

# Offline Bewegungsplanung: Der simultane Sweep

Elmar Langetepe  
University of Bonn

# Geht das besser?

# Geht das besser?

- Laufzeit  $O(n^2 \log n)$ , Komplexität  $\Theta(n^2)$ ,

# Geht das besser?

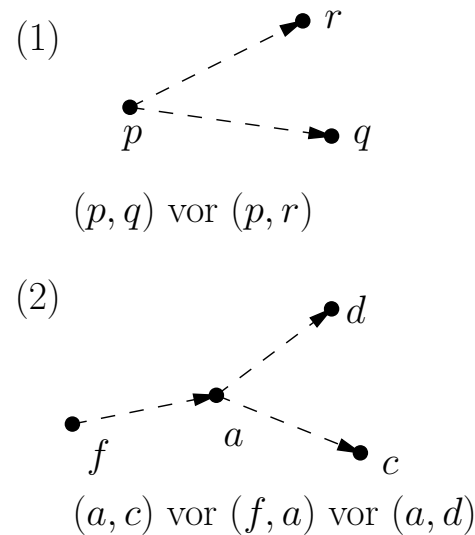
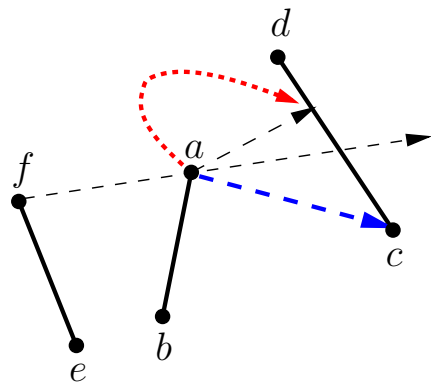
- Laufzeit  $O(n^2 \log n)$ , Komplexität  $\Theta(n^2)$ , Laufzeit  $O(n^2)$ ?

## Geht das besser?

- Laufzeit  $O(n^2 \log n)$ , Komplexität  $\Theta(n^2)$ , Laufzeit  $O(n^2)$ ?
- Simultaner Sweep, alle Segmente gleichzeitig drehen,

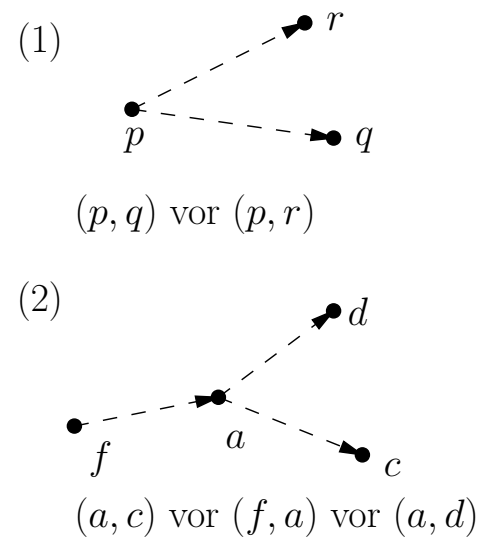
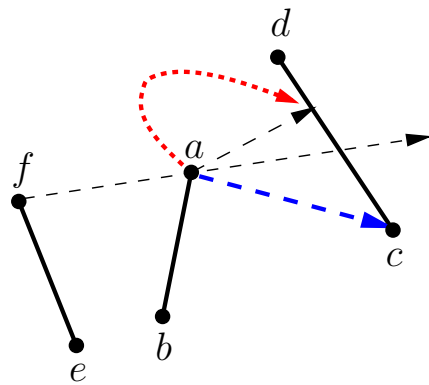
# Geht das besser?

- Laufzeit  $O(n^2 \log n)$ , Komplexität  $\Theta(n^2)$ , Laufzeit  $O(n^2)$ ?
- Simultaner Sweep, alle Segmente gleichzeitig drehen, Sicht-Informationen weiter geben



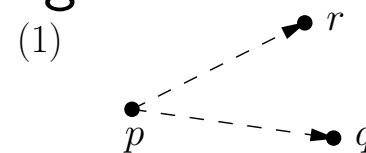
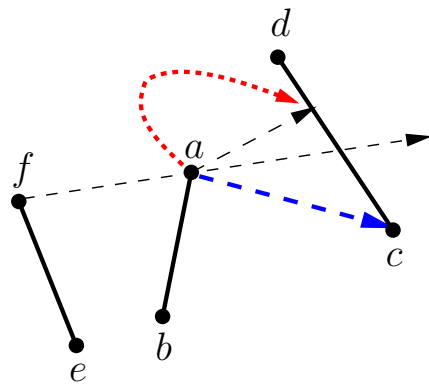
# Geht das besser?

- Laufzeit  $O(n^2 \log n)$ , Komplexität  $\Theta(n^2)$ , Laufzeit  $O(n^2)$ ?
- Simultaner Sweep, alle Segmente gleichzeitig drehen, Sicht-Informationen weiter geben
- Bearbeitungsreihenfolge: Paare von Endpunkten gemäß Steigung

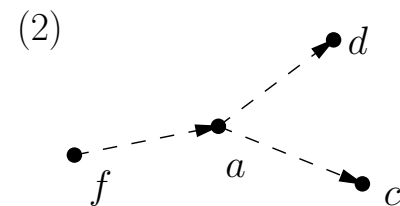


# Geht das besser?

- Laufzeit  $O(n^2 \log n)$ , Komplexität  $\Theta(n^2)$ , Laufzeit  $O(n^2)$ ?
- Simultaner Sweep, alle Segmente gleichzeitig drehen, Sicht-Informationen weiter geben
- Bearbeitungsreihenfolge: Paare von Endpunkten gemäß Steigung
- Zeiger auf momentan sichtbares Segment



