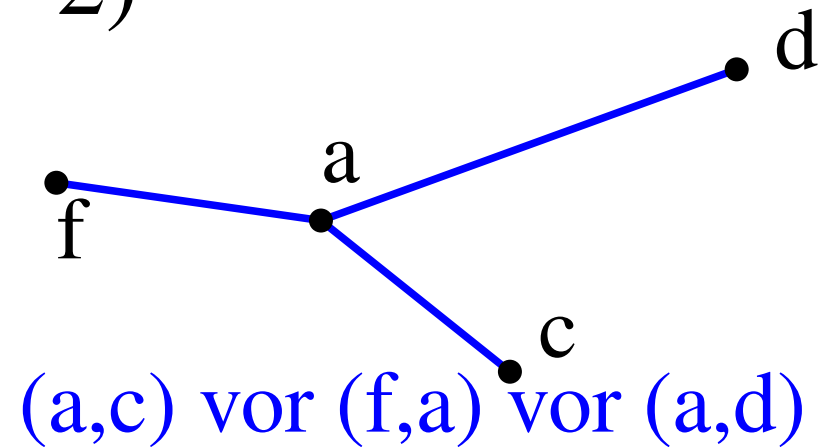


Bearbeitungsreihenfolge in $O(n^2)$

1)



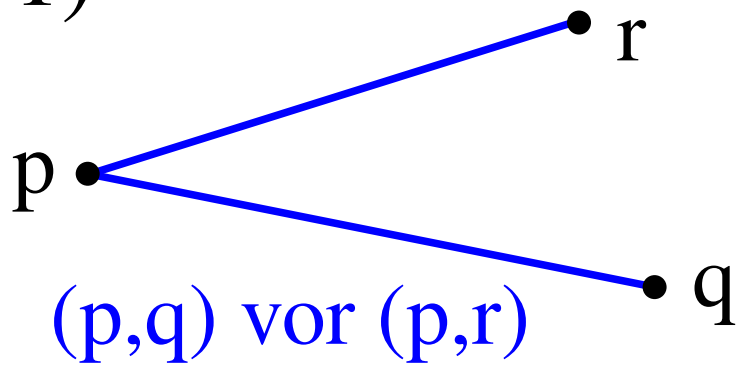
2)



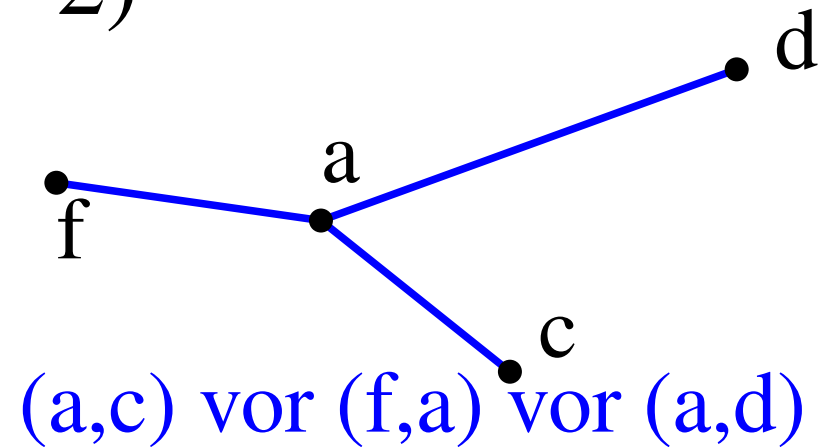
Offensichtlich wird nicht mehr gebraucht!

Bearbeitungsreihenfolge in $O(n^2)$

1)



2)



Offensichtlich wird nicht mehr gebraucht!

Diese muss nun berechnet werden!

Dualitätsprinzip

Dualitätsprinzip

1. Ordnungserhaltende Abbildung zwischen geometrischen Objekten

Dualitätsprinzip

1. Ordnungserhaltende Abbildung zwischen geometrischen Objekten
2. Transformiere Punkt $p = (p_x, p_y)$ zu $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$

Dualitätsprinzip

1. Ordnungserhaltende Abbildung zwischen geometrischen Objekten
2. Transformiere Punkt $p = (p_x, p_y)$ zu $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
3. Steigung zw. zwei Punkten $p = (p_x, p_y)$ und $q = (q_x, q_y)$, $p_x < q_x$

Dualitätsprinzip

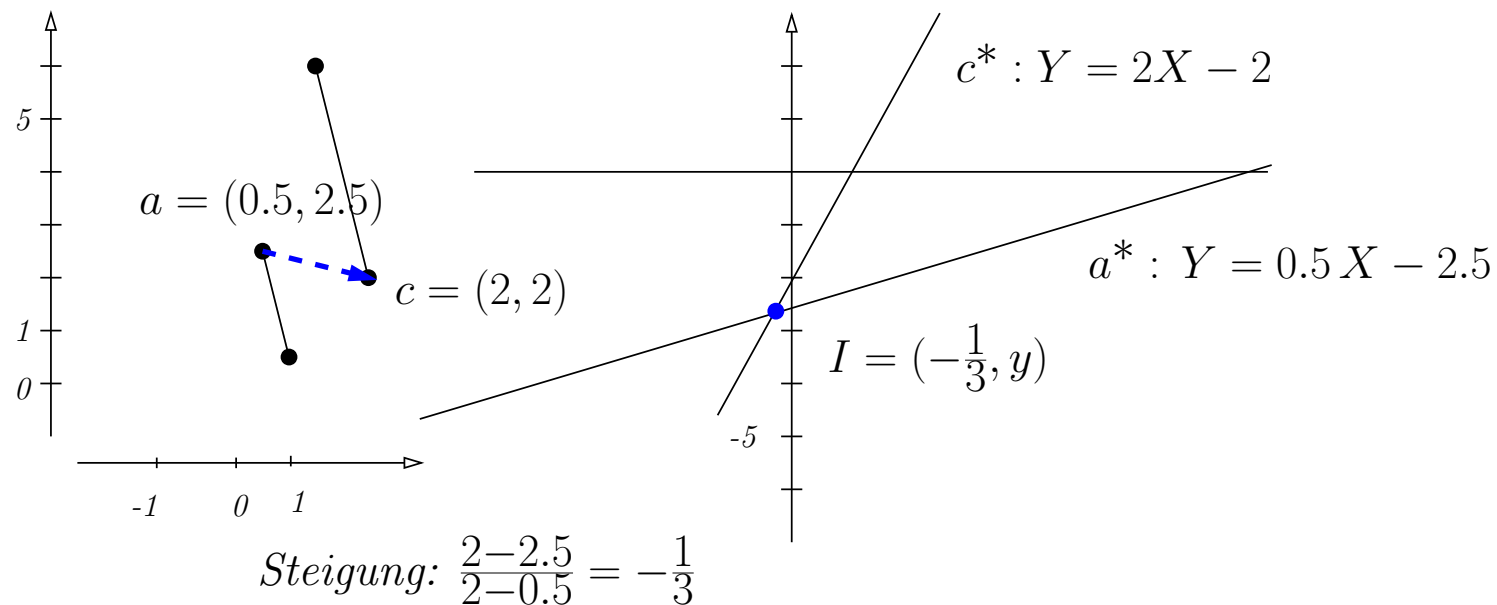
1. Ordnungserhaltende Abbildung zwischen geometrischen Objekten
2. Transformiere Punkt $p = (p_x, p_y)$ zu $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
3. Steigung zw. zwei Punkten $p = (p_x, p_y)$ und $q = (q_x, q_y)$, $p_x < q_x$
4. Ergebnis $\frac{q_y - p_y}{q_x - p_x}$!

Dualitätsprinzip

1. Ordnungserhaltende Abbildung zwischen geometrischen Objekten
2. Transformiere Punkt $p = (p_x, p_y)$ zu $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
3. Steigung zw. zwei Punkten $p = (p_x, p_y)$ und $q = (q_x, q_y)$, $p_x < q_x$
4. Ergebnis $\frac{q_y - p_y}{q_x - p_x}$! Entspricht X -Koordinate von $p^* \cap q^*$

Dualitätsprinzip

1. Ordnungserhaltende Abbildung zwischen geometrischen Objekten
2. Transformiere Punkt $p = (p_x, p_y)$ zu $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
3. Steigung zw. zwei Punkten $p = (p_x, p_y)$ und $q = (q_x, q_y)$, $p_x < q_x$
4. Ergebnis $\frac{q_y - p_y}{q_x - p_x}$! Entspricht X -Koordinate von $p^* \cap q^*$



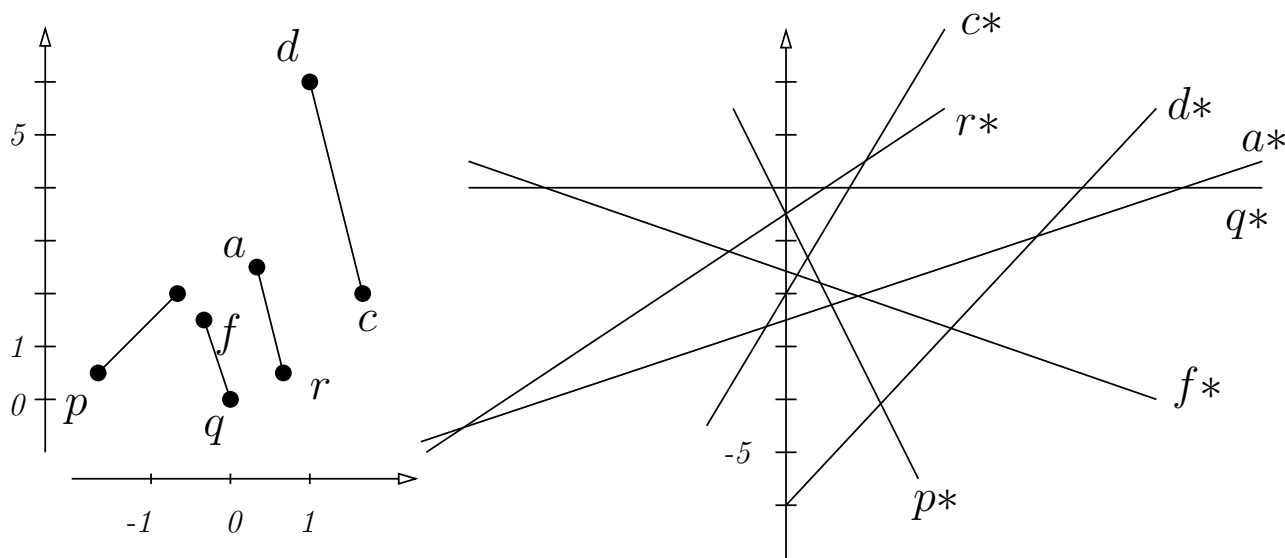
Dualitätsprinzip

Dualitätsprinzip

1. Transformiere alle Punkte $p = (p_x, p_y)$ zu $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$

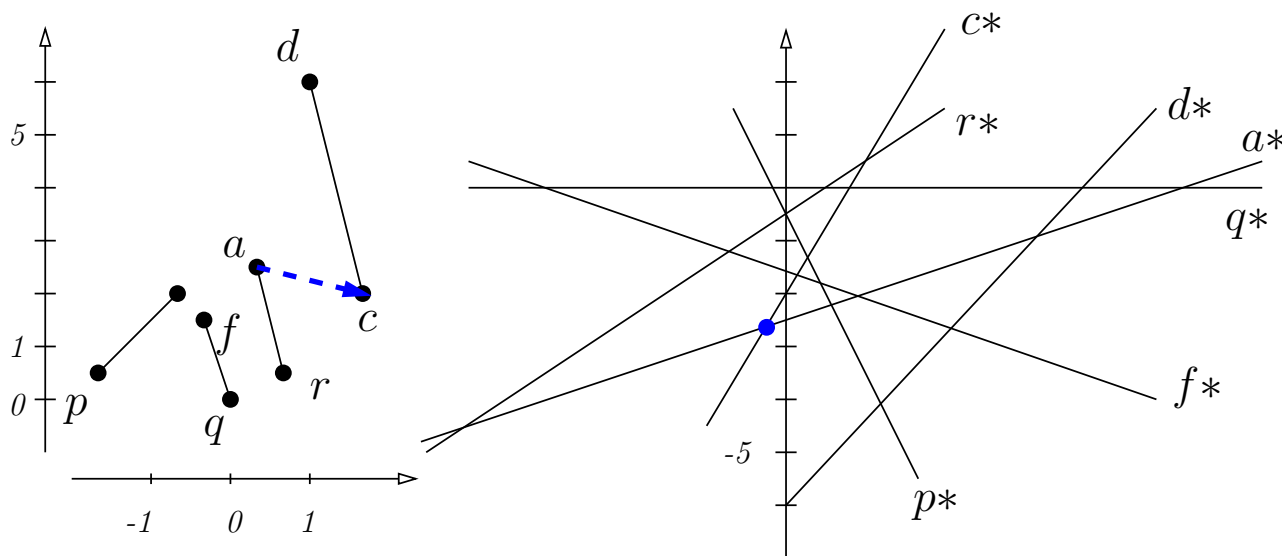
Dualitätsprinzip

1. Transformiere alle Punkte $p = (p_x, p_y)$ zu $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
2. Bearbeitungsreihenfolge: 2 Bedingungen



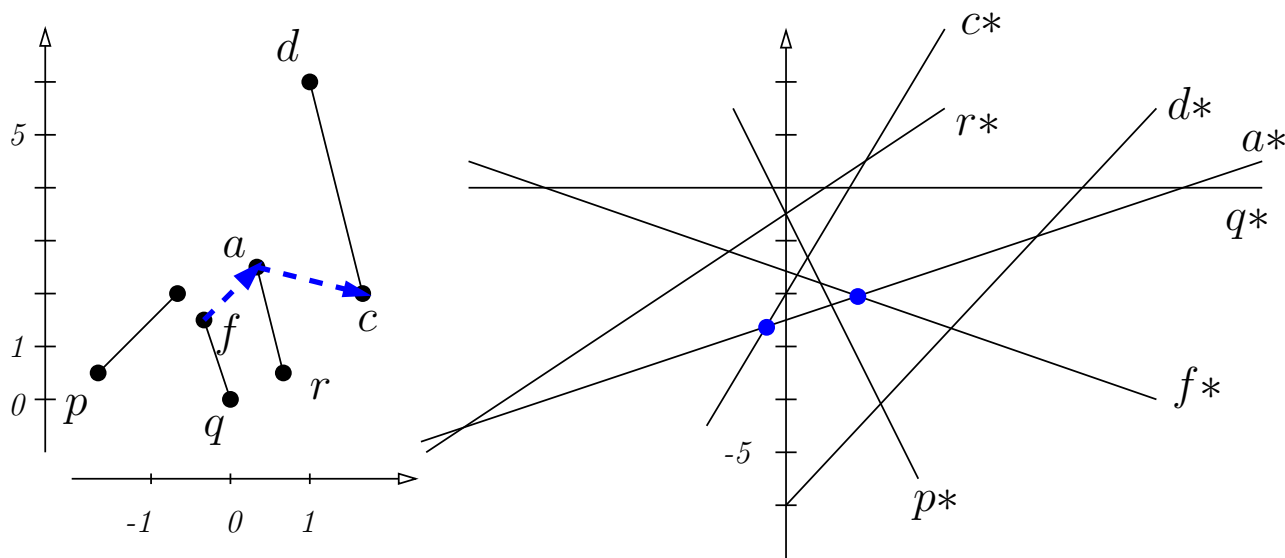
Dualitätsprinzip

1. Transformiere alle Punkte $p = (p_x, p_y)$ zu $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
2. Bearbeitungsreihenfolge: 2 Bedingungen
3. Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden einhalten



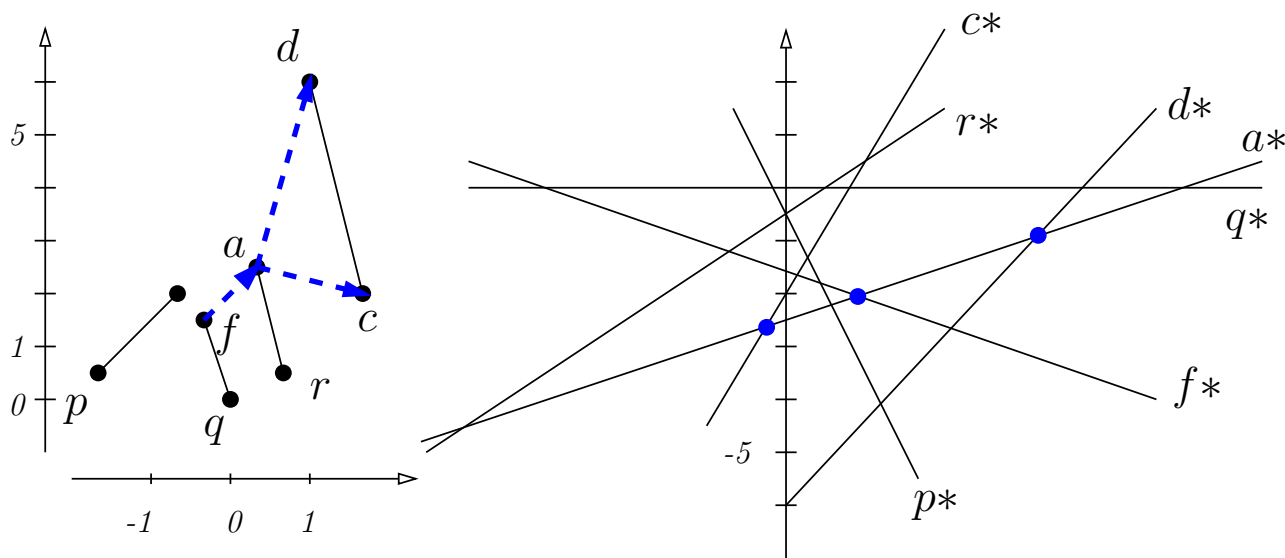
Dualitätsprinzip

1. Transformiere alle Punkte $p = (p_x, p_y)$ zu $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
2. Bearbeitungsreihenfolge: 2 Bedingungen
3. Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden einhalten



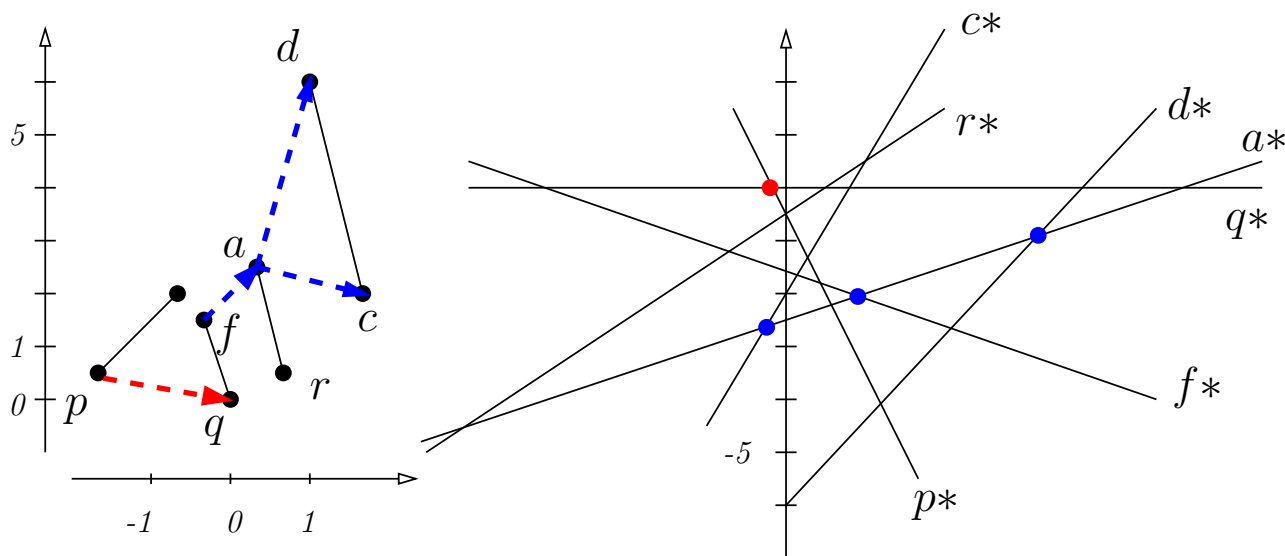
Dualitätsprinzip

1. Transformiere alle Punkte $p = (p_x, p_y)$ zu $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
2. Bearbeitungsreihenfolge: 2 Bedingungen
3. Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden einhalten