$(p, q)$  vor  $(p, r)$



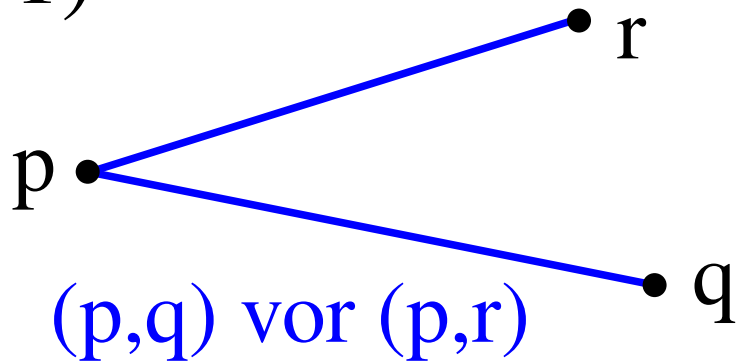
$(a, c)$  vor  $(f, a)$  vor  $(a, d)$



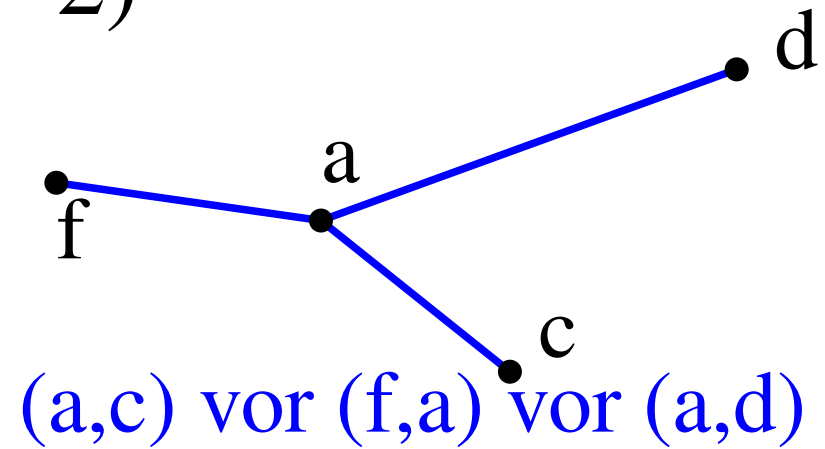
# Bearbeitungsreihenfolge in $O(n^2)$

## Bearbeitungsreihenfolge in $O(n^2)$

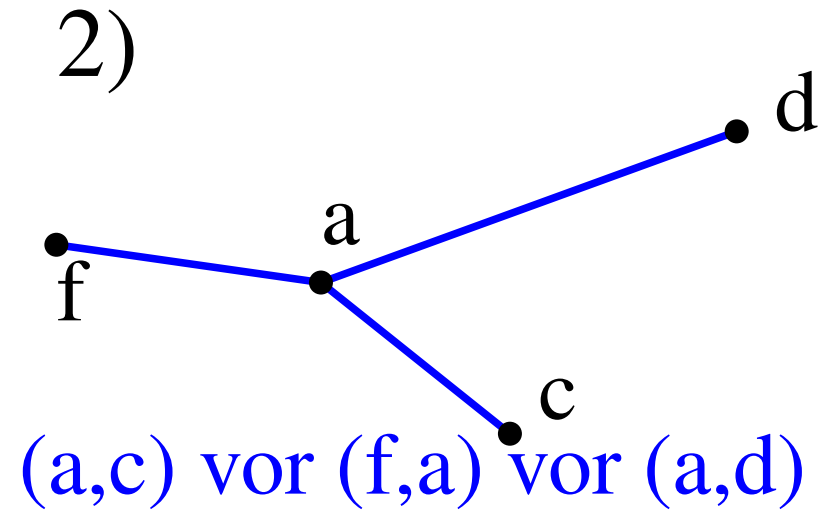
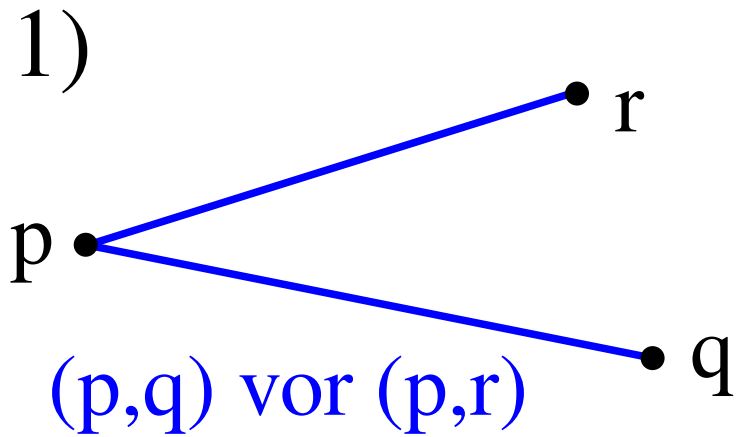
1)



2)

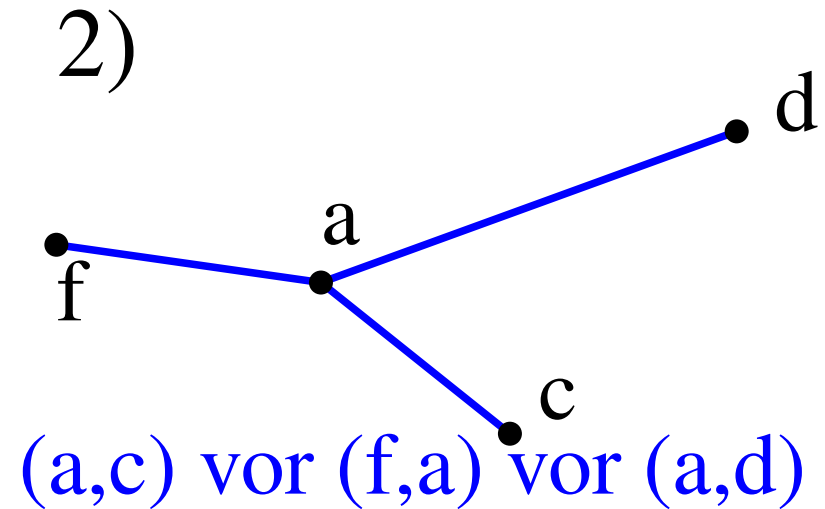
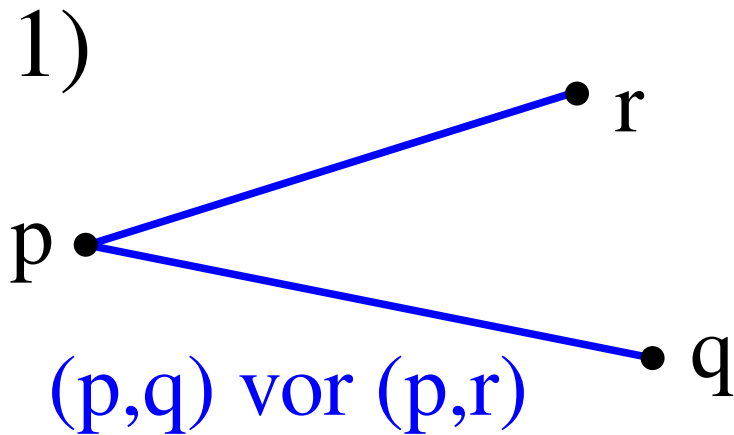


## Bearbeitungsreihenfolge in $O(n^2)$



Liste von Punkten  $(p, q)$  mit  $p_x \leq q_x$

## Bearbeitungsreihenfolge in $O(n^2)$

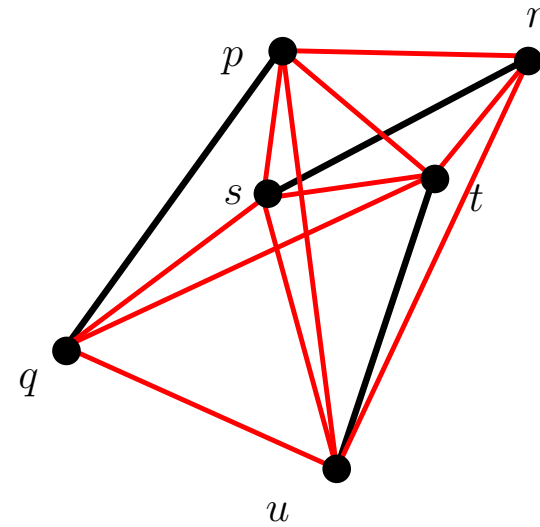
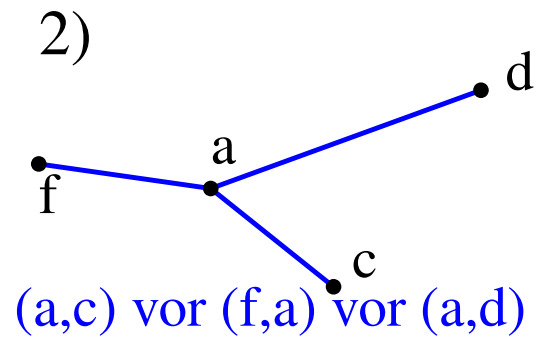
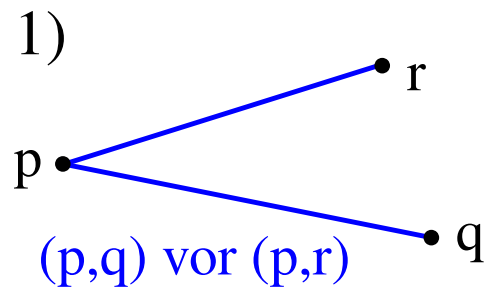


Liste von Punkten  $(p, q)$  mit  $p_x \leq q_x$

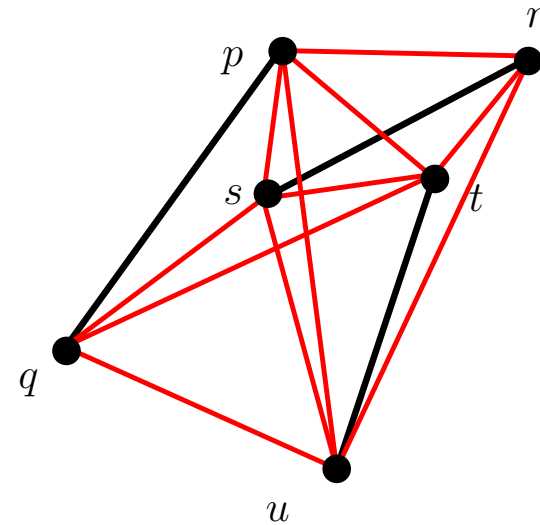
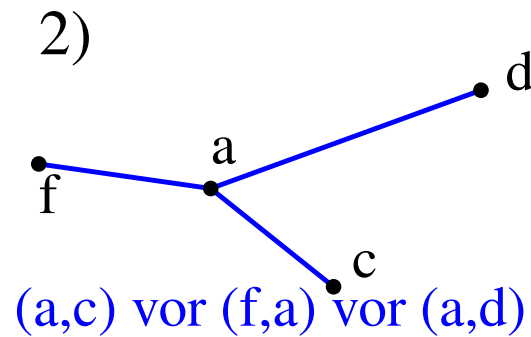
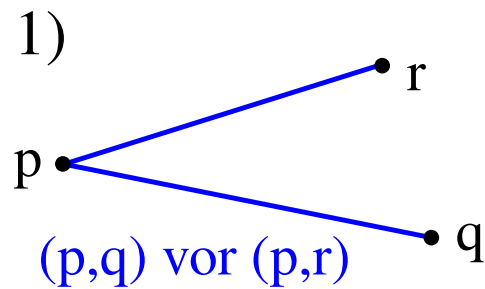
Zeigen wir später! Annahme: Ist schon gegeben für die Punktpaare!