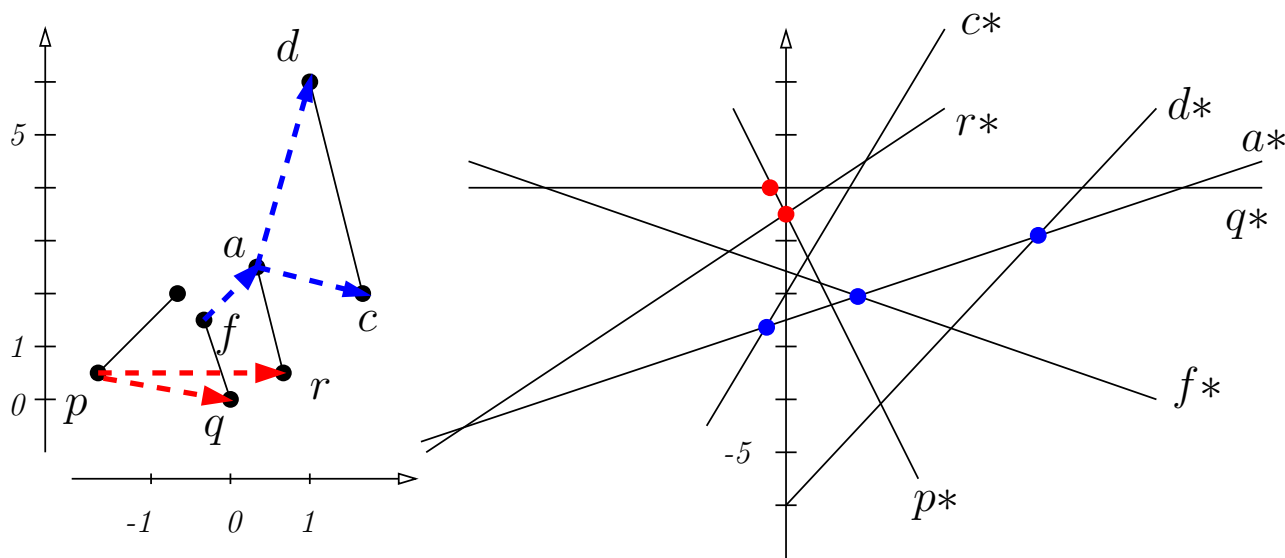
Dualitätsprinzip

1. Transformiere alle Punkte $p = (p_x, p_y)$ zu $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
2. Bearbeitungsreihenfolge: 2 Bedingungen
3. Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden einhalten



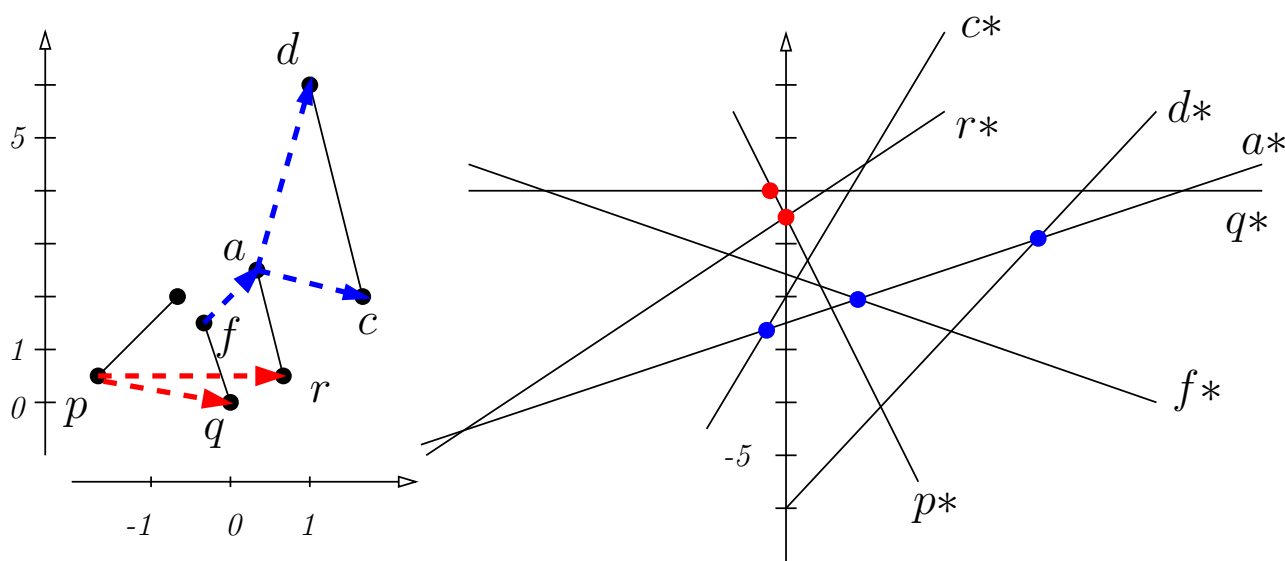
Dualitätsprinzip

1. Transformiere alle Punkte $p = (p_x, p_y)$ zu $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
2. Bearbeitungsreihenfolge: 2 Bedingungen
3. Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden einhalten



Dualitätsprinzip

1. Transformiere alle Punkte $p = (p_x, p_y)$ zu $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
2. Bearbeitungsreihenfolge: 2 Bedingungen
3. Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden einhalten



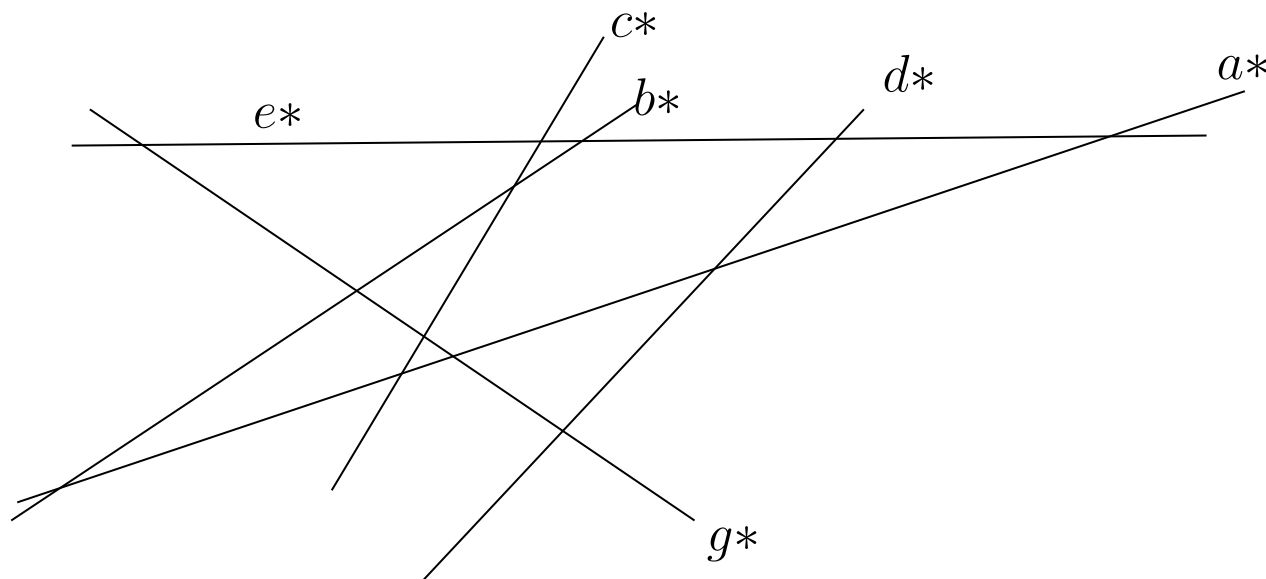
Arrangement von Geraden

Arrangement von Geraden

- Berechne die Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden

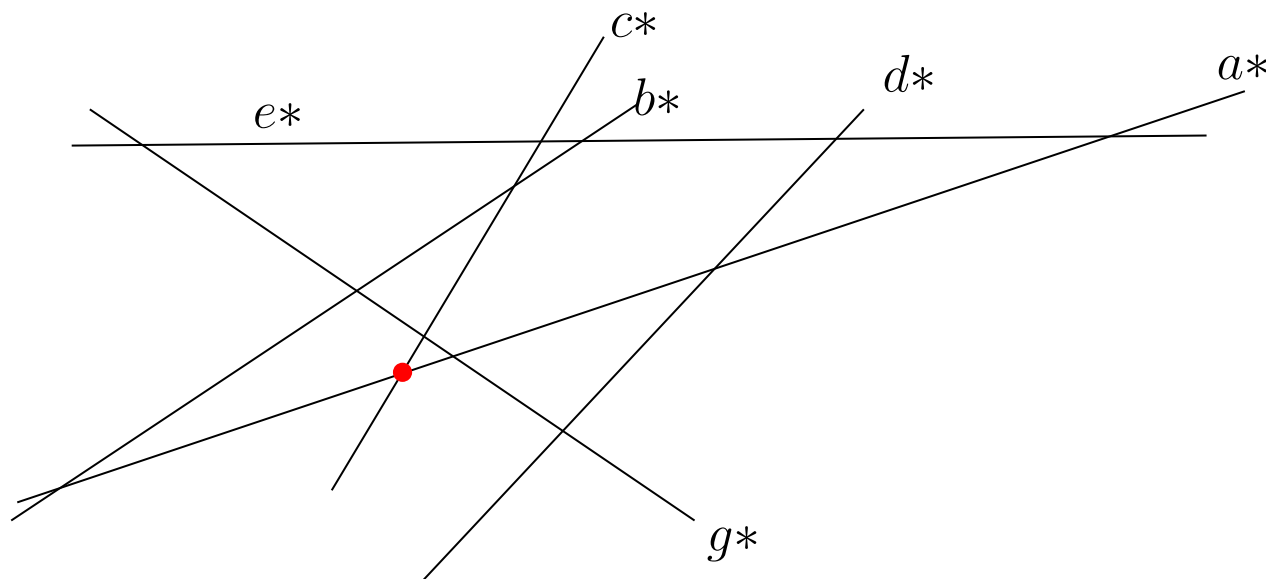
Arrangement von Geraden

- Berechne die Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden
- Nicht eindeutig!!



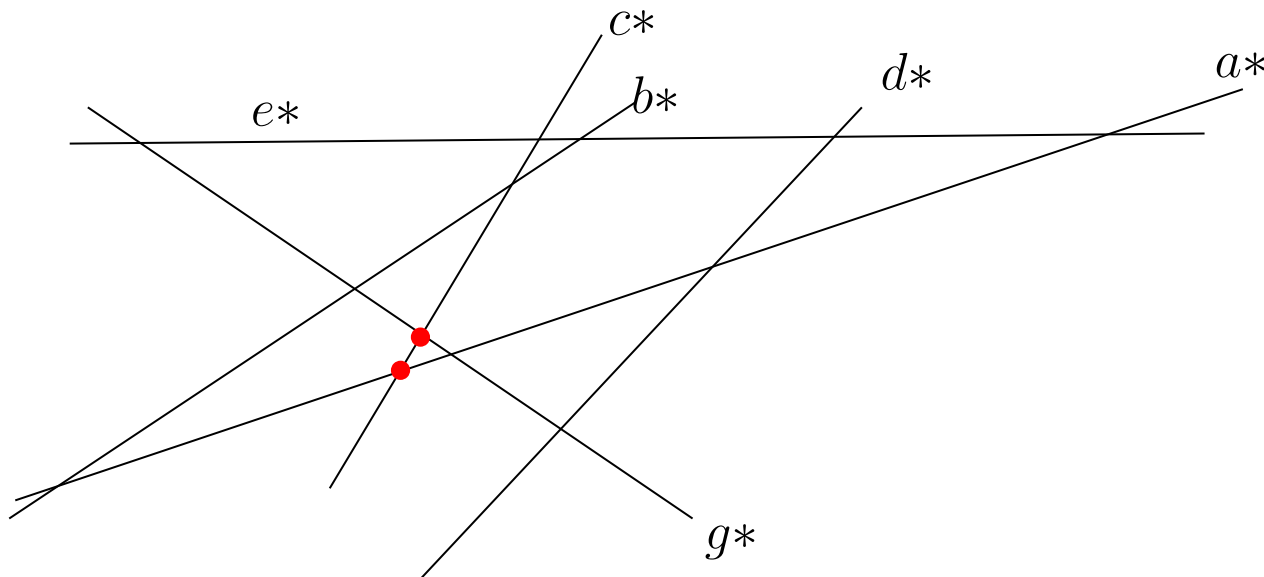
Arrangement von Geraden

- Berechne die Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden
- Nicht eindeutig!!
- $a^* \cap c^*$,



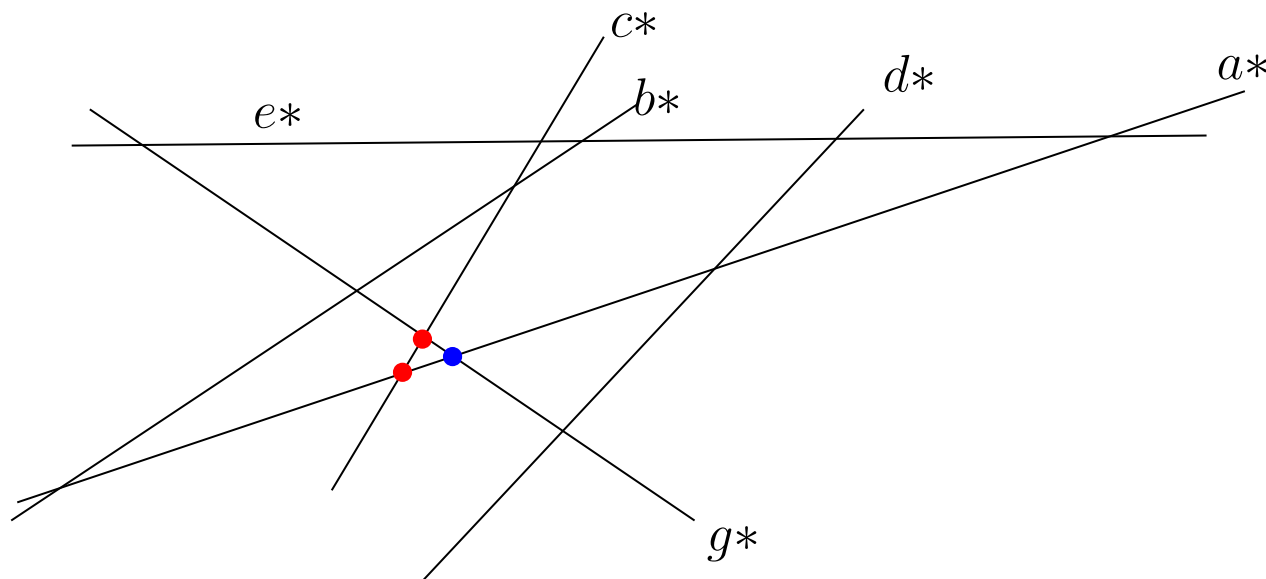
Arrangement von Geraden

- Berechne die Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden
- Nicht eindeutig!!
- $a^* \cap c^*$, $g^* \cap c^*$,



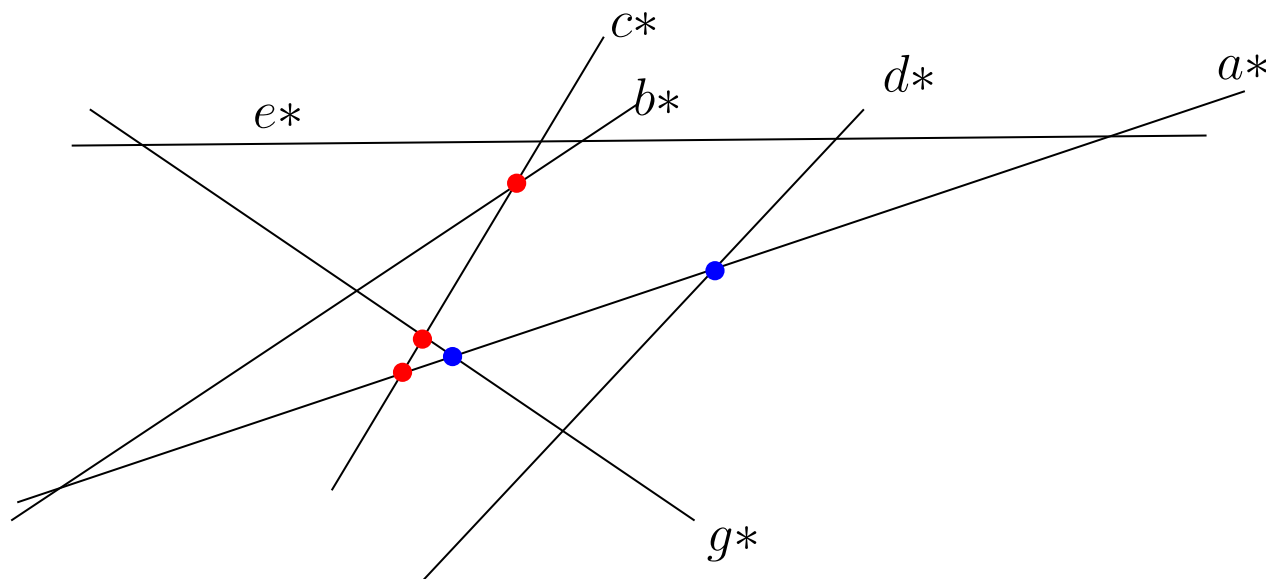
Arrangement von Geraden

- Berechne die Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden
- Nicht eindeutig!!
- $a^* \cap c^*$, $g^* \cap c^*$, $g^* \cap a^*$,



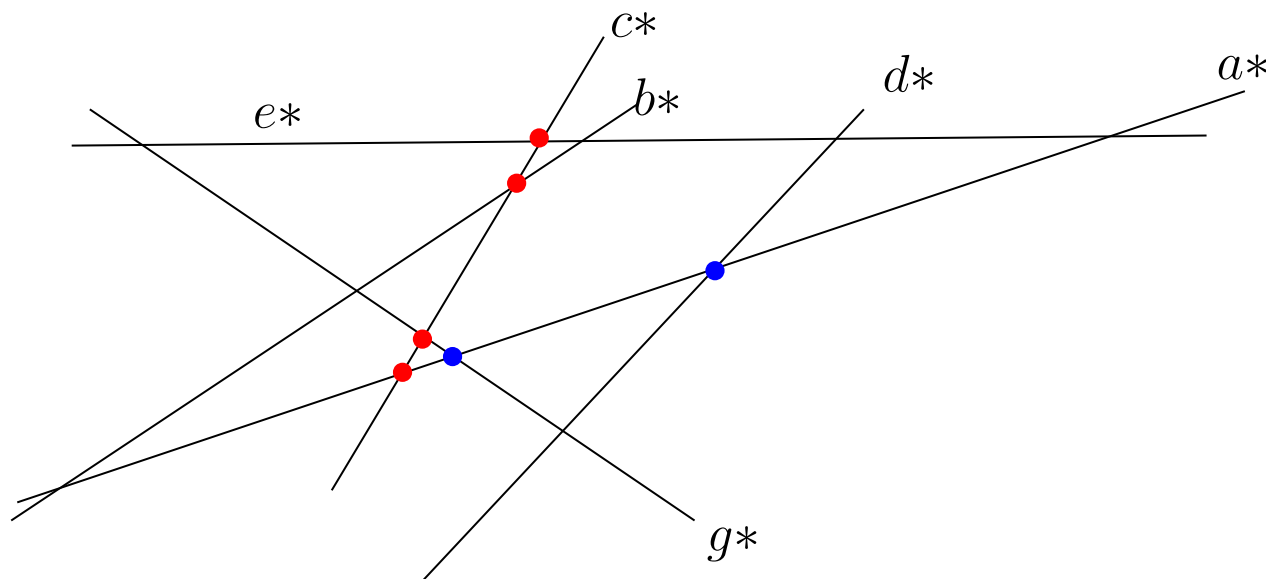
Arrangement von Geraden

- Berechne die Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden
- Nicht eindeutig!!
- $a^* \cap c^*$, $g^* \cap c^*$, $g^* \cap a^*$, $c^* \cap b^*$, $a^* \cap d^*$,



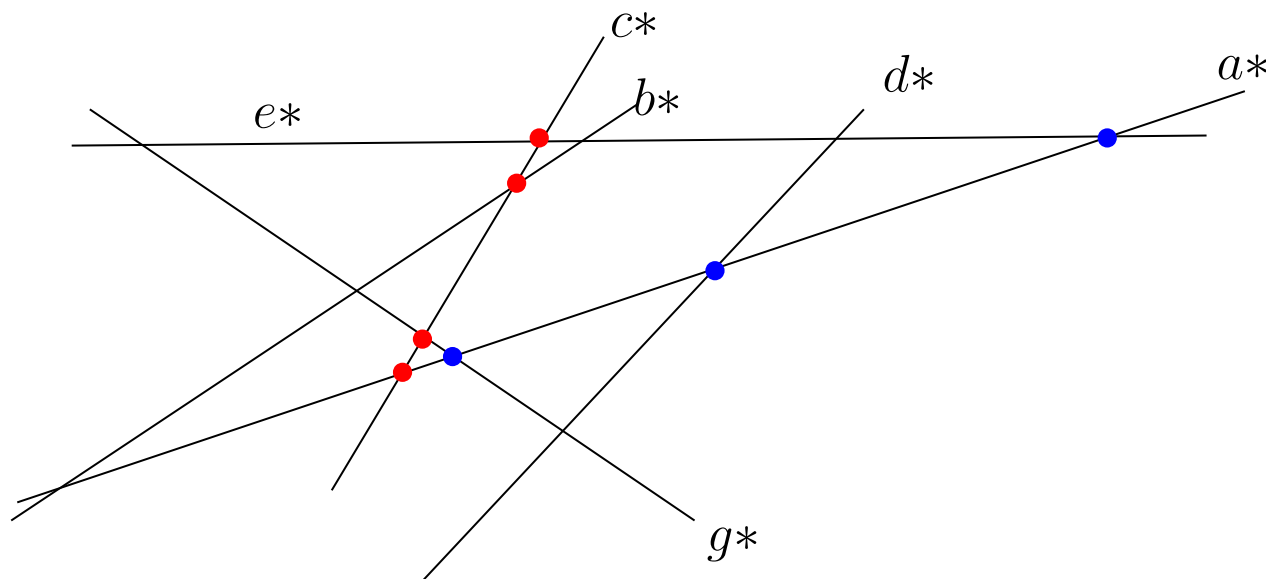
Arrangement von Geraden

- Berechne die Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden
- Nicht eindeutig!!
- $a^* \cap c^*$, $g^* \cap c^*$, $g^* \cap a^*$, $c^* \cap b^*$, $a^* \cap d^*$, $c^* \cap e^*$,

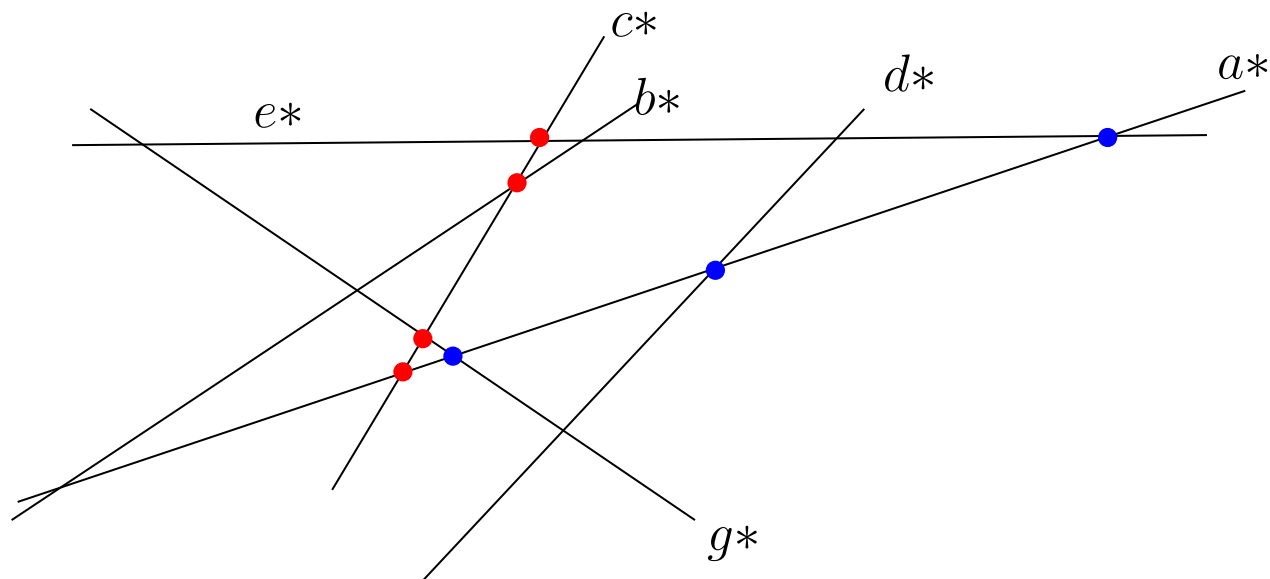


Arrangement von Geraden

- Berechne die Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden
- Nicht eindeutig!!
- $a^* \cap c^*$, $g^* \cap c^*$, $g^* \cap a^*$, $c^* \cap b^*$, $a^* \cap d^*$, $c^* \cap e^*$, $a^* \cap e^*$

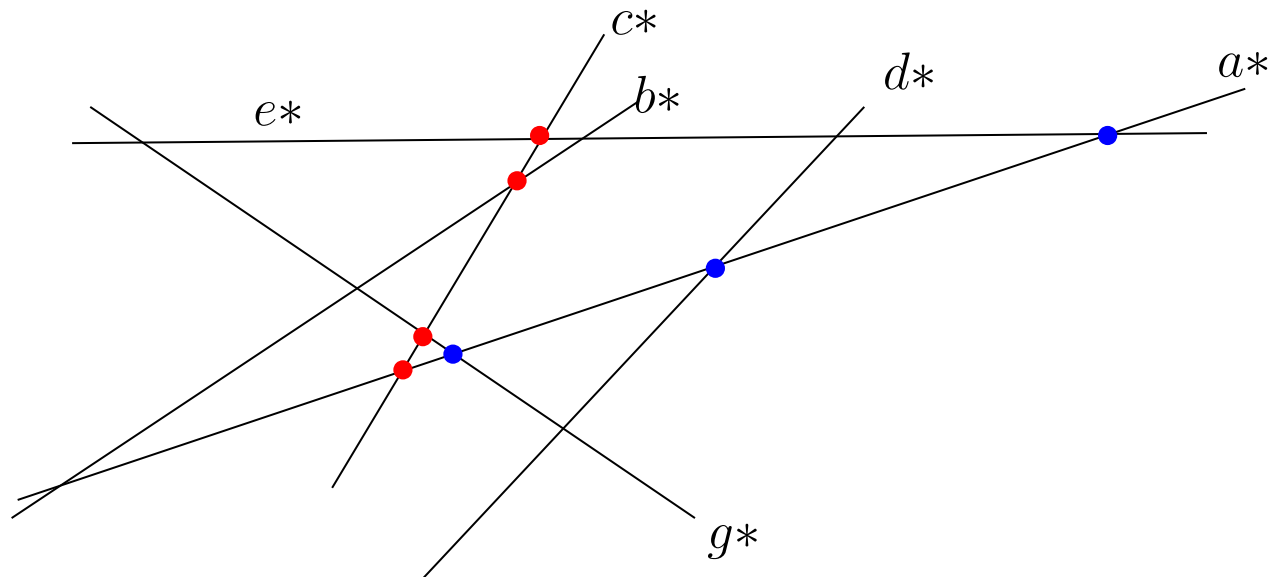


Neue Aufgabe für Arrangement von Geraden



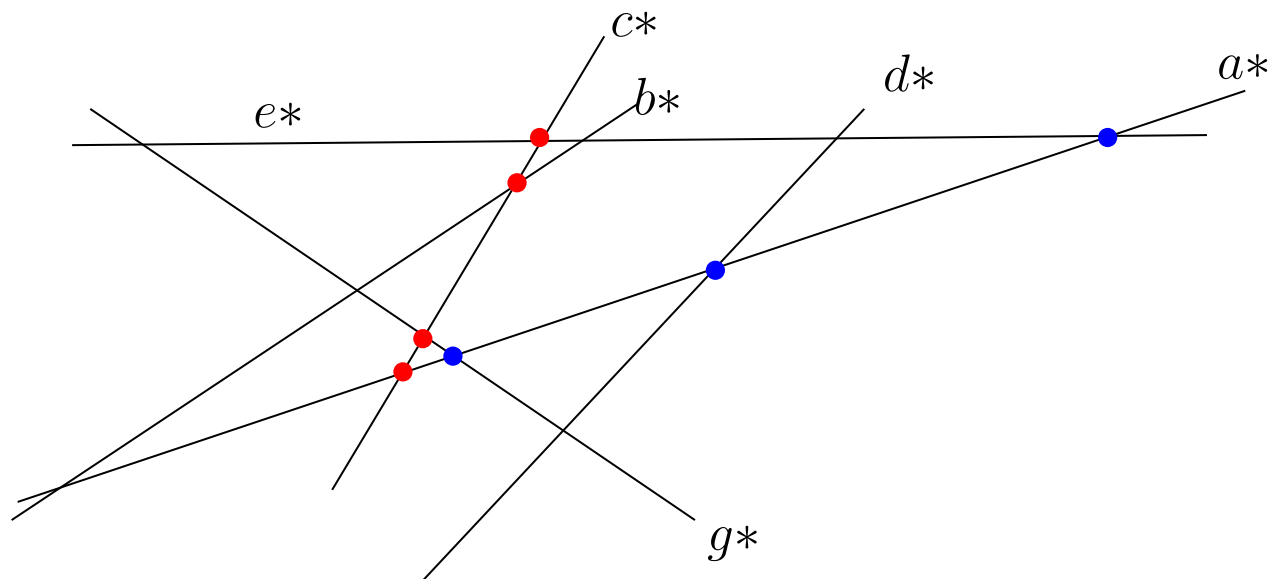
Neue Aufgabe für Arrangement von Geraden

- Berechne Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang jeder Geraden



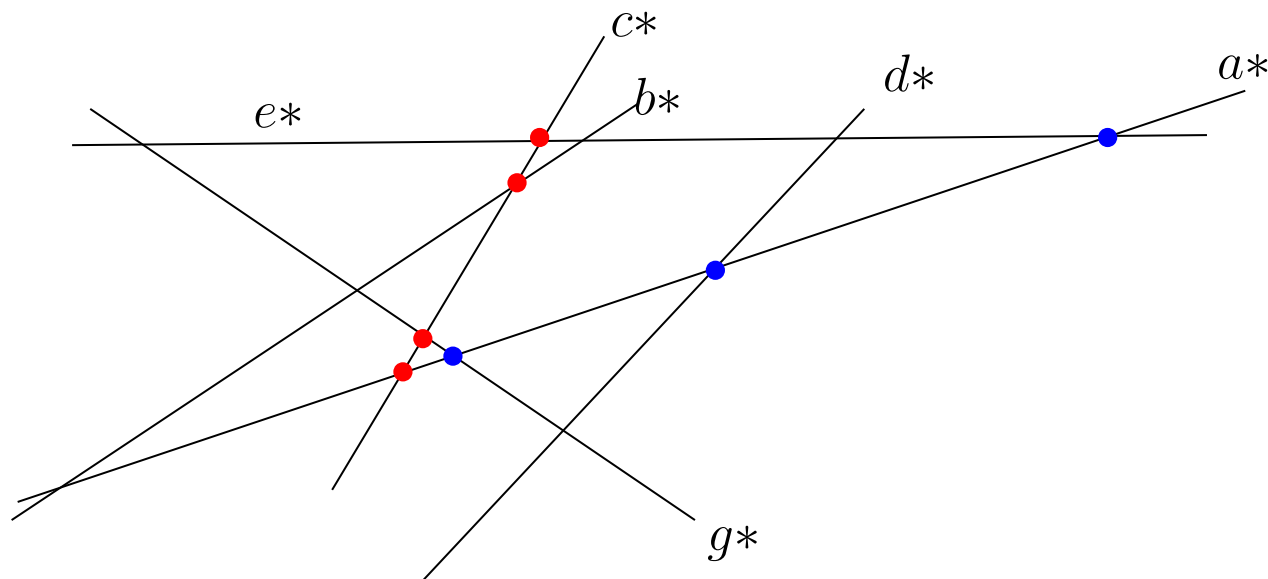
Neue Aufgabe für Arrangement von Geraden

- Berechne Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang jeder Geraden
- Naiv!



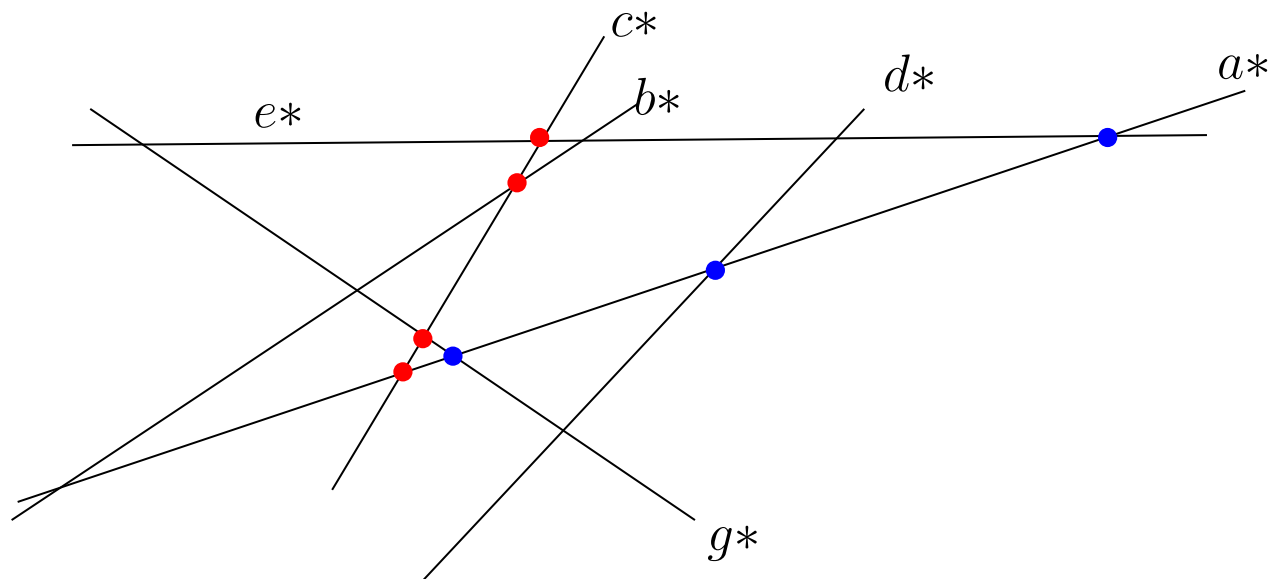
Neue Aufgabe für Arrangement von Geraden

- Berechne Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang jeder Geraden
- Naiv! n^2 Schnittpunkte sortieren:



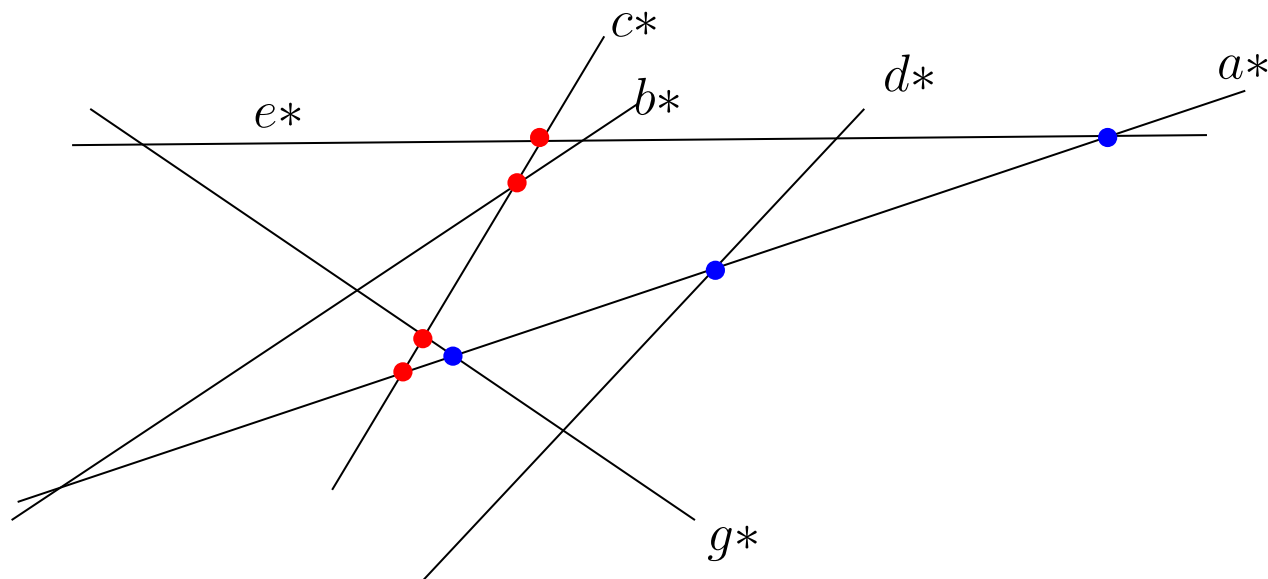
Neue Aufgabe für Arrangement von Geraden

- Berechne Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang jeder Geraden
- Naiv! n^2 Schnittpunkte sortieren: $O(n^2 \log n)$