# Beispiel Bearbeitungsreihenfolge

# Beispiel Bearbeitungsreihenfolge



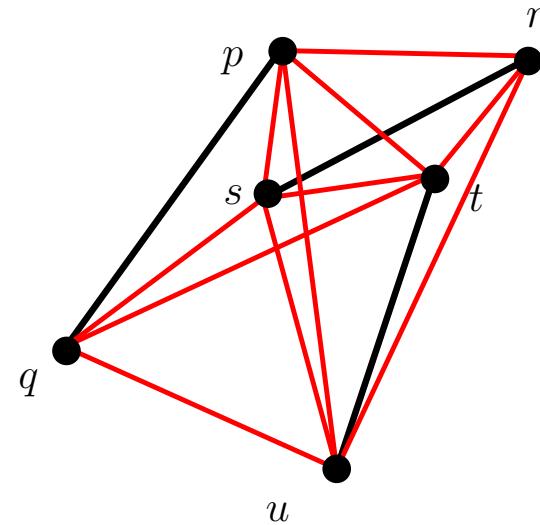
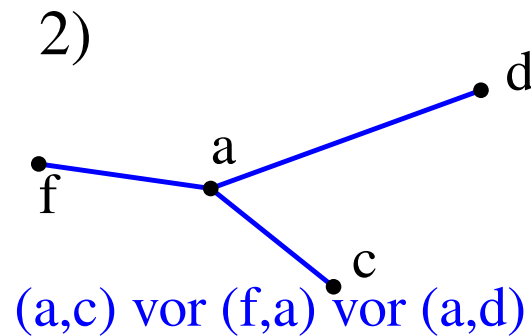
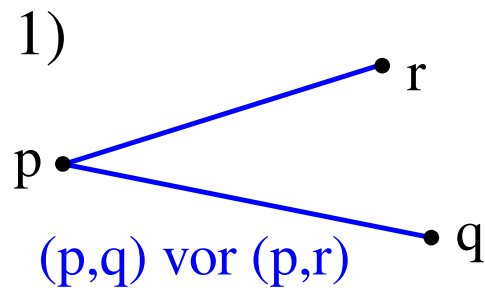
# Beispiel Bearbeitungsreihenfolge



Volle Ordnung:

$(p, u), (s, u), (p, t), (q, u), (p, r), (s, t), (q, t), (q, s), (t, r), (u, r), (s, p)$

# Beispiel Bearbeitungsreihenfolge



Volle Ordnung:

$(p, u), (s, u), (p, t), (q, u), (p, r), (s, t), (q, t), (q, s), (t, r), (u, r), (s, p)$

Partielle Ordnung:

$(p, u), (p, t), (p, r), (q, u), (s, u), (s, t), (q, t), (q, s), \dots$



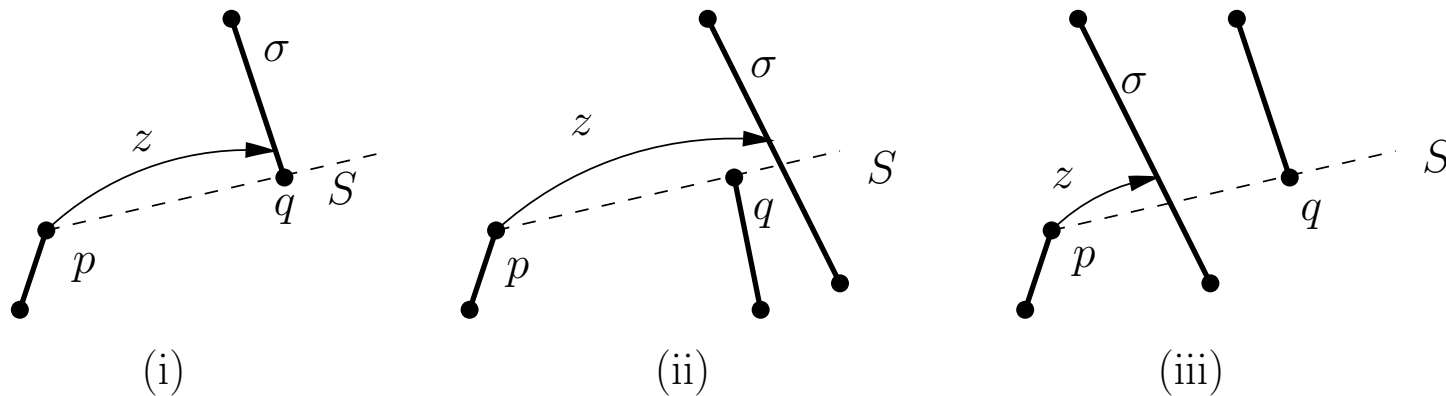
# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

- ES gemäß Bearbeitungsreihenfolge:  $\dots, (p, q), \dots, (p, r)$

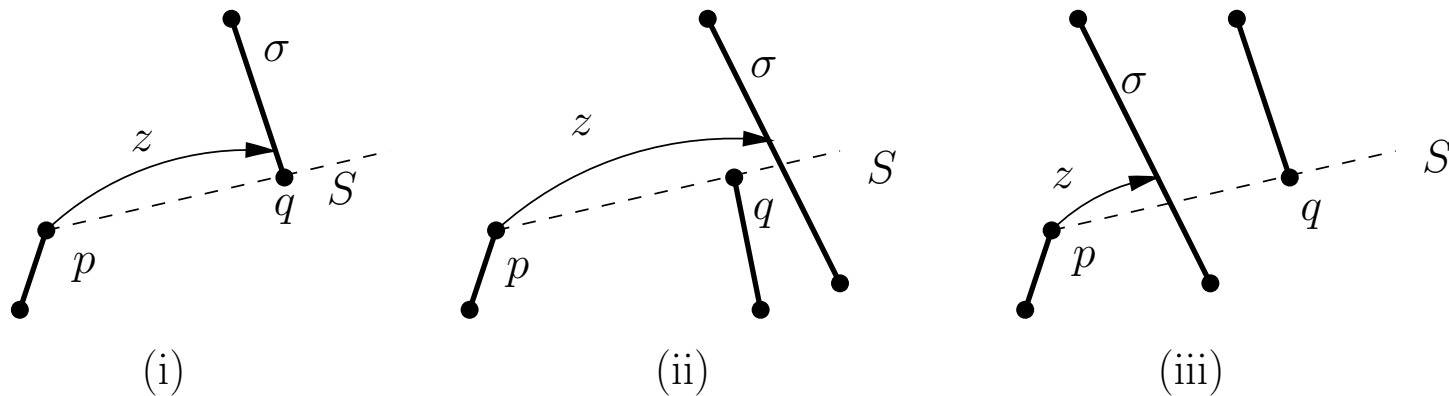
# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

- ES gemäß Bearbeitungsreihenfolge:  $\dots, (p, q), \dots, (p, r)$
- SSS: Für jedes  $p$ ,  $(p, q)$  zuletzt dran:



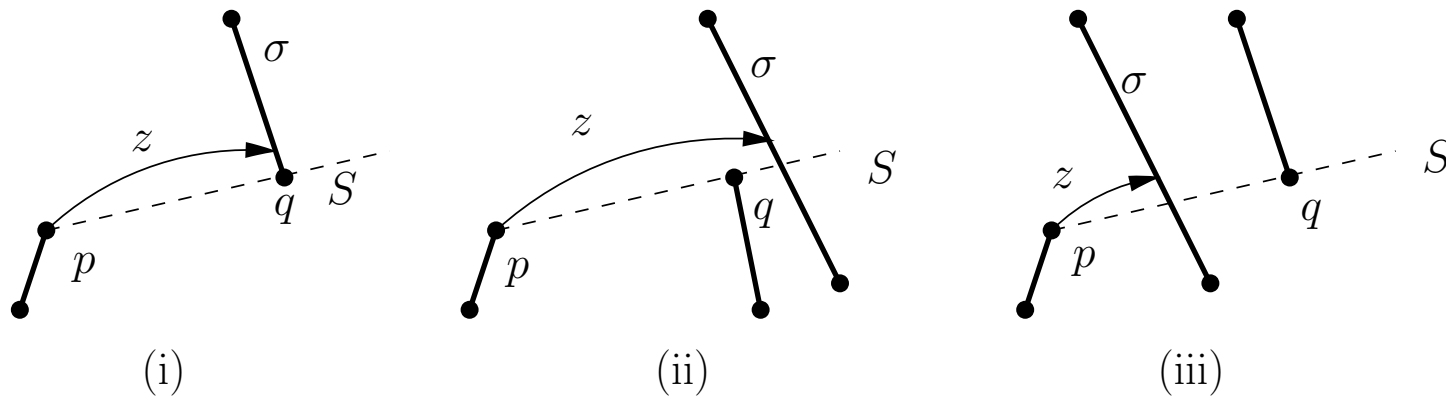
# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

- ES gemäß Bearbeitungsreihenfolge:  $\dots, (p, q), \dots, (p, r)$
- SSS: Für jedes  $p$ ,  $(p, q)$  zuletzt dran:  
Zeiger  $z$  auf das kurz hinter  $q$  sichtbare Segment  $\sigma$



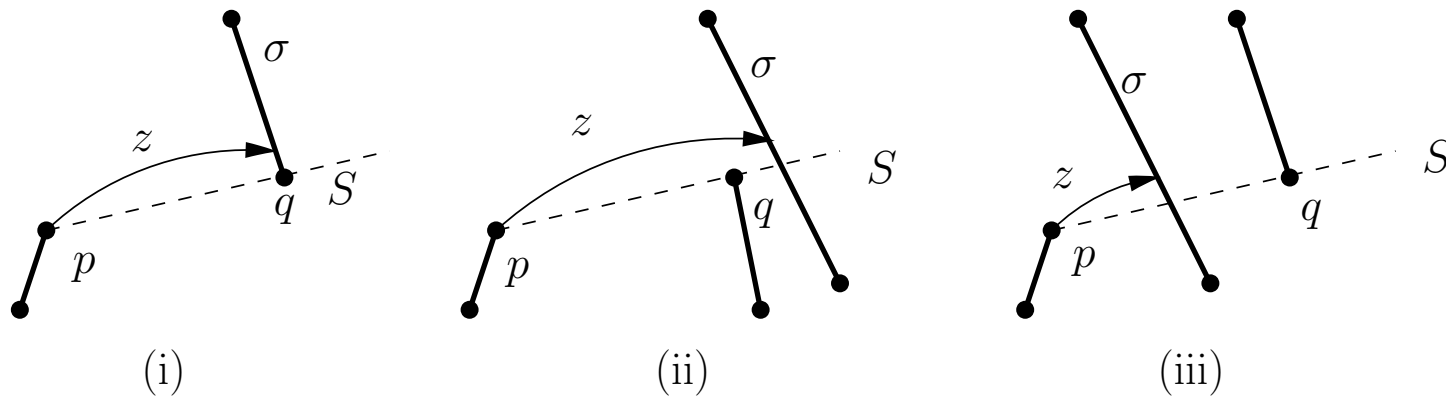
# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

- ES gemäß Bearbeitungsreihenfolge:  $\dots, (p, q), \dots, (p, r)$
- SSS: Für jedes  $p$ ,  $(p, q)$  zuletzt dran:  
Zeiger  $z$  auf das kurz hinter  $q$  sichtbare Segment  $\sigma$
- Drei Möglichkeiten: (i), (ii) und (iii)

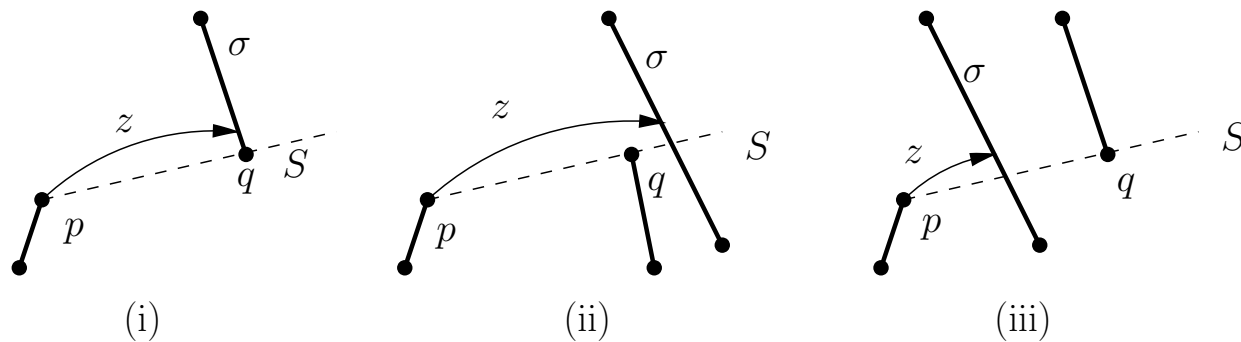


# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

- ES gemäß Bearbeitungsreihenfolge:  $\dots, (p, q), \dots, (p, r)$
- SSS: Für jedes  $p$ ,  $(p, q)$  zuletzt dran:  
Zeiger  $z$  auf das kurz hinter  $q$  sichtbare Segment  $\sigma$
- Drei Möglichkeiten: (i), (ii) und (iii)
- Ausgabe zwischendurch



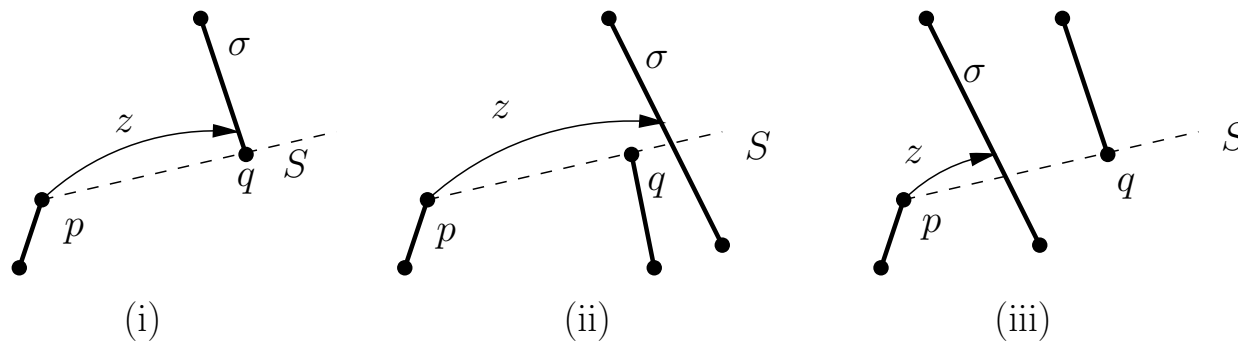
# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge



# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

SSS: Für jedes  $p$ ,  $(p, q)$  zuletzt dran:

Zeiger  $z$  auf kurz hinter  $q$  *sichtbare* Segment  $\sigma$



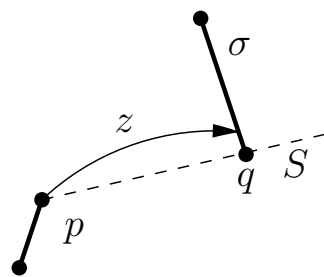


# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

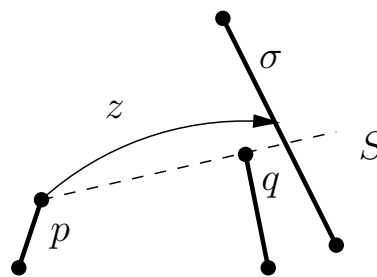
SSS: Für jedes  $p$ ,  $(p, q)$  zuletzt dran:

Zeiger  $z$  auf kurz hinter  $q$  *sichtbare* Segment  $\sigma$

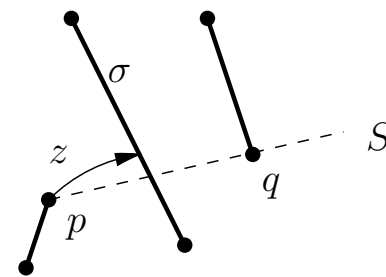
(i)  $q$  ist von  $p$  aus sichtbar und Anfangspunkt von  $\sigma$



(i)



(ii)



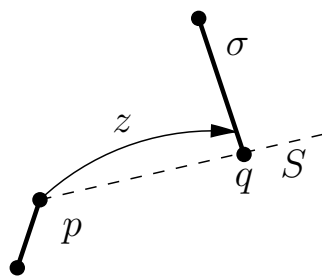
(iii)

# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

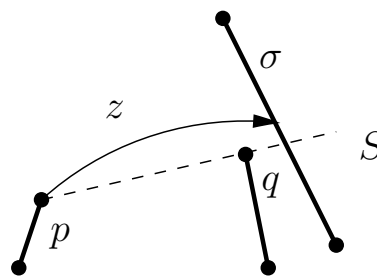
SSS: Für jedes  $p$ ,  $(p, q)$  zuletzt dran:

Zeiger  $z$  auf kurz hinter  $q$  *sichtbare* Segment  $\sigma$

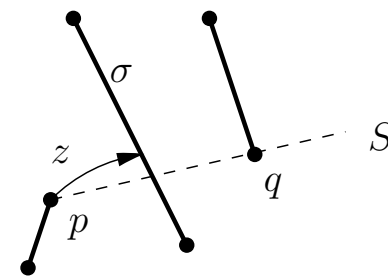
- (i)  $q$  ist von  $p$  aus sichtbar und Anfangspunkt von  $\sigma$
- (ii)  $q$  ist von  $p$  aus sichtbar und Endpunkt eines Segments.  $\sigma$  ist das auf dem Strahl  $S$  von  $p$  durch  $q$  nächste Segment.



(i)



(ii)



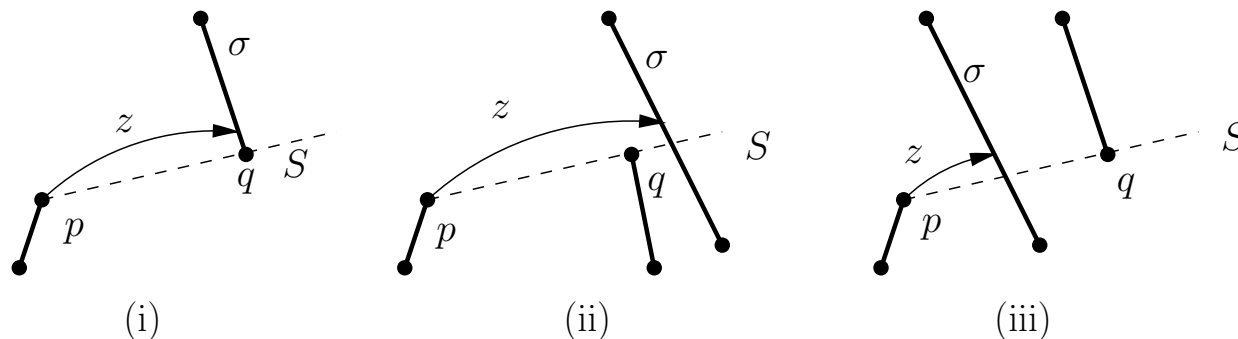
(iii)

# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

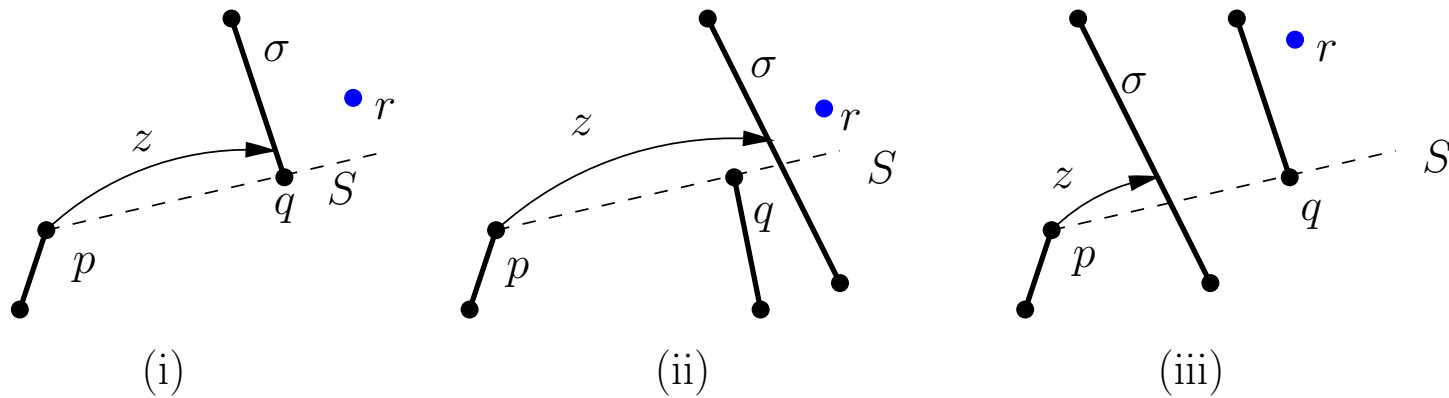
SSS: Für jedes  $p$ ,  $(p, q)$  zuletzt dran:

Zeiger  $z$  auf kurz hinter  $q$  sichtbare Segment  $\sigma$

- (i)  $q$  ist von  $p$  aus sichtbar und Anfangspunkt von  $\sigma$
- (ii)  $q$  ist von  $p$  aus sichtbar und Endpunkt eines Segments.  $\sigma$  ist das auf dem Strahl  $S$  von  $p$  durch  $q$  nächste Segment.
- (iii)  $q$  ist von  $p$  aus nicht sichtbar.  $\sigma$  ist das zu  $p$  nächste Segment auf dem Strahl  $S$  von  $p$  durch  $q$ .



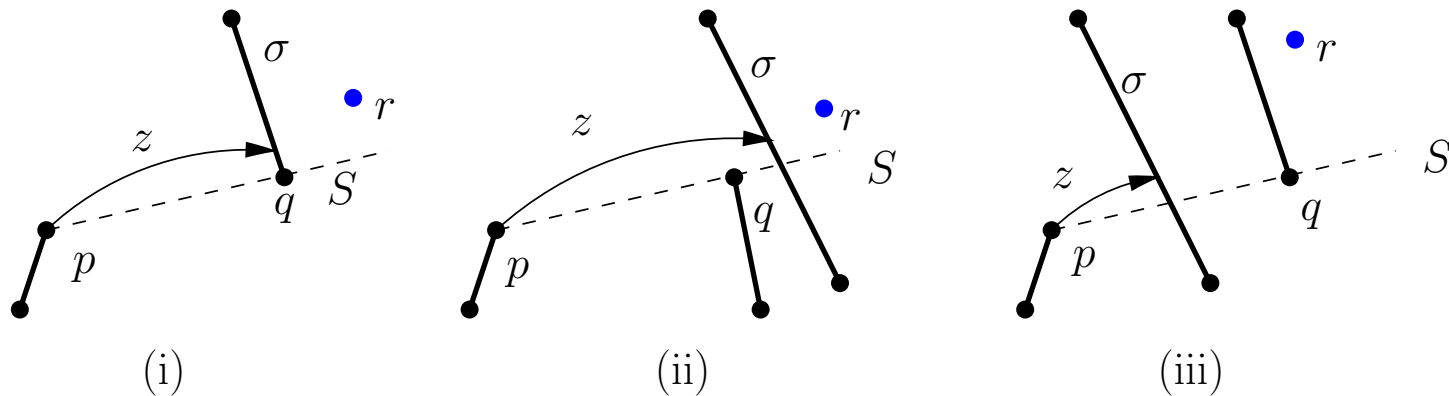
# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge



# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares  $(p, r)$  nach  $(p, q)$