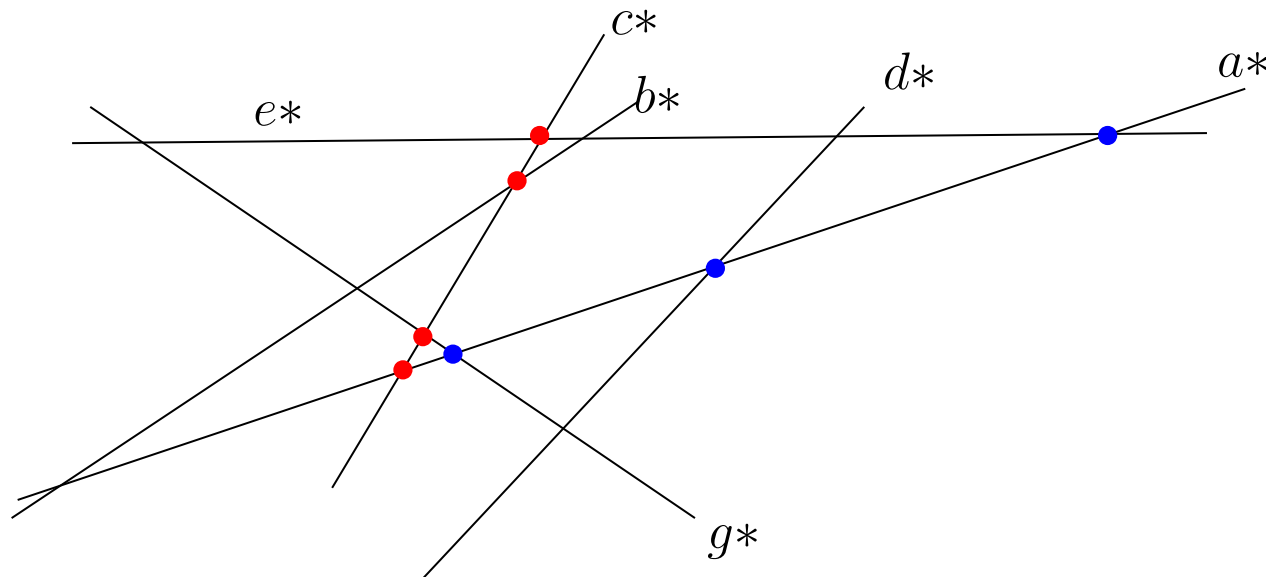
Neue Aufgabe für Arrangement von Geraden

- Berechne Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang jeder Geraden
- Naiv! n^2 Schnittpunkte sortieren: $O(n^2 \log n)$
- Sweep mit Sweep-Gerade: $O((n + k) \log n)$, $k \in \Omega(n^2)$



Neue Aufgabe für Arrangement von Geraden

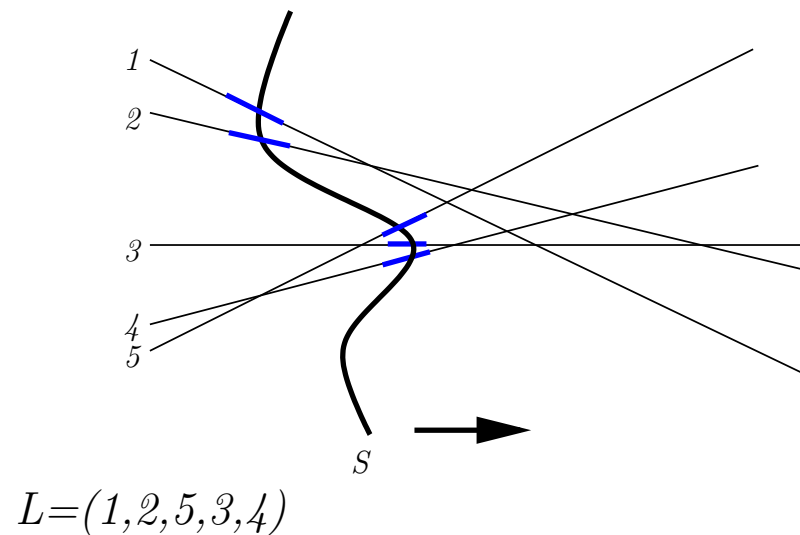
- Berechne Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang jeder Geraden
- Naiv! n^2 Schnittpunkte sortieren: $O(n^2 \log n)$
- Sweep mit Sweep-Gerade: $O((n + k) \log n)$, $k \in \Omega(n^2)$
- Idee: Keine volle Ordnung, Sweep mit Pseudogeraden



Sweep mit Pseudogeraden

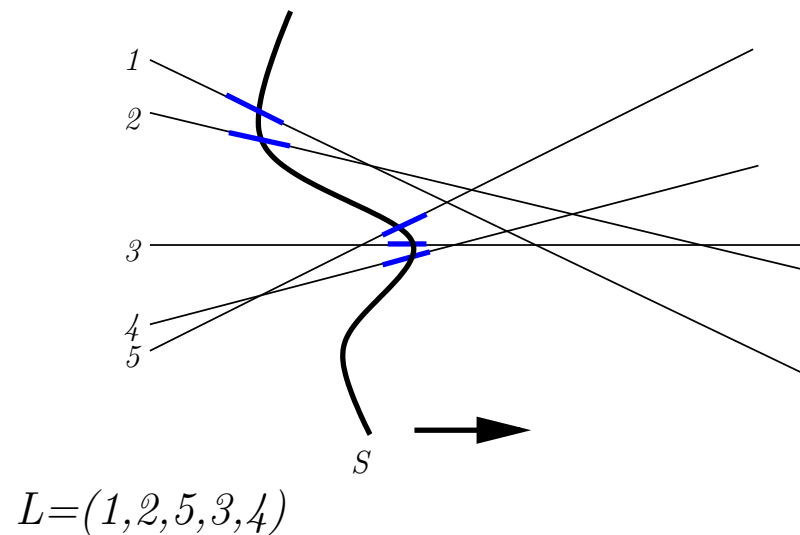
Sweep mit Pseudogeraden

- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal



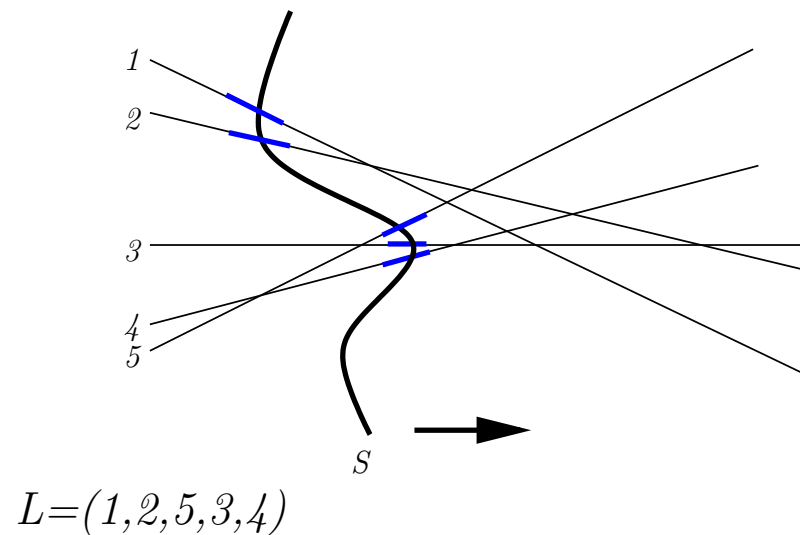
Sweep mit Pseudogeraden

- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal
- Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang aller Geraden



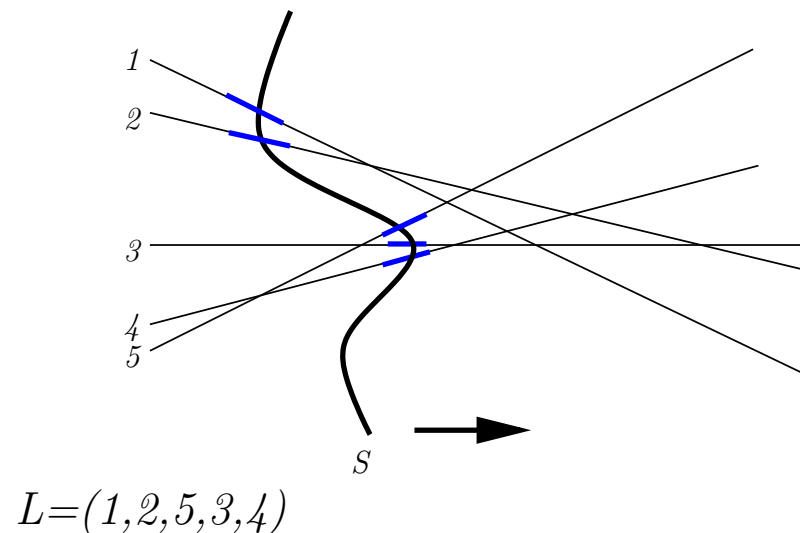
Sweep mit Pseudogeraden

- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal
- Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang aller Geraden
- Hebe Pseudogerade über angrenzenden Schnittpunkt: Ausgabe!



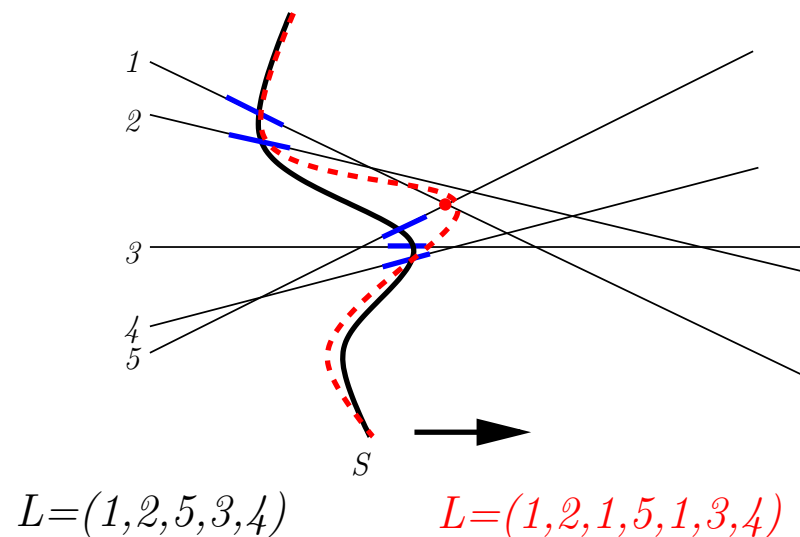
Sweep mit Pseudogeraden

- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal
- Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang aller Geraden
- Hebe Pseudogerade über angrenzenden Schnittpunkt: Ausgabe!
- Welche Möglichkeiten?



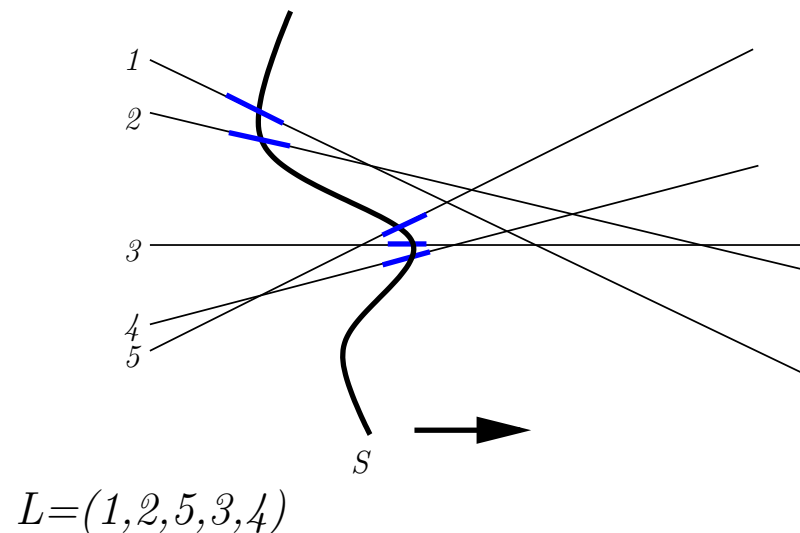
Sweep mit Pseudogeraden

- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal
- Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang aller Geraden
- Hebe Pseudogerade über angrenzenden Schnittpunkt: Ausgabe!
- Welche Möglichkeiten?



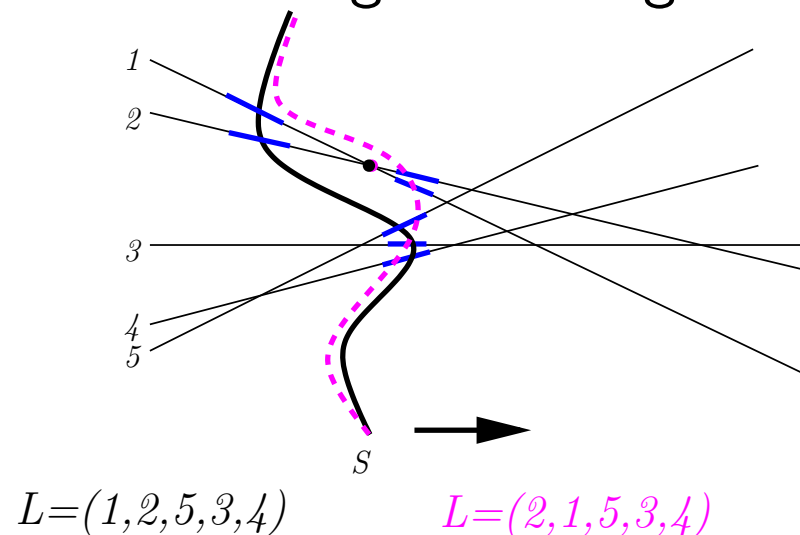
Sweep mit Pseudogeraden

- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal
- Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang aller Geraden
- Hebe Pseudogerade über angrenzenden Schnittpunkt: Ausgabe!
- Welche Möglichkeiten?



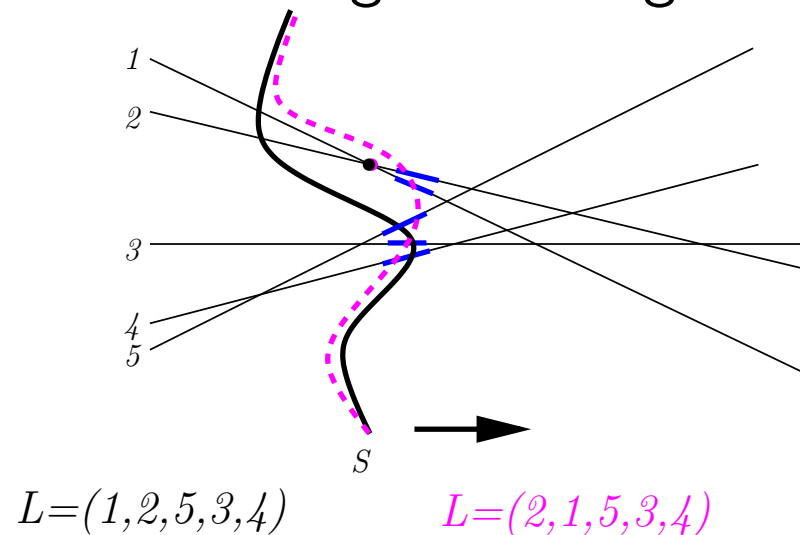
Sweep mit Pseudogeraden

- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal
- Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang aller Geraden
- Hebe Pseudogerade über angrenzenden Schnittpunkt: Ausgabe!
- Welche Möglichkeiten?
- Pseudogerade Bed. \Leftrightarrow Ausgabe richtige Reihenfolge



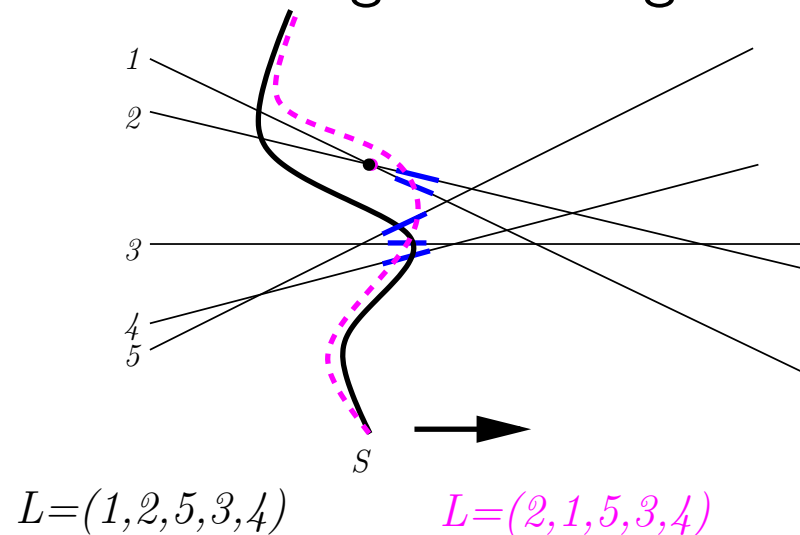
Sweep mit Pseudogeraden

- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal
- Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang aller Geraden
- Hebe Pseudogerade über angrenzenden Schnittpunkt: Ausgabe!
- Welche Möglichkeiten?
- Pseudogerade Bed. \Leftrightarrow Ausgabe richtige Reihenfolge



Sweep mit Pseudogeraden

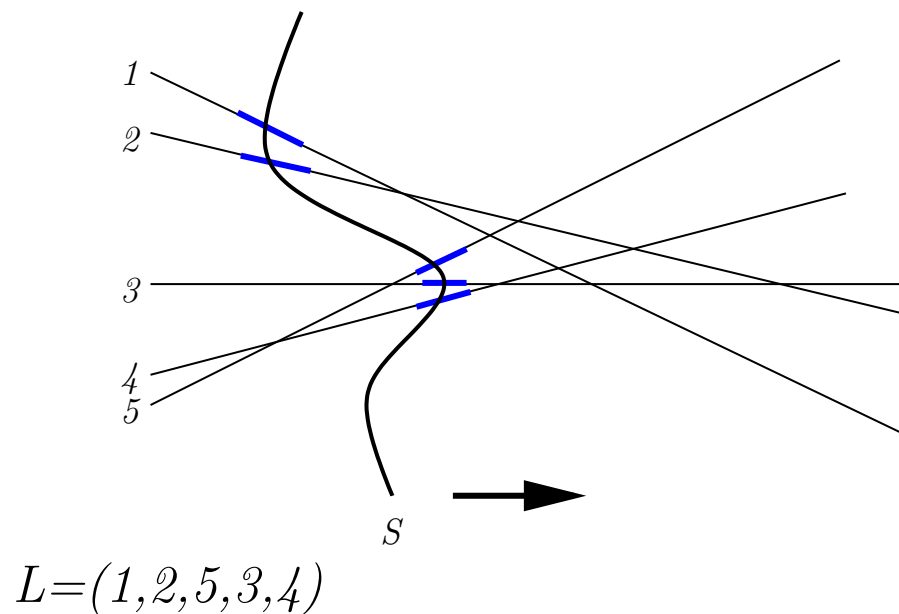
- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal
- Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang aller Geraden
- Hebe Pseudogerade über angrenzenden Schnittpunkt: Ausgabe!
- Welche Möglichkeiten?
- Pseudogerade Bed. \Leftrightarrow Ausgabe richtige Reihenfolge