F. 1)  $r$  liegt hinter  $\sigma$

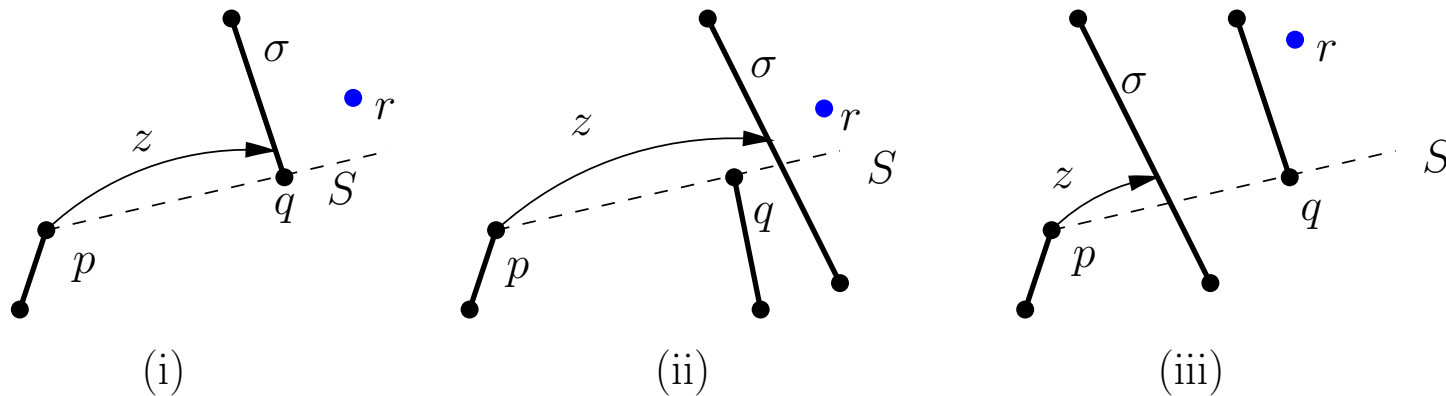


# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares  $(p, r)$  nach  $(p, q)$

F. 1)  $r$  liegt hinter  $\sigma$

- Zeiger bleibt auf  $\sigma$

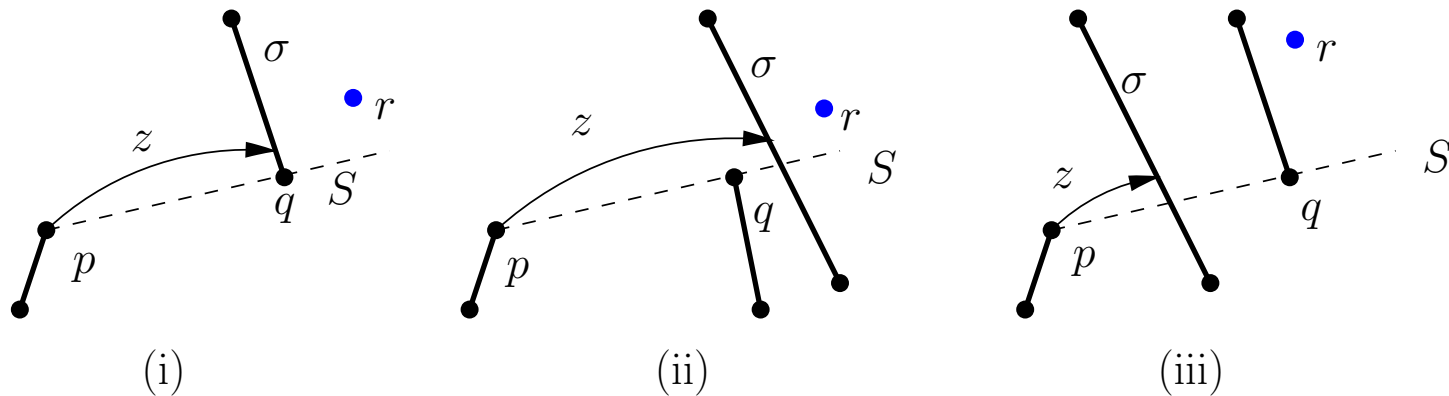


# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

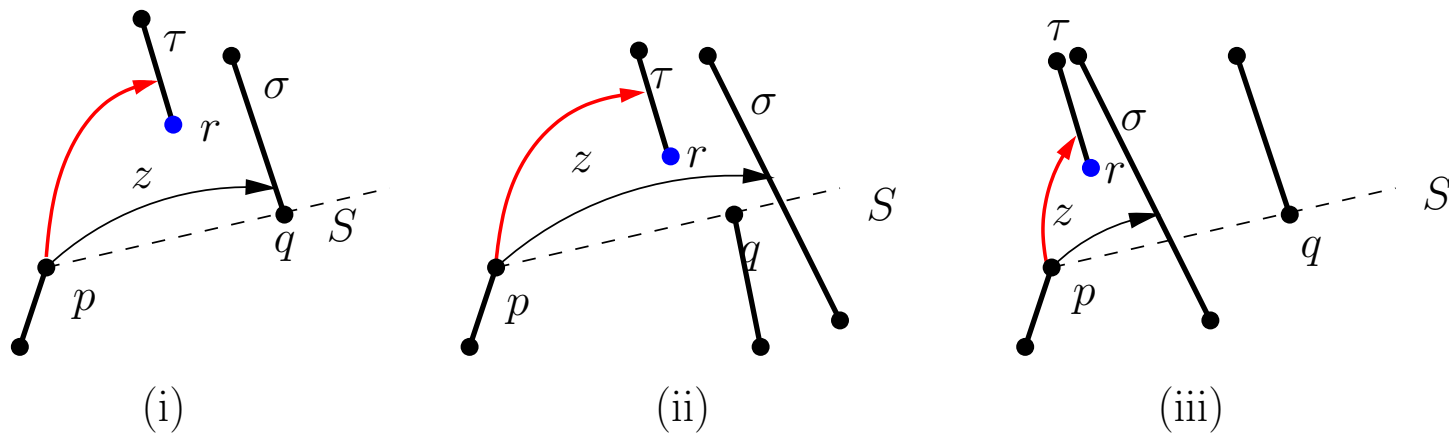
Bearbeitung des nächsten Paares  $(p, r)$  nach  $(p, q)$

F. 1)  $r$  liegt hinter  $\sigma$

- Zeiger bleibt auf  $\sigma$
- Invariante gilt nun für  $(p, r)$



# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

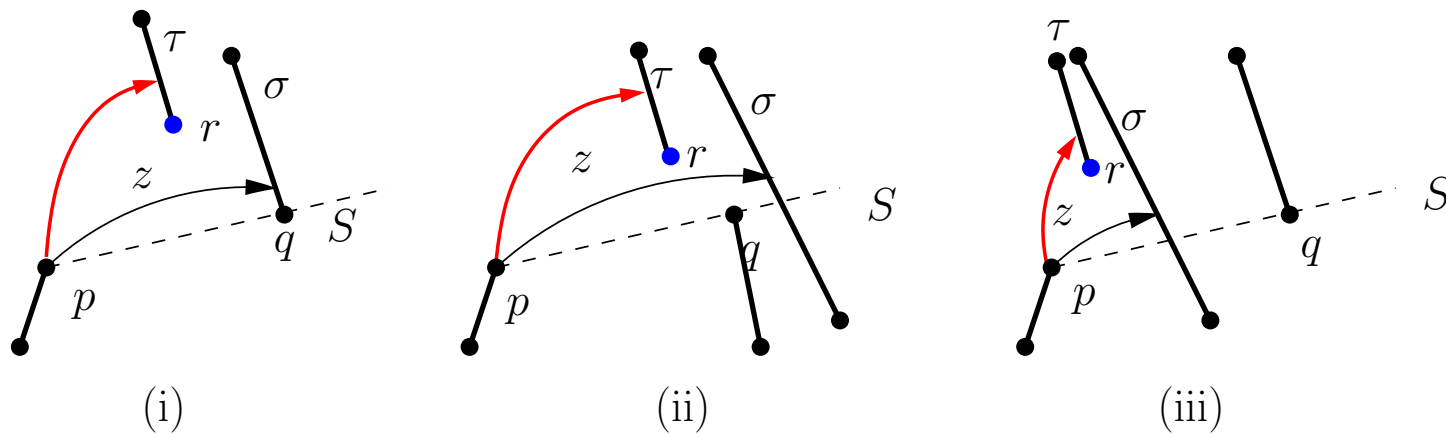




# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares  $(p, r)$  nach  $(p, q)$

F. 2)  $r$  liegt vor  $\sigma$ , Anfangspunkt von  $\tau$

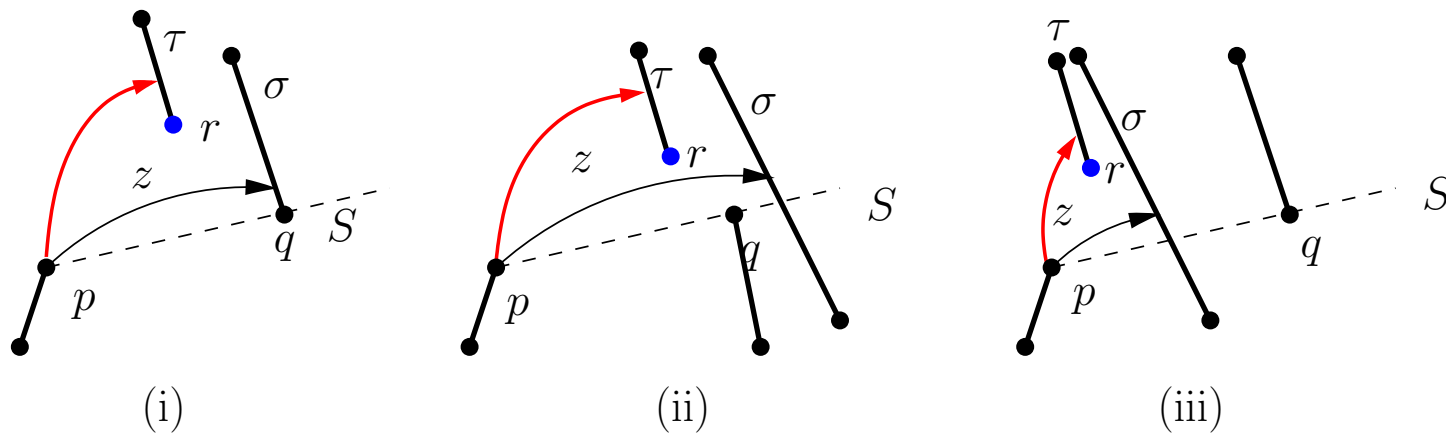


# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares  $(p, r)$  nach  $(p, q)$

F. 2)  $r$  liegt vor  $\sigma$ , Anfangspunkt von  $\tau$

- Zeiger auf  $\tau$  setzen

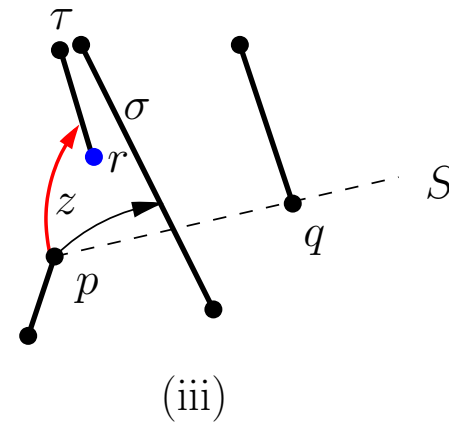
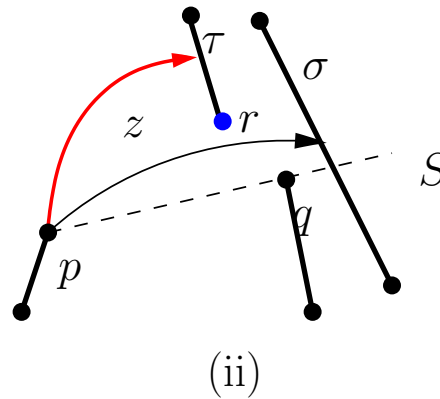
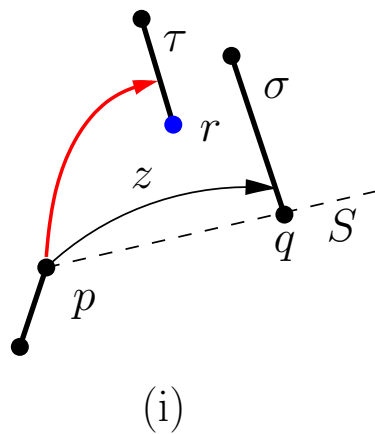


# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares  $(p, r)$  nach  $(p, q)$

F. 2)  $r$  liegt vor  $\sigma$ , Anfangspunkt von  $\tau$

- Zeiger auf  $\tau$  setzen
- Ausgabe:  $(p, r)$ !

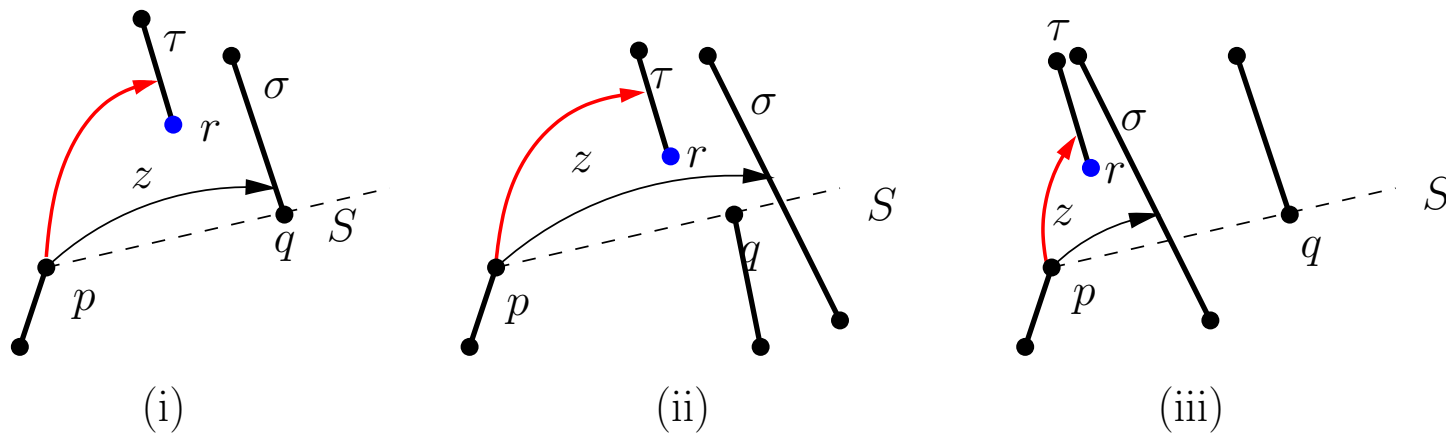


# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

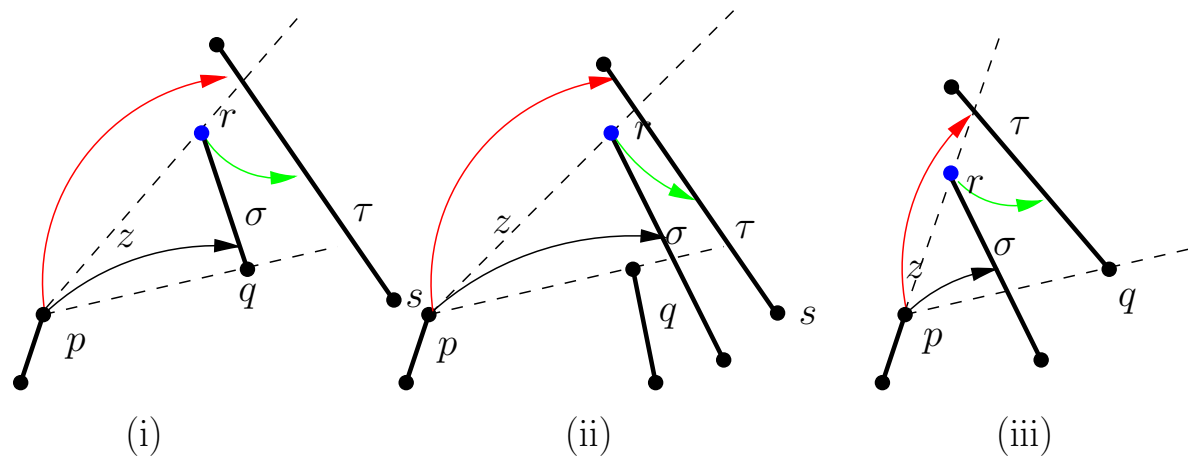
Bearbeitung des nächsten Paares  $(p, r)$  nach  $(p, q)$