Sweep mit Pseudogeraden

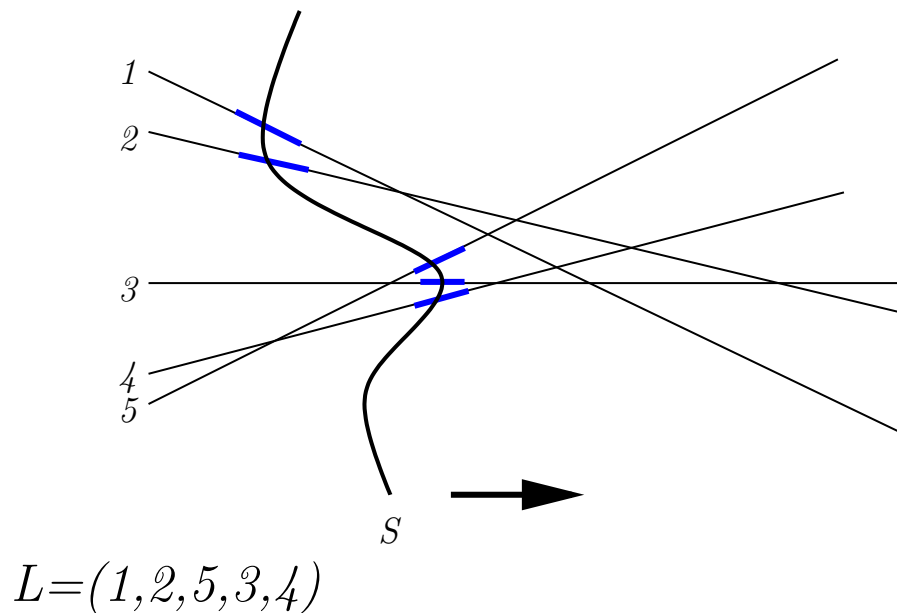
Sweep mit Pseudogeraden

- Jede Gerade genau einmal schneiden,



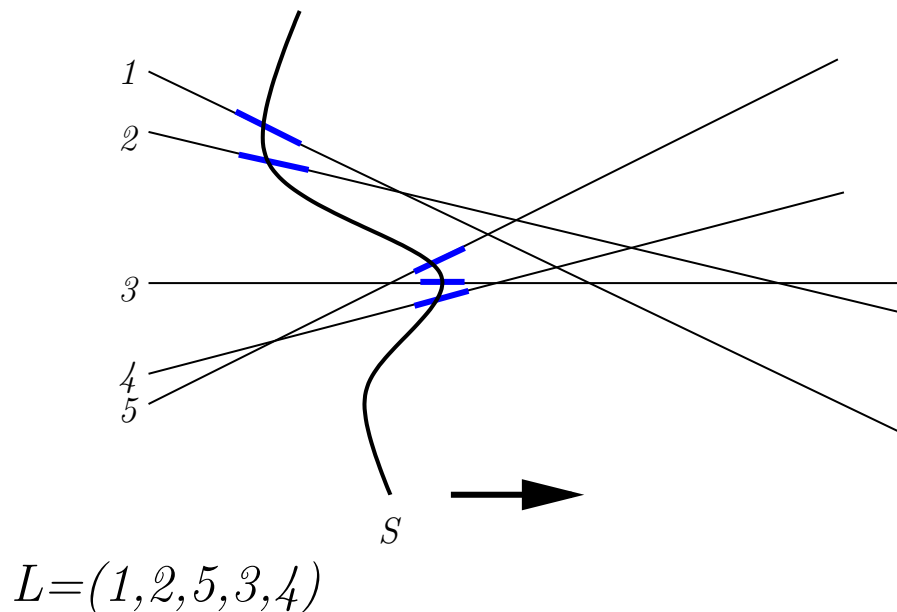
Sweep mit Pseudogeraden

- Jede Gerade genau einmal schneiden, nächster SP



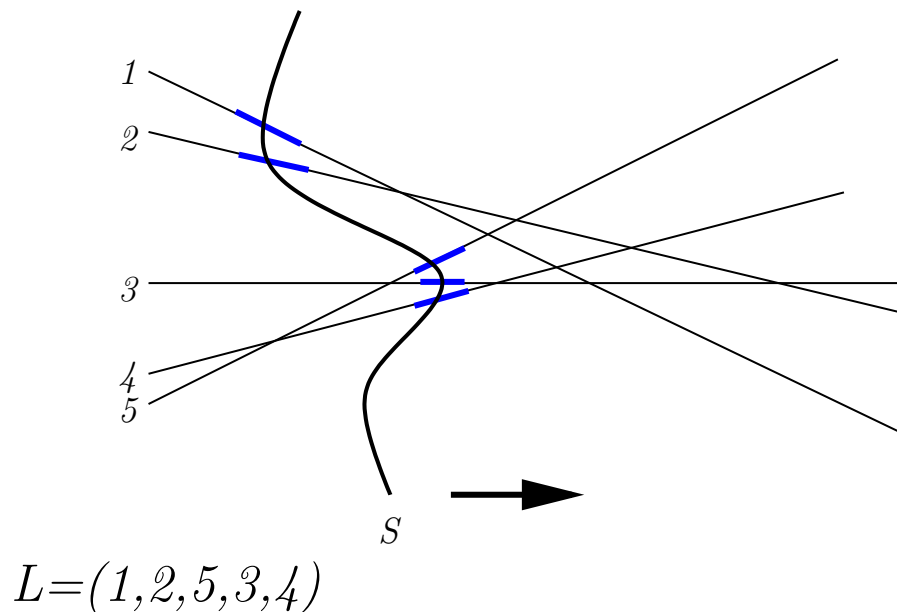
Sweep mit Pseudogeraden

- Jede Gerade genau einmal schneiden, nächster SP
- Bedingung einhalten \Leftrightarrow Reihenfolge SP entlang jeder Geraden



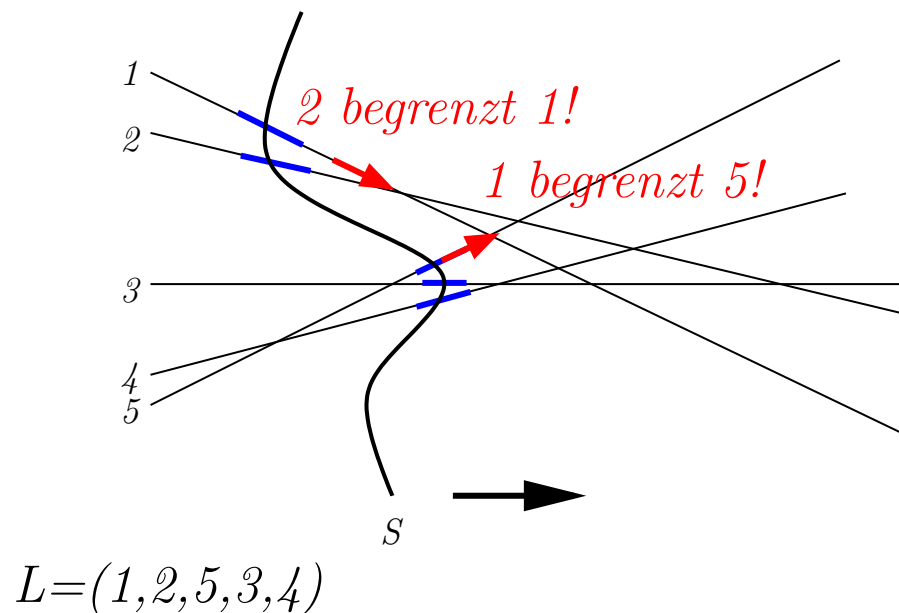
Sweep mit Pseudogeraden

- Jede Gerade genau einmal schneiden, nächster SP
- Bedingung einhalten \Leftrightarrow Reihenfolge SP entlang jeder Geraden
- Auswahl? **Begrenzungen** ermitteln



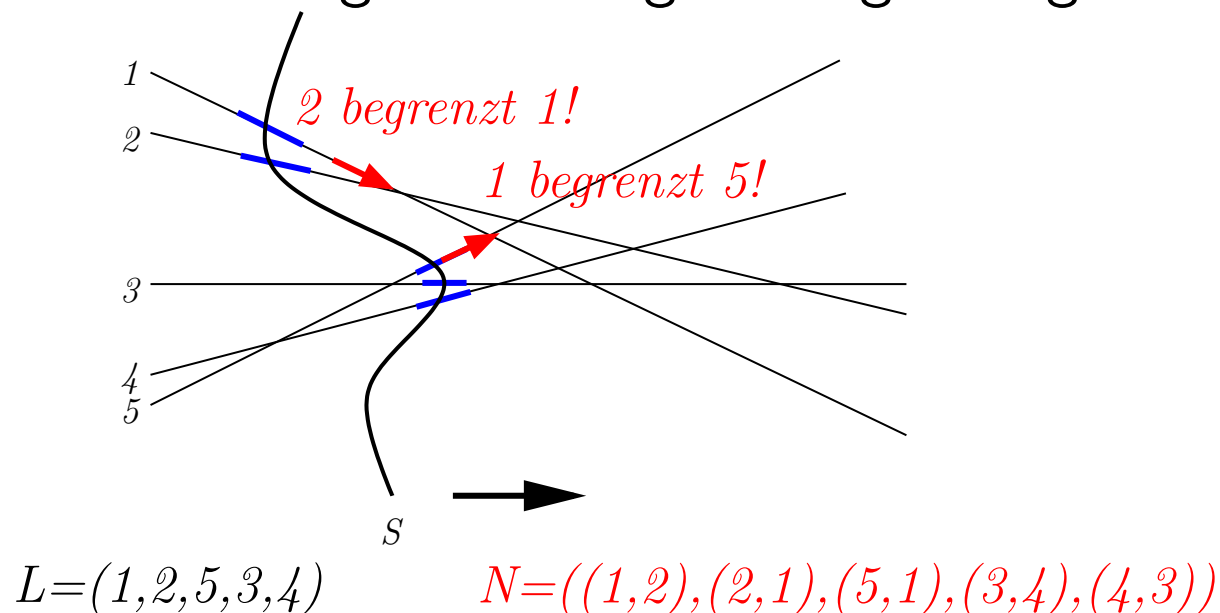
Sweep mit Pseudogeraden

- Jede Gerade genau einmal schneiden, nächster SP
- Bedingung einhalten \Leftrightarrow Reihenfolge SP entlang jeder Geraden
- Auswahl? **Begrenzungen** ermitteln
- Wodurch wird Gerade nach rechts begrenzt? Liste N



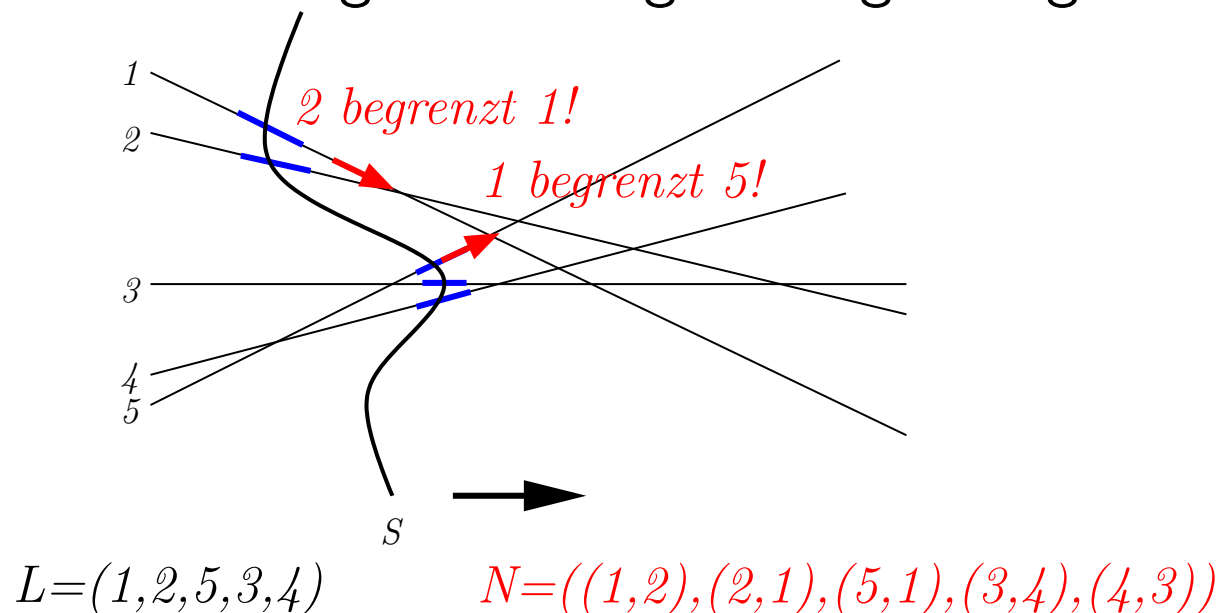
Sweep mit Pseudogeraden

- Jede Gerade genau einmal schneiden, nächster SP
- Bedingung einhalten \Leftrightarrow Reihenfolge SP entlang jeder Geraden
- Auswahl? **Begrenzungen** ermitteln
- Wodurch wird Gerade nach rechts begrenzt? Liste N
- Kandidaten mit gleicher Begrenzung sind genau richtig!!



Sweep mit Pseudogeraden

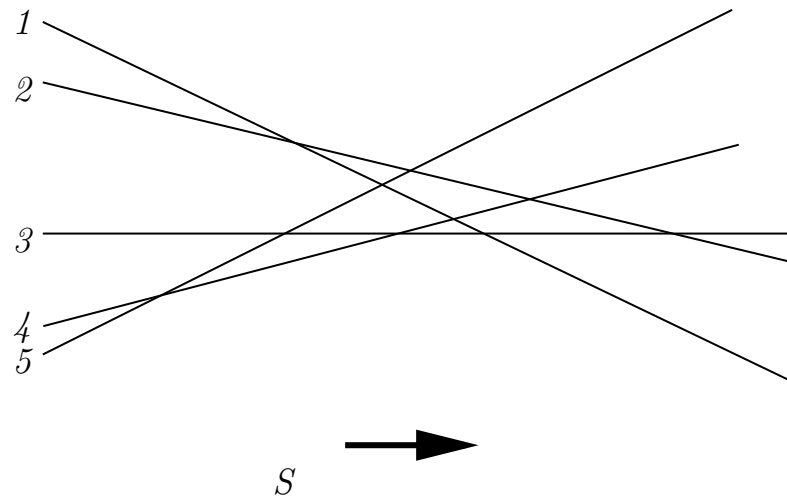
- Jede Gerade genau einmal schneiden, nächster SP
- Bedingung einhalten \Leftrightarrow Reihenfolge SP entlang jeder Geraden
- Auswahl? **Begrenzungen** ermitteln
- Wodurch wird Gerade nach rechts begrenzt? Liste N
- Kandidaten mit gleicher Begrenzung sind genau richtig!!



Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

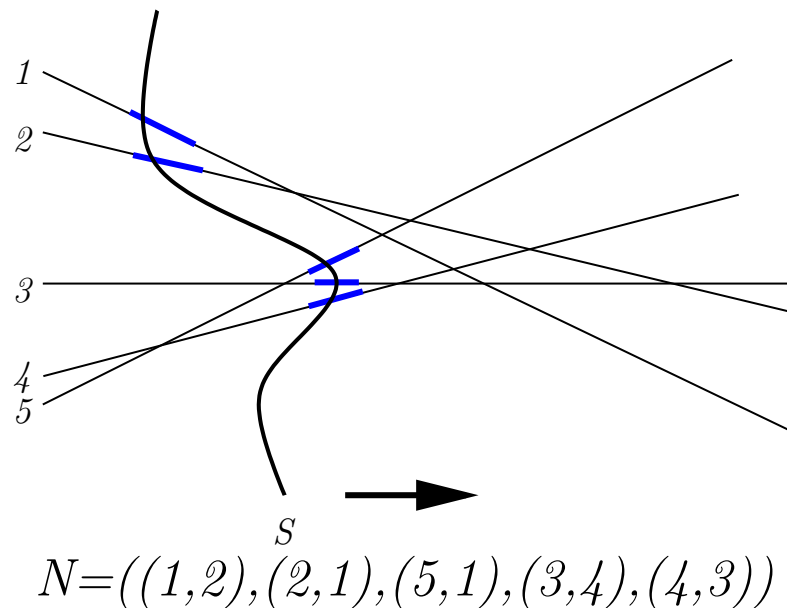
Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste N!



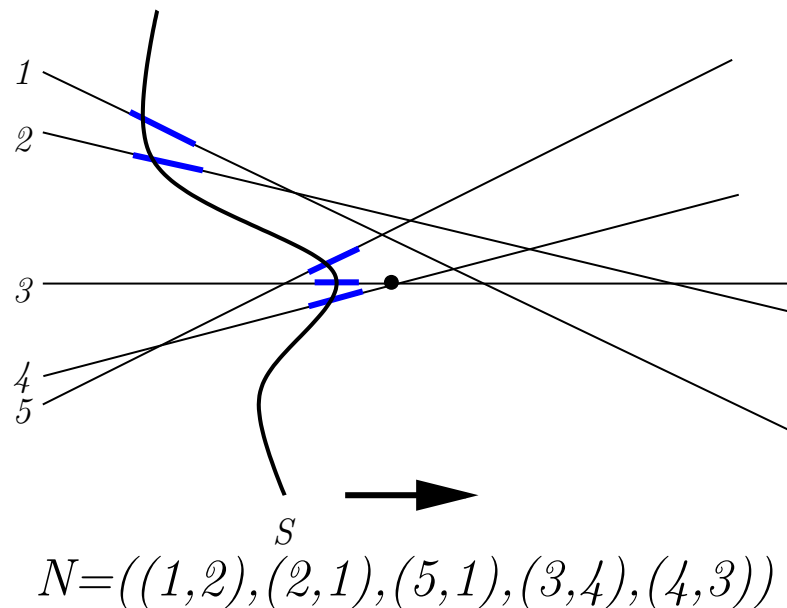
Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste N !
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)



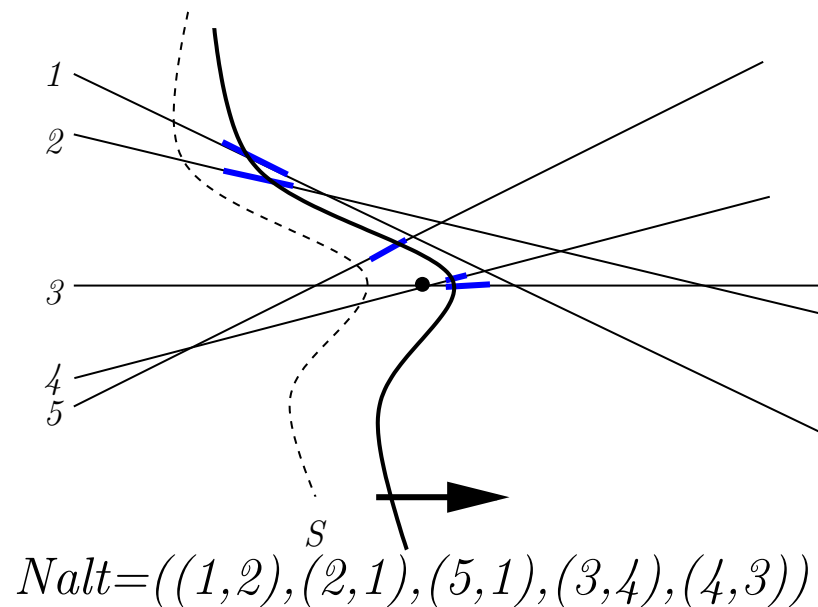
Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste N !
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)
- Liste N aktualisieren bei nächstem Vorgang



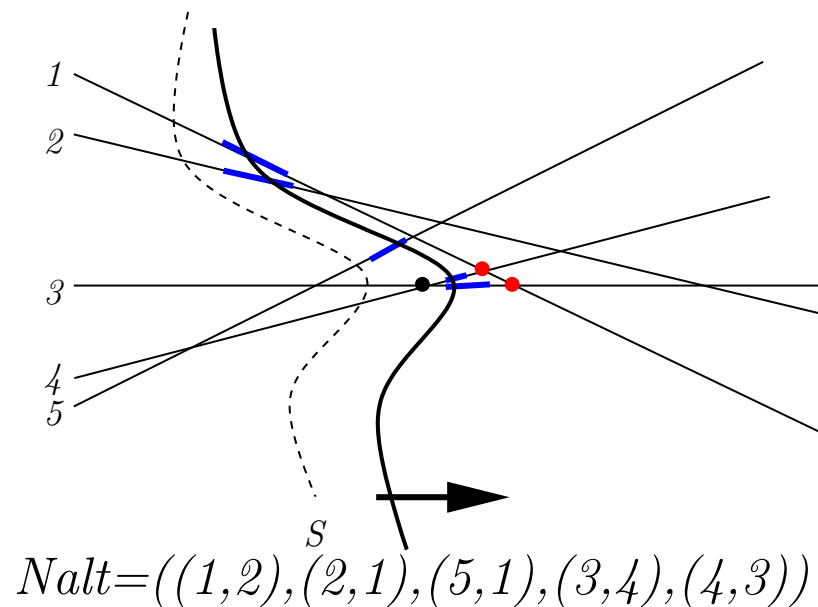
Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste N!
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)
- Liste N aktualisieren bei nächstem Vorgang
- Neue Beschränkung zwei Geraden, mit spezieller Datenstruktur



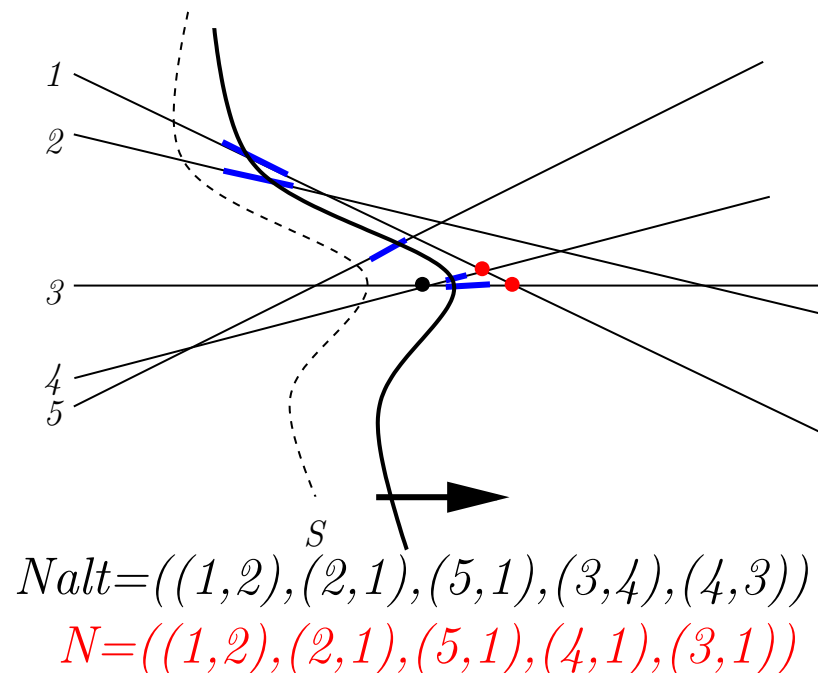
Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste N !
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)
- Liste N aktualisieren bei nächstem Vorgang
- Neue Beschränkung zwei Geraden, mit spezieller Datenstruktur

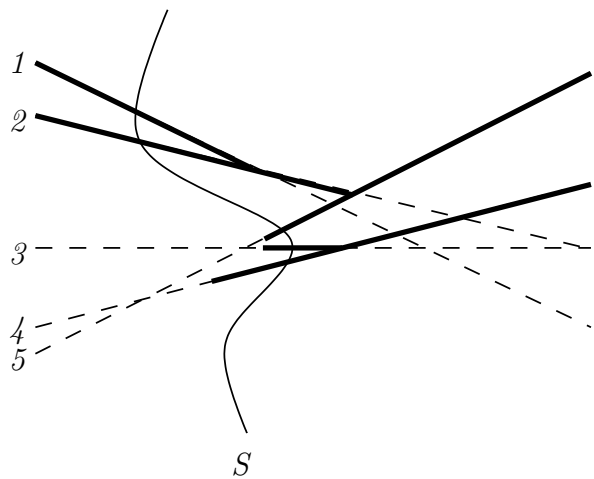


Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

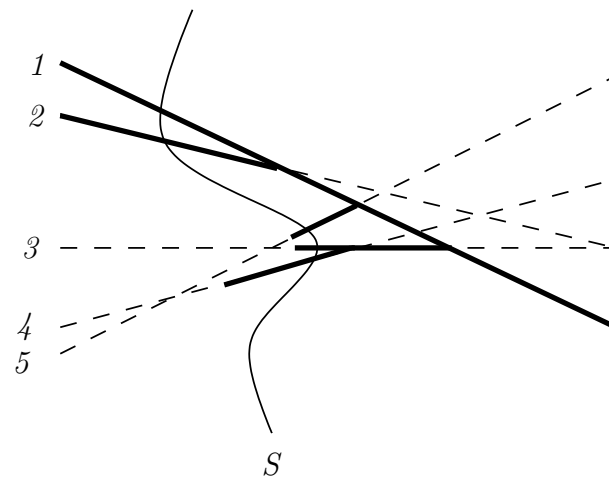
- Kandidatenliste N !
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)
- Liste N aktualisieren bei nächstem Vorgang
- Neue Beschränkung zwei Geraden, mit spezieller Datenstruktur



Datenstruktur Horizontbäume



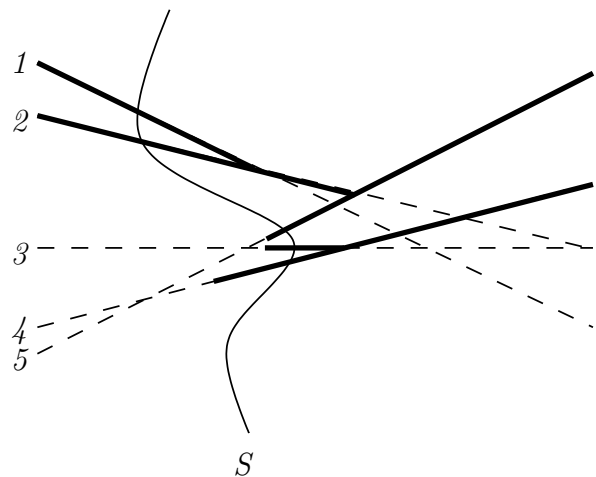
Oberer Horizontbaum



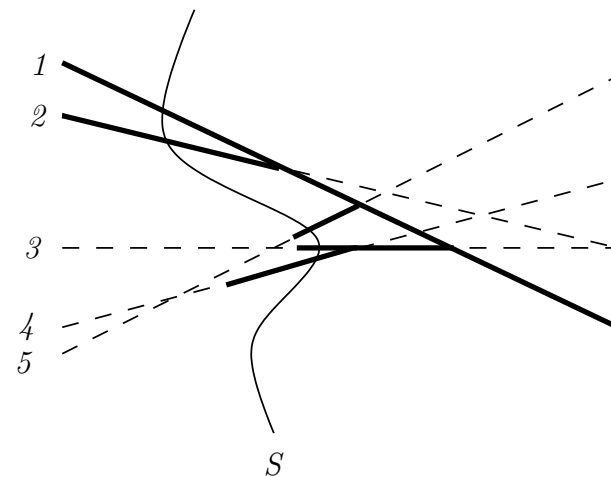
Unterer Horizontbaum

Datenstruktur Horizontbäume

- Arrangement und Pseudogerade mit Ordnung



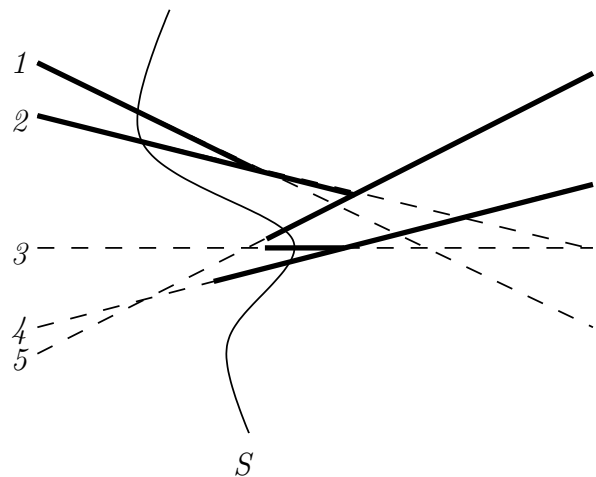
Oberer Horizontbaum



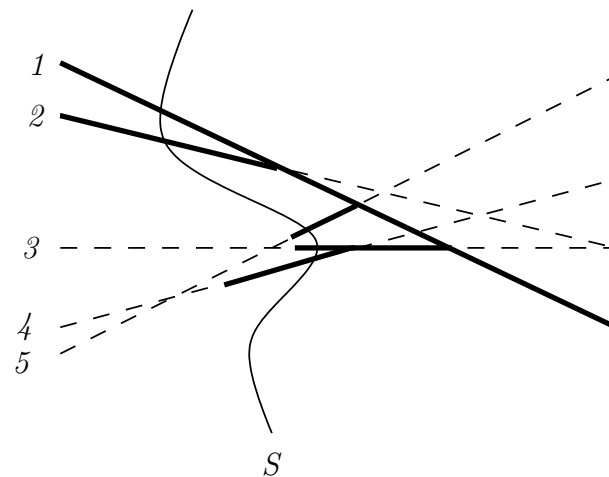
Unterer Horizontbaum

Datenstruktur Horizontbäume

- Arrangement und Pseudogerade mit Ordnung
- Verlängere die Geraden stets noch Oben/Unten



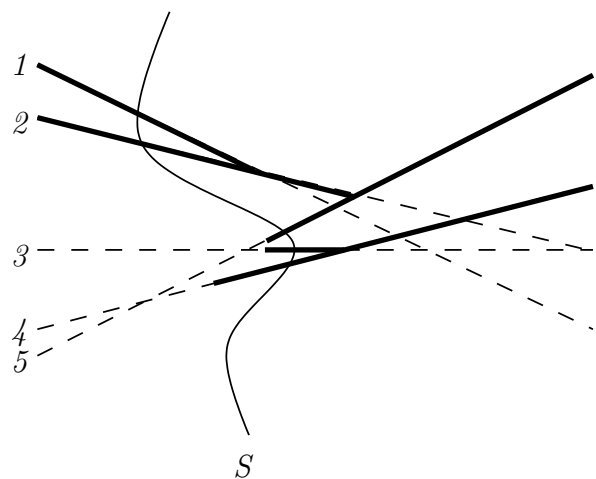
Oberer Horizontbaum



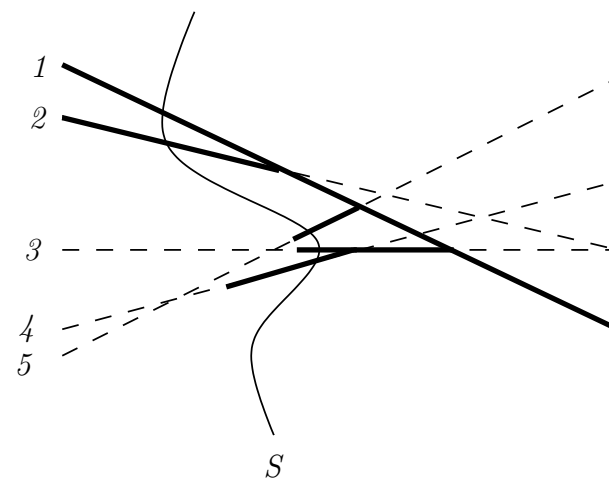
Unterer Horizontbaum

Datenstruktur Horizontbäume

- Arrangement und Pseudogerade mit Ordnung
- Verlängere die Geraden stets noch Oben/Unten
- Immer an nächstem Schnittpunkt



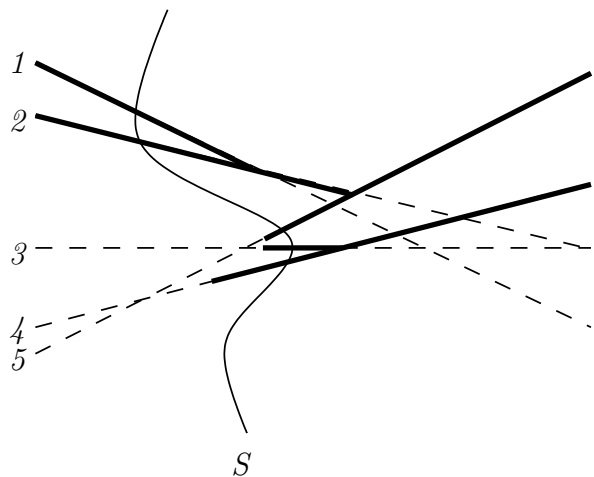
Oberer Horizontbaum



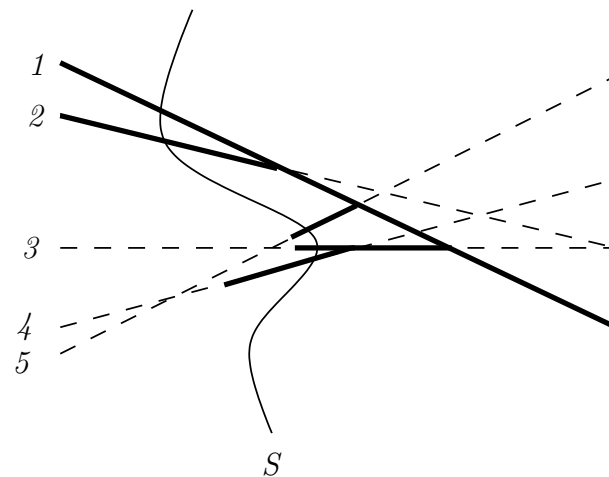
Unterer Horizontbaum

Datenstruktur Horizontbäume

- Arrangement und Pseudogerade mit Ordnung
- Verlängere die Geraden stets noch Oben/Unten
- Immer an nächstem Schnittpunkt
- Baumstruktur



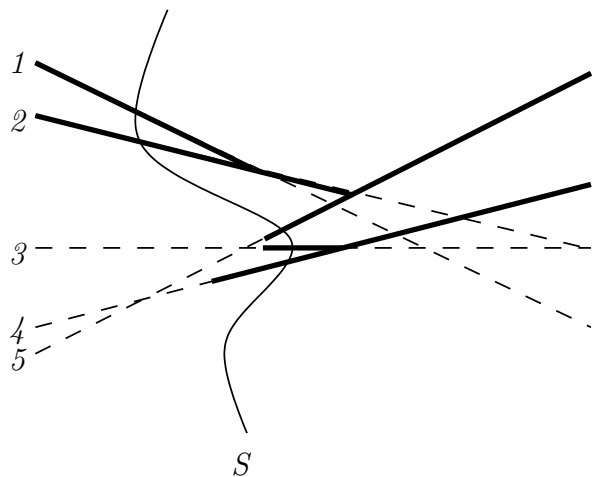
Oberer Horizontbaum



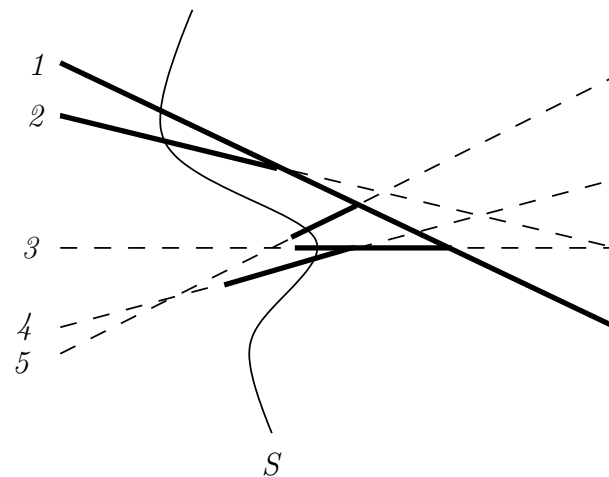
Unterer Horizontbaum

Datenstruktur Horizontbäume

- Arrangement und Pseudogerade mit Ordnung
- Verlängere die Geraden stets noch Oben/Unten
- Immer an nächstem Schnittpunkt
- Baumstruktur (kann zerfallen)



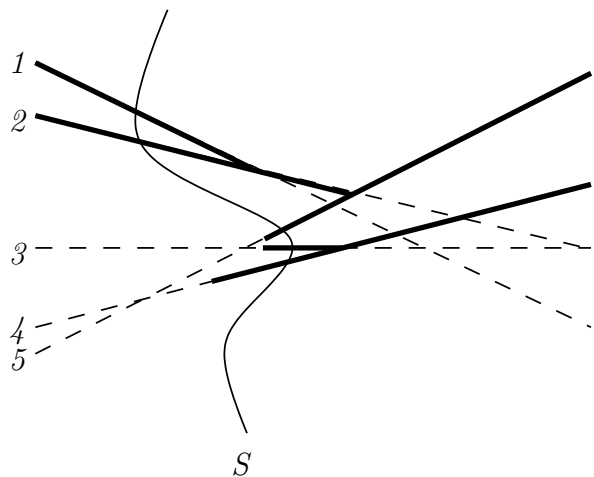
Oberer Horizontbaum



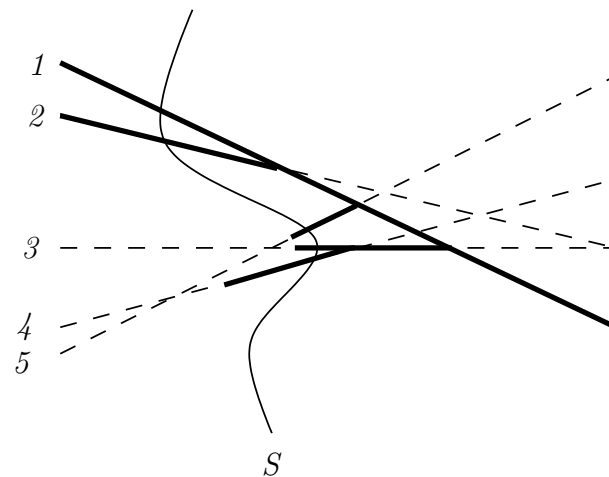
Unterer Horizontbaum

Datenstruktur Horizontbäume

- Arrangement und Pseudogerade mit Ordnung
- Verlängere die Geraden stets noch Oben/Unten
- Immer an nächstem Schnittpunkt
- Baumstruktur (kann zerfallen) Lineare Komplexität



Oberer Horizontbaum

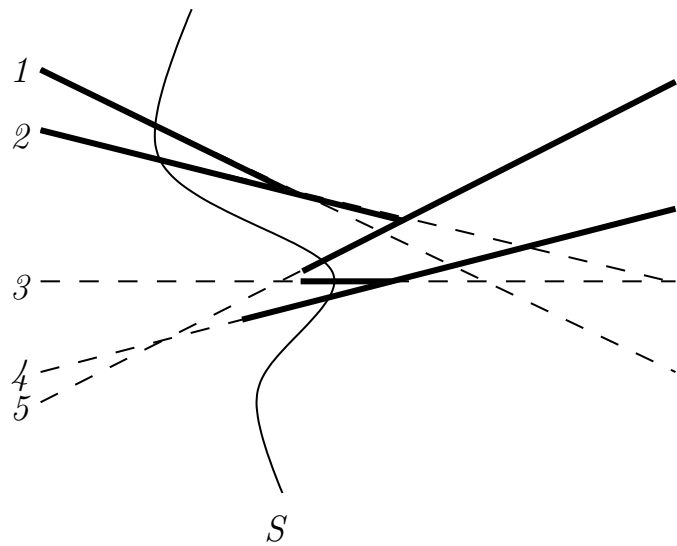


Unterer Horizontbaum

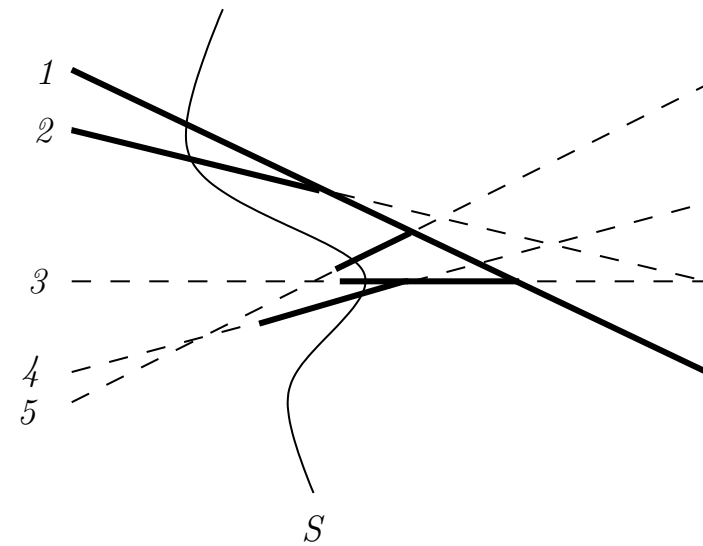
Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

- Oberer Baum/Unterer Baum gegeben



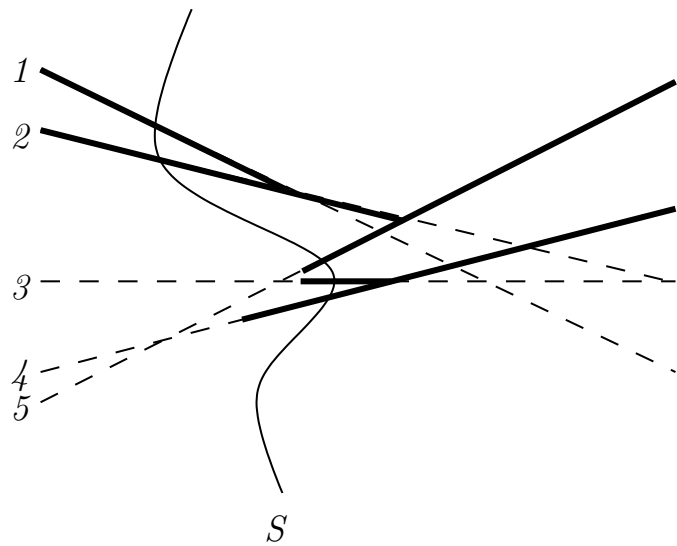
Oberer Horizontbaum



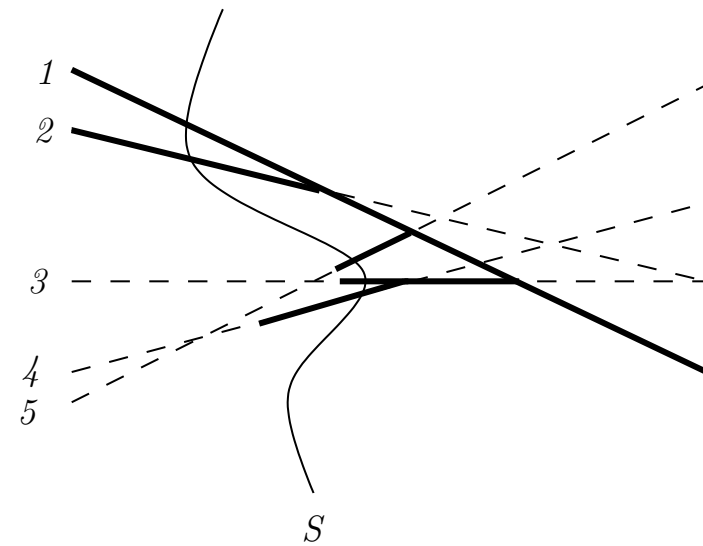
Unterer Horizontbaum

Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

- Oberer Baum/Unterer Baum gegeben
- *Minimum* ergibt begrenzende Gerade (Label im Baum)



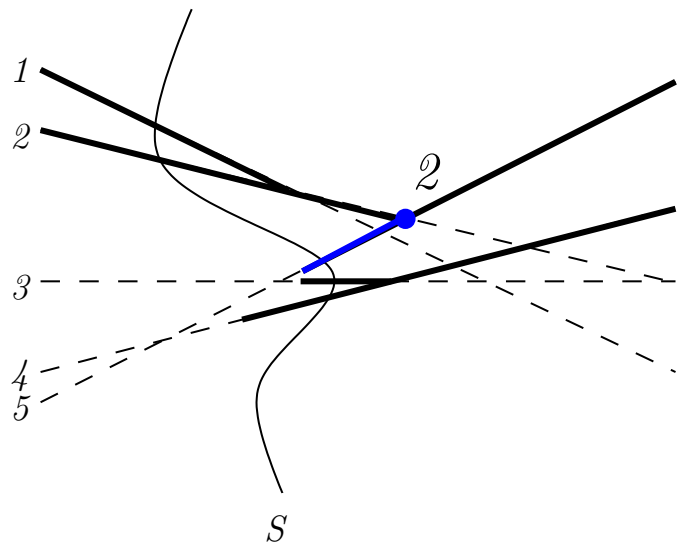
Oberer Horizontbaum



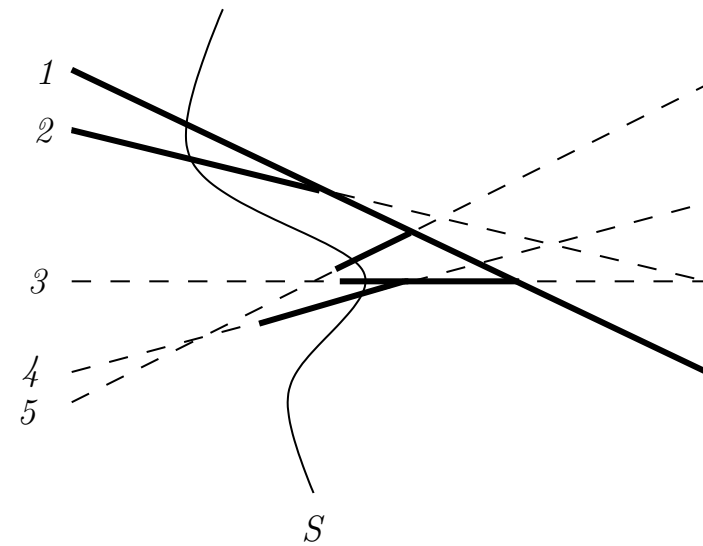
Unterer Horizontbaum

Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

- Oberer Baum/Unterer Baum gegeben
- *Minimum* ergibt begrenzende Gerade (Label im Baum)



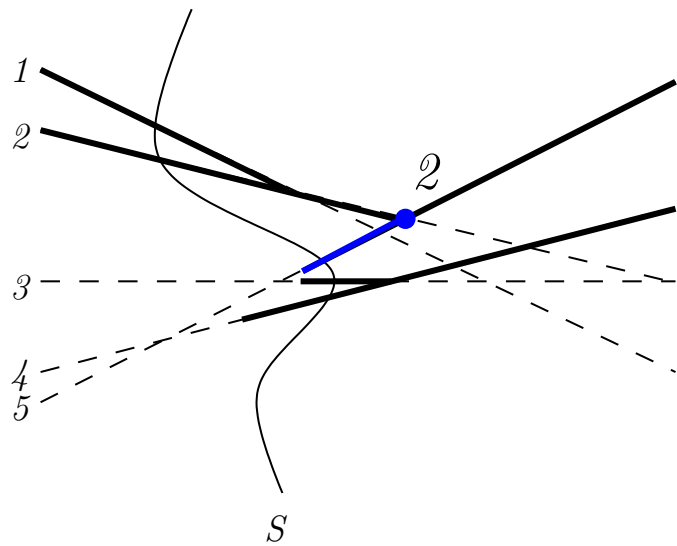
Oberer Horizontbaum



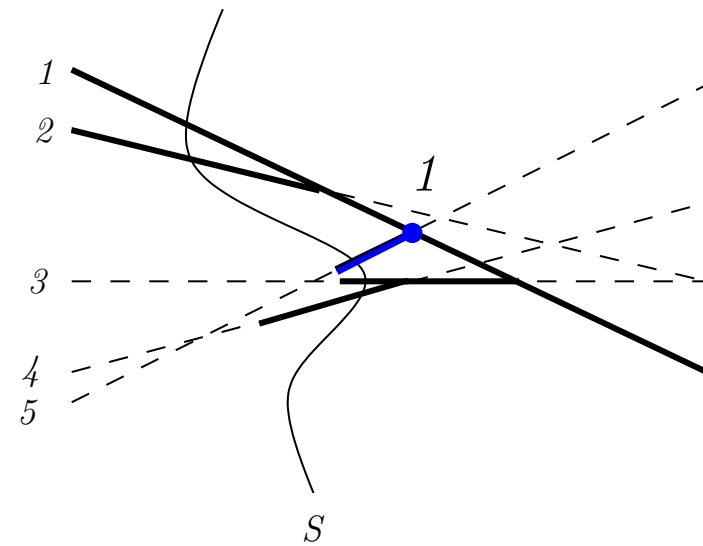
Unterer Horizontbaum

Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

- Oberer Baum/Unterer Baum gegeben
- *Minimum* ergibt begrenzende Gerade (Label im Baum)
- Bezüglich neuer Kanten den Bäumen folgen



Oberer Horizontbaum

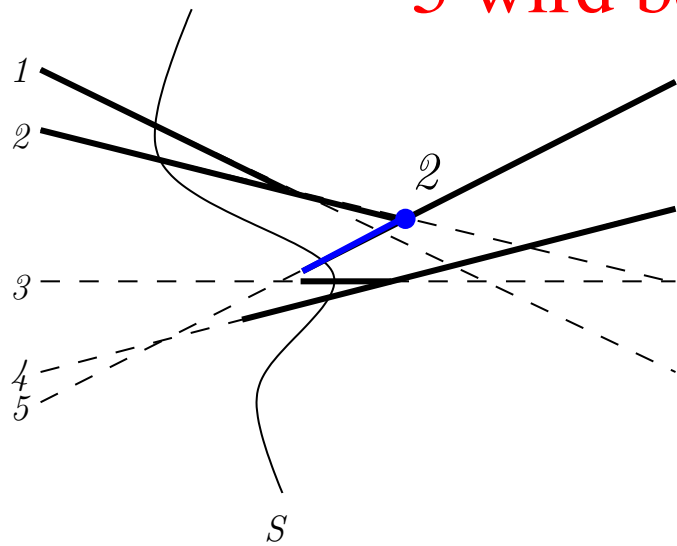


Unterer Horizontbaum

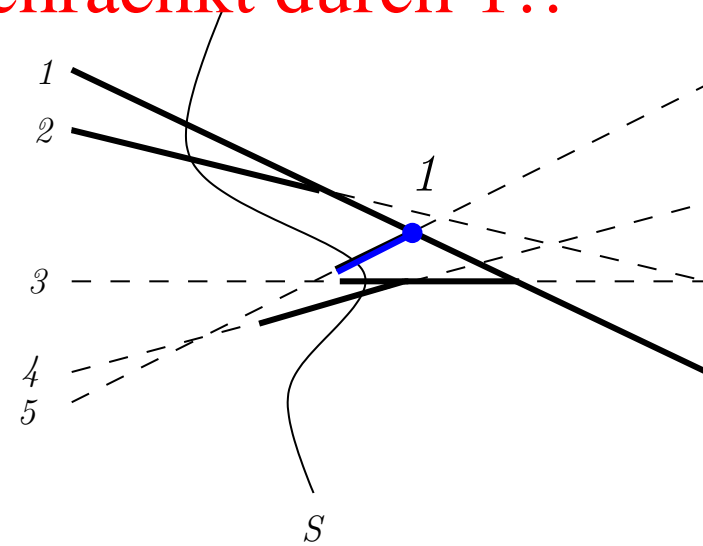
Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

- Oberer Baum/Unterer Baum gegeben
- *Minimum* ergibt begrenzende Gerade (Label im Baum)
- Bezüglich neuer Kanten den Bäumen folgen

5 wird beschränkt durch 1!!



Oberer Horizontbaum

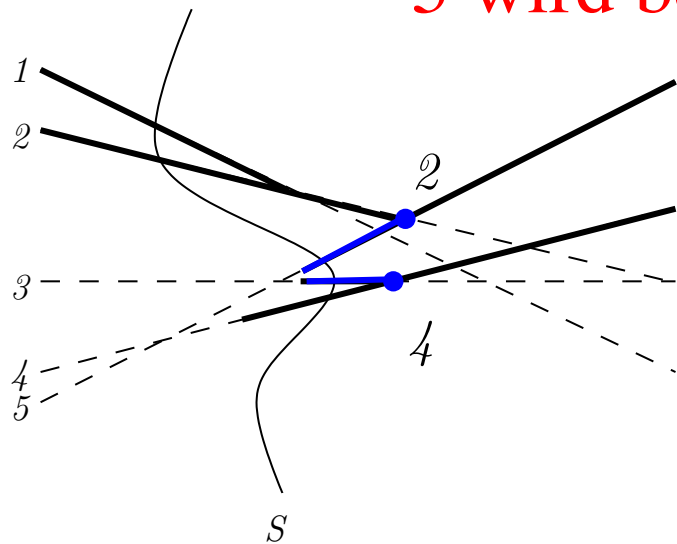


Unterer Horizontbaum

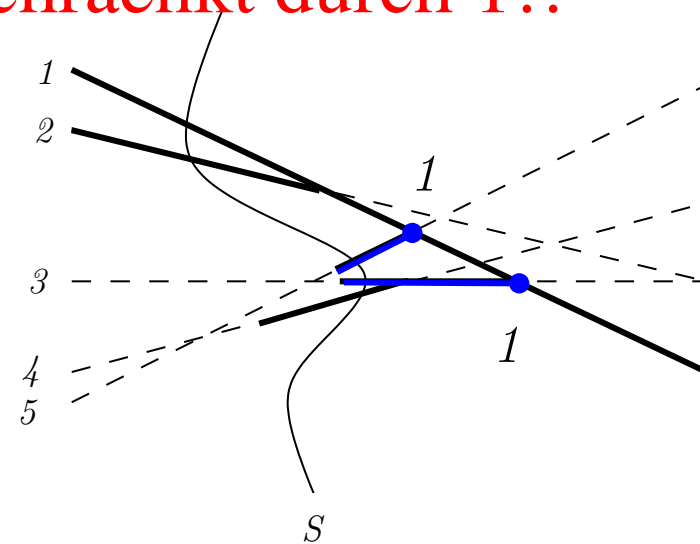
Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

- Oberer Baum/Unterer Baum gegeben
- *Minimum* ergibt begrenzende Gerade (Label im Baum)
- Bezüglich neuer Kanten den Bäumen folgen

5 wird beschränkt durch 1!!



Oberer Horizontbaum

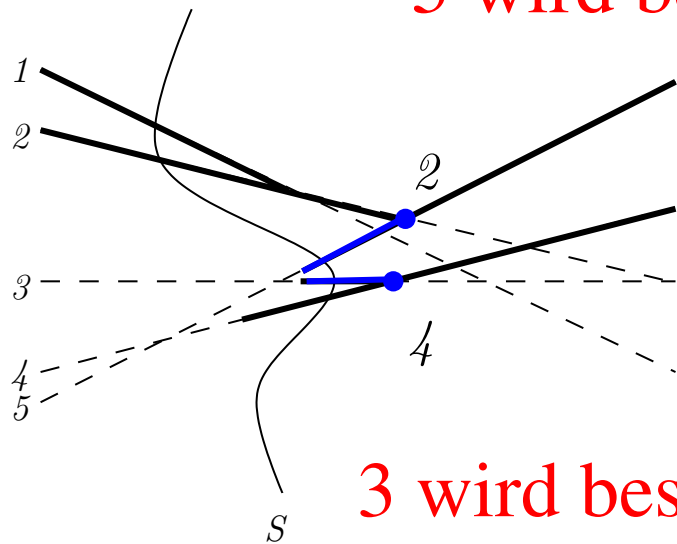


Unterer Horizontbaum

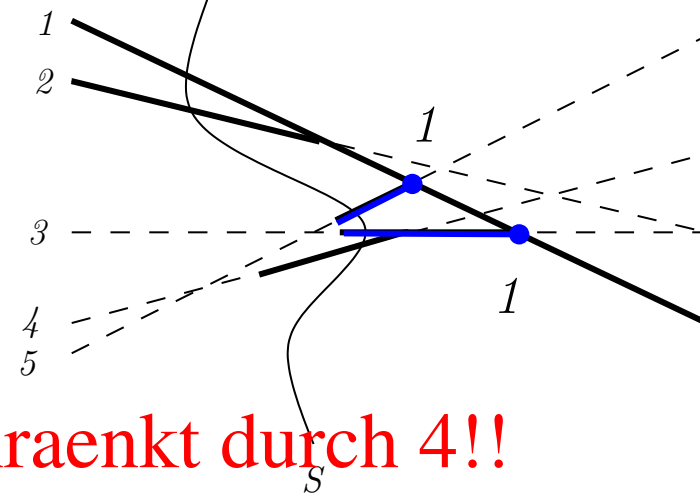
Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

- Oberer Baum/Unterer Baum gegeben
- *Minimum* ergibt begrenzende Gerade (Label im Baum)
- Bezüglich neuer Kanten den Bäumen folgen

5 wird beschränkt durch 1!!



Oberer Horizontbaum



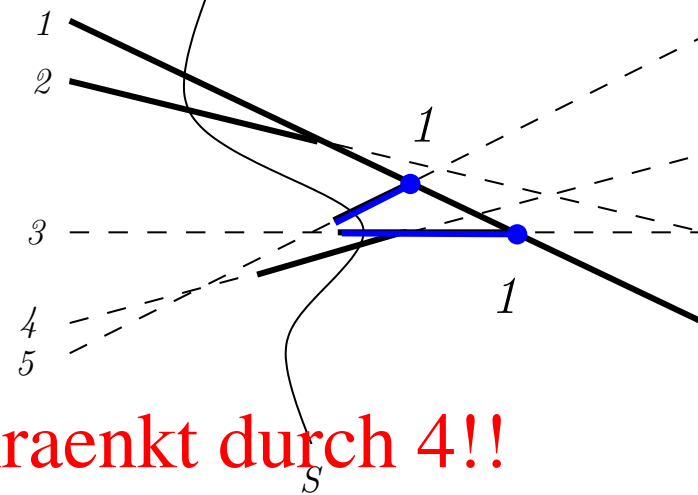
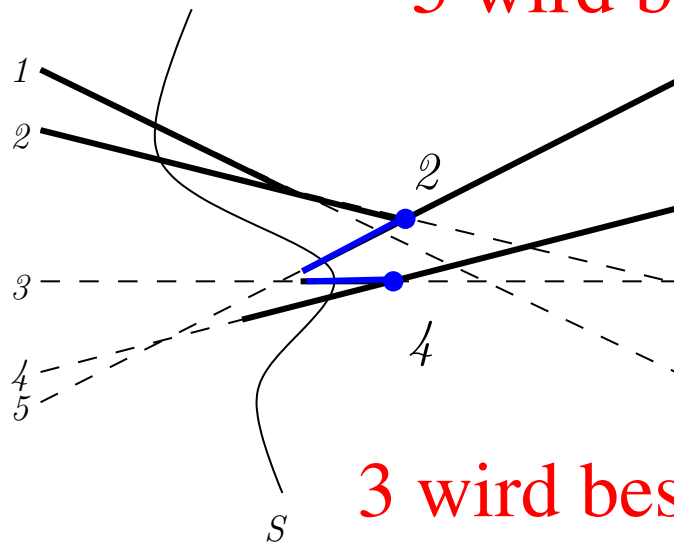
Unterer Horizontbaum

3 wird beschränkt durch 4!!

Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

- Oberer Baum/Unterer Baum gegeben
- *Minimum* ergibt begrenzende Gerade (Label im Baum)
- Bezüglich neuer Kanten den Bäumen folgen

5 wird beschränkt durch 1!!



3 wird beschränkt durch 4!!

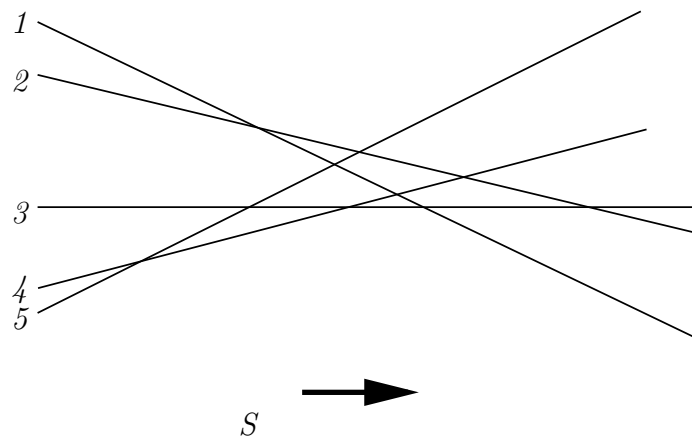
Oberer Horizontbaum

Unterer Horizontbaum

Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

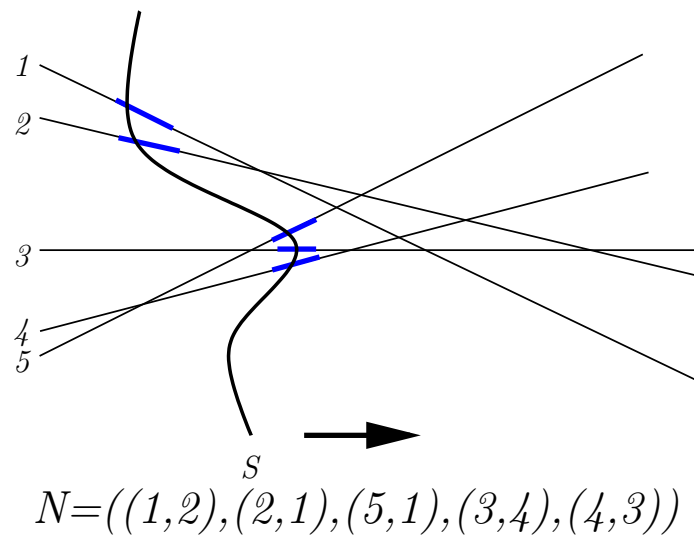
Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste N!



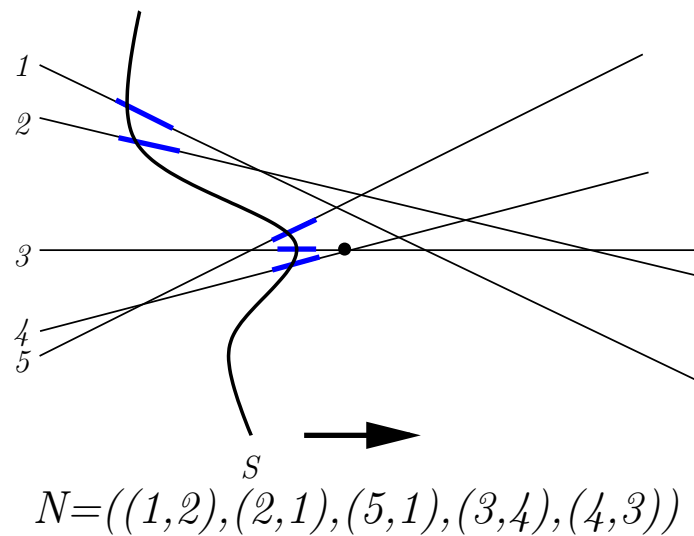
Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste N !
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)



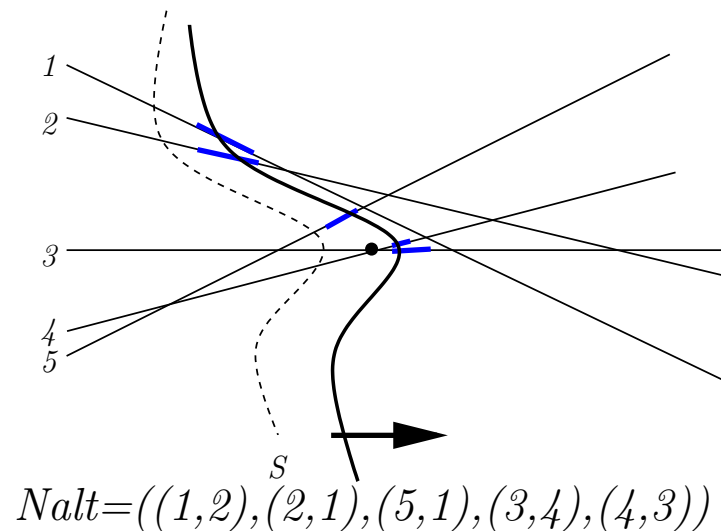
Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste N !
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)
- Liste N aktualisieren bei nächstem Vorgang



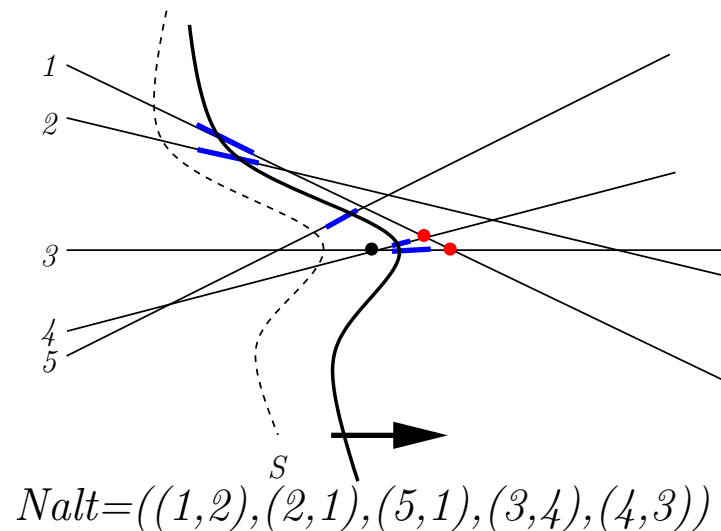
Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste N!
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)
- Liste N aktualisieren bei nächstem Vorgang
- Neue Beschränkung zwei Geraden, mit spezieller Datenstruktur



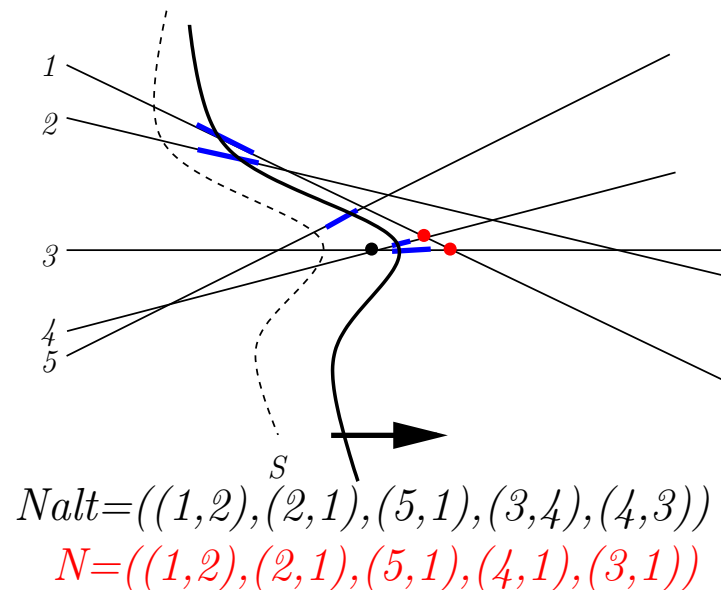
Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste N !
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)
- Liste N aktualisieren bei nächstem Vorgang
- Neue Beschränkung zwei Geraden, mit spezieller Datenstruktur
- Durch Aktualisierung von T^o und T_u

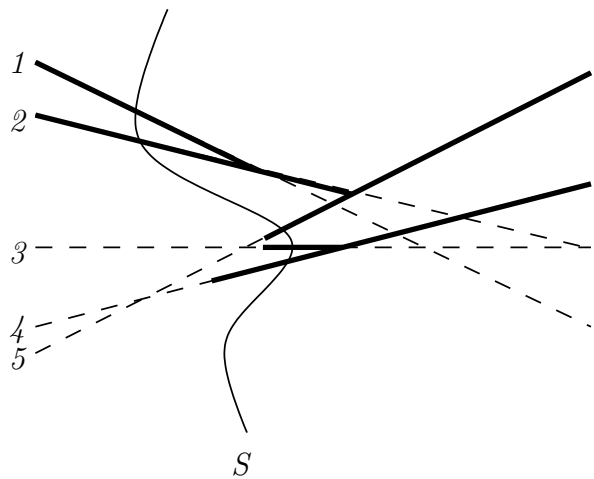


Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

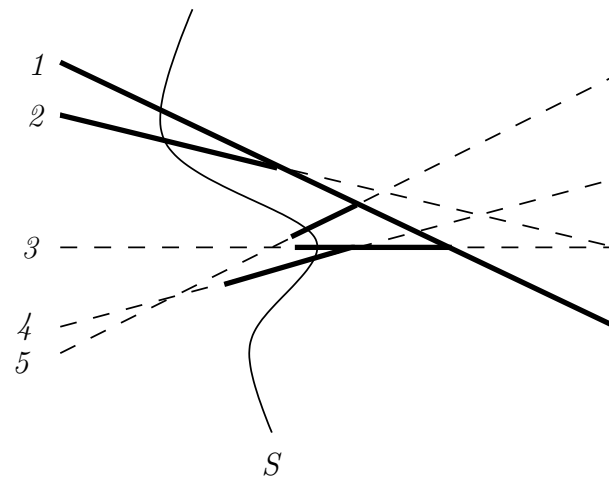
- Kandidatenliste N !
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)
- Liste N aktualisieren bei nächstem Vorgang
- Neue Beschränkung zwei Geraden, mit spezieller Datenstruktur
- Durch Aktualisierung von T^o und T_u



Datenstruktur Horizontbäume



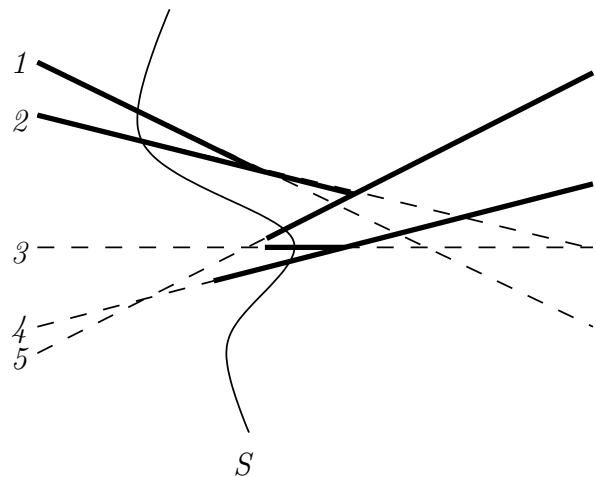
Oberer Horizontbaum



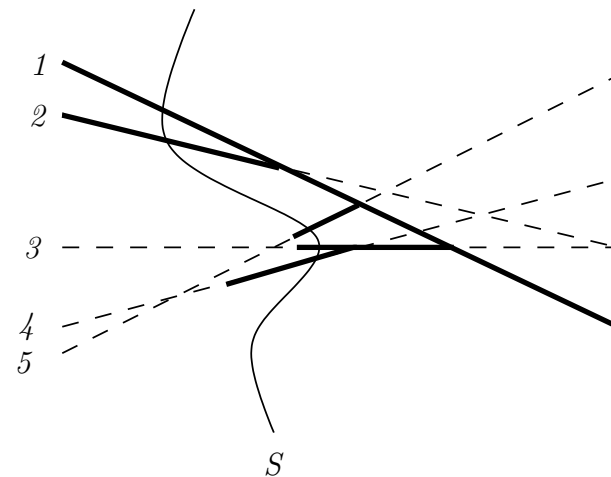
Unterer Horizontbaum

Datenstruktur Horizontbäume

- Für Pseudogerade mit Ordnung



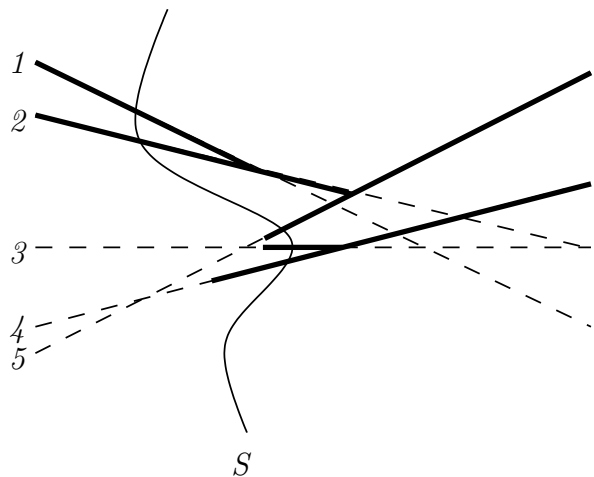
Oberer Horizontbaum



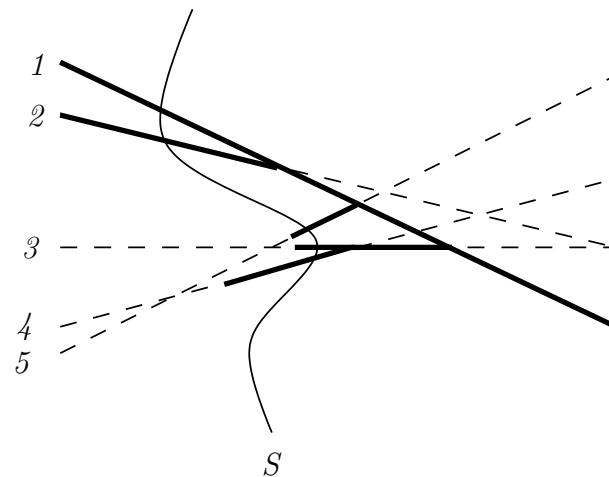
Unterer Horizontbaum

Datenstruktur Horizontbäume

- Für Pseudogerade mit Ordnung
- Oberer und Unterer Horizontbaum gegeben



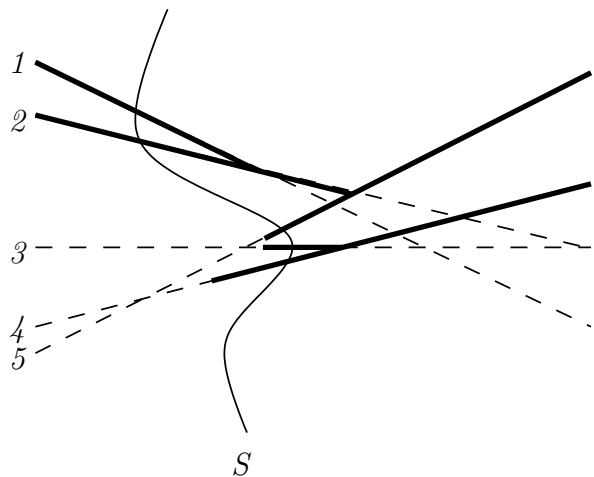
Oberer Horizontbaum



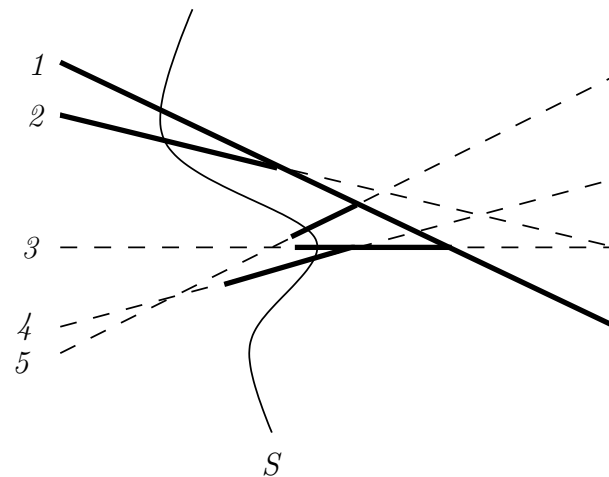
Unterer Horizontbaum

Datenstruktur Horizontbäume

- Für Pseudogerade mit Ordnung
- Oberer und Unterer Horizontbaum gegeben
- Hebe über nächsten erlaubten SP



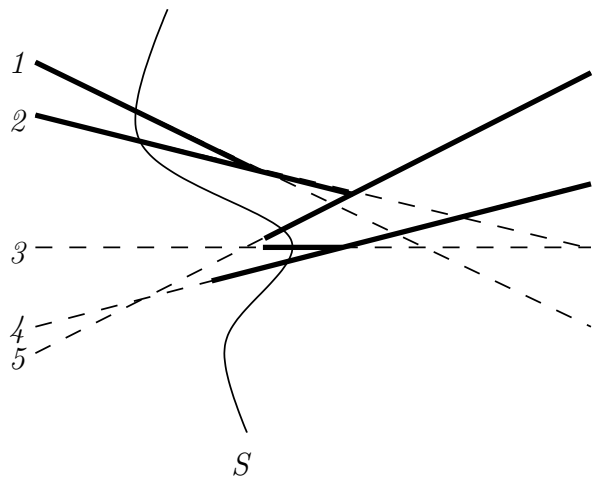
Oberer Horizontbaum



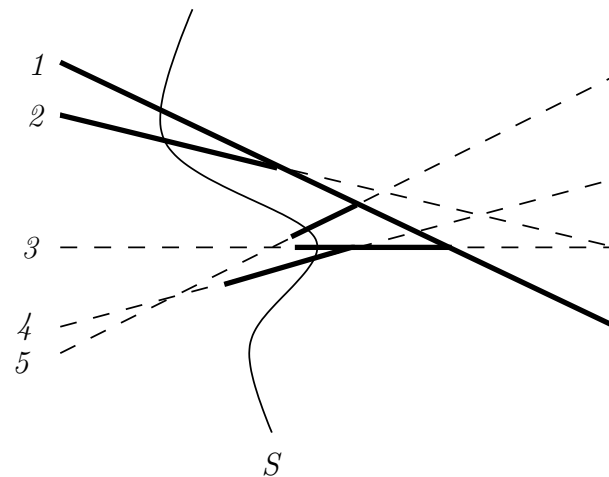
Unterer Horizontbaum

Datenstruktur Horizontbäume

- Für Pseudogerade mit Ordnung
- Oberer und Unterer Horizontbaum gegeben
- Hebe über nächsten erlaubten SP
- Aktualisiere die Bäume



Oberer Horizontbaum



Unterer Horizontbaum