F. 2)  $r$  liegt vor  $\sigma$ , Anfangspunkt von  $\tau$

- Zeiger auf  $\tau$  setzen
- Ausgabe:  $(p, r)$ ! Invariante gilt nun für  $(p, r)$



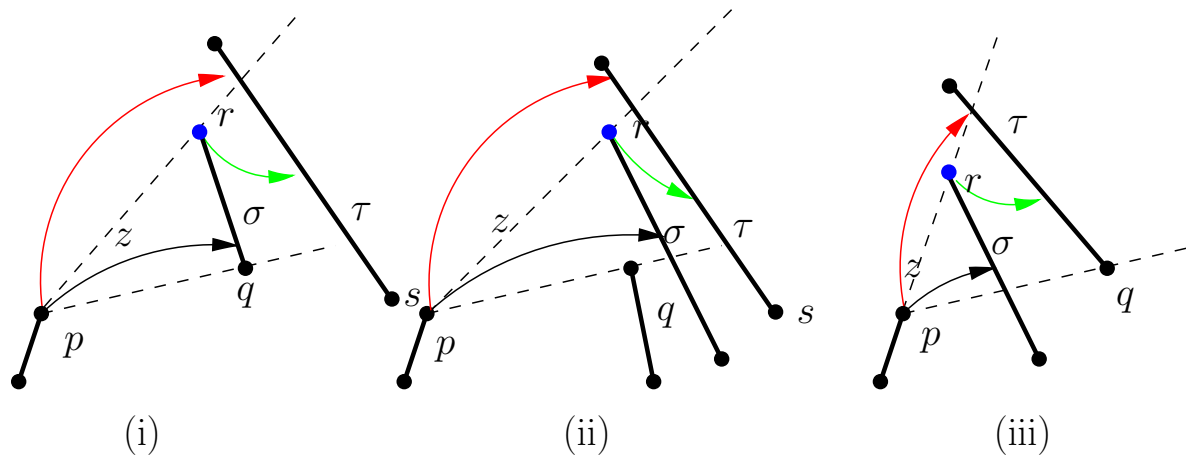
# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge



# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares  $(p, r)$  nach  $(p, q)$

F. 3)  $r$  ist Endpunkt von  $\sigma$

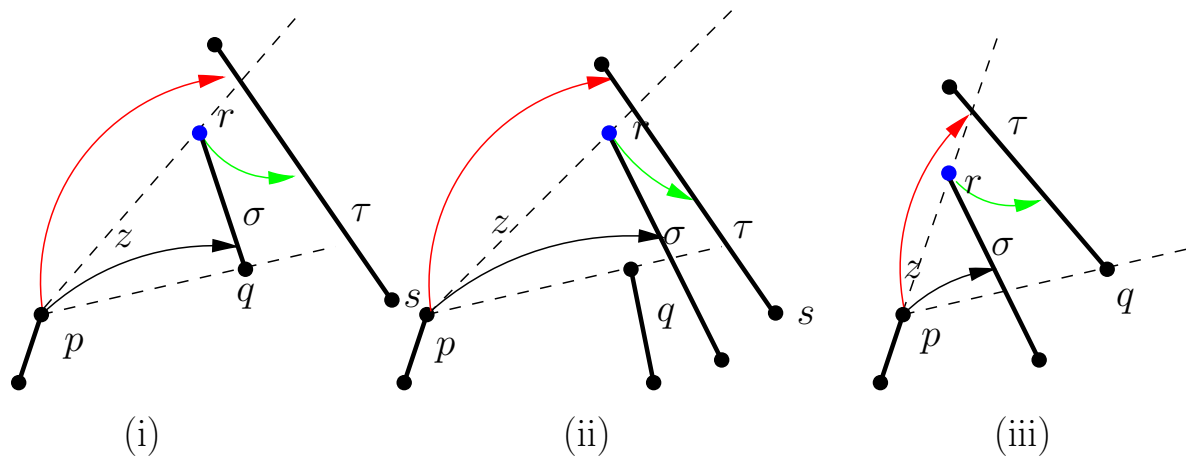


# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares  $(p, r)$  nach  $(p, q)$

F. 3)  $r$  ist Endpunkt von  $\sigma$

- Zeiger auf  $\tau$  von  $r$ :  $(r, s)$  war schon dran **Reihenfolge**

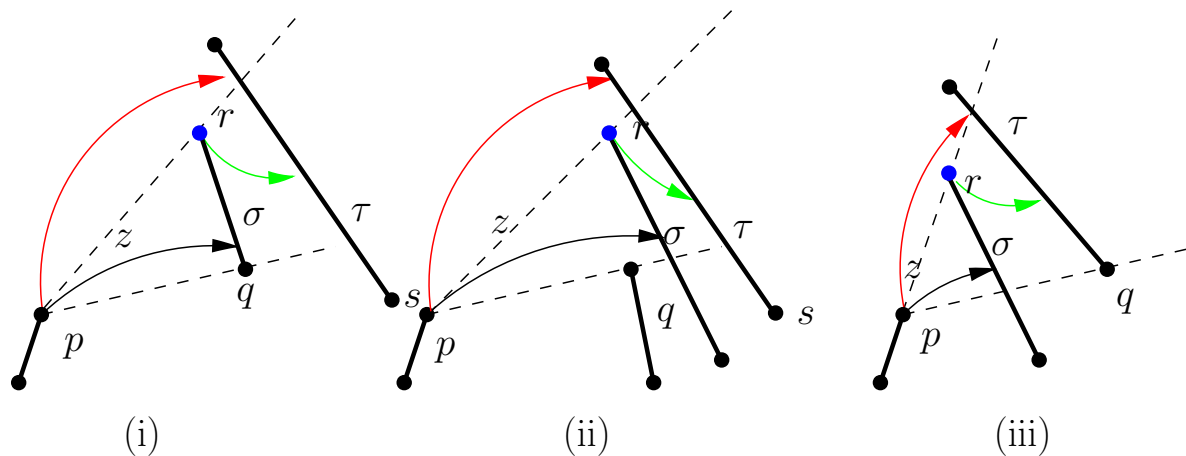


# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares  $(p, r)$  nach  $(p, q)$

F. 3)  $r$  ist Endpunkt von  $\sigma$

- Zeiger auf  $\tau$  von  $r$ :  $(r, s)$  war schon dran **Reihenfolge**
- Winkelbereich ist leer!!



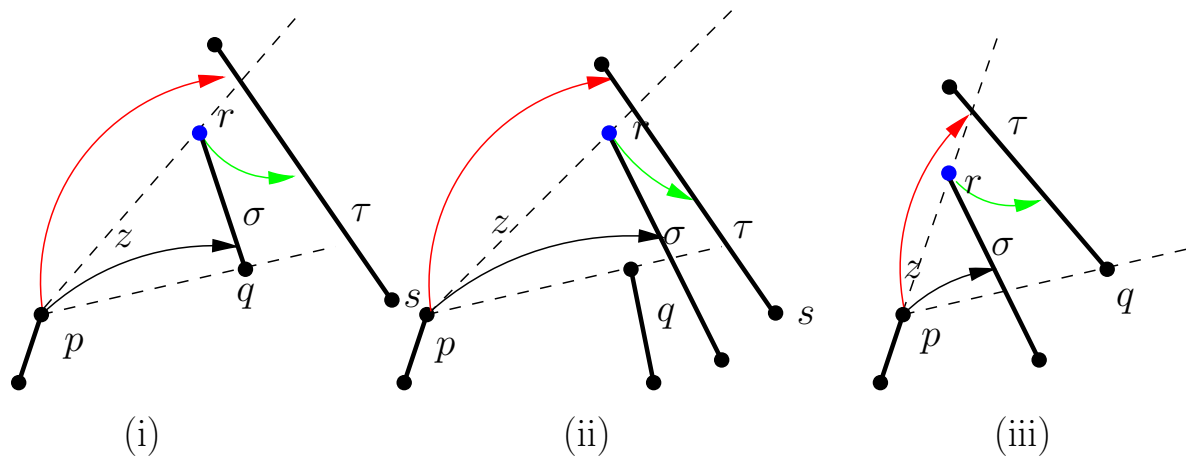


# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares  $(p, r)$  nach  $(p, q)$

F. 3)  $r$  ist Endpunkt von  $\sigma$

- Zeiger auf  $\tau$  von  $r$ :  $(r, s)$  war schon dran **Reihenfolge**
- Winkelbereich ist leer!!
- Ausgabe:  $(p, r)$ !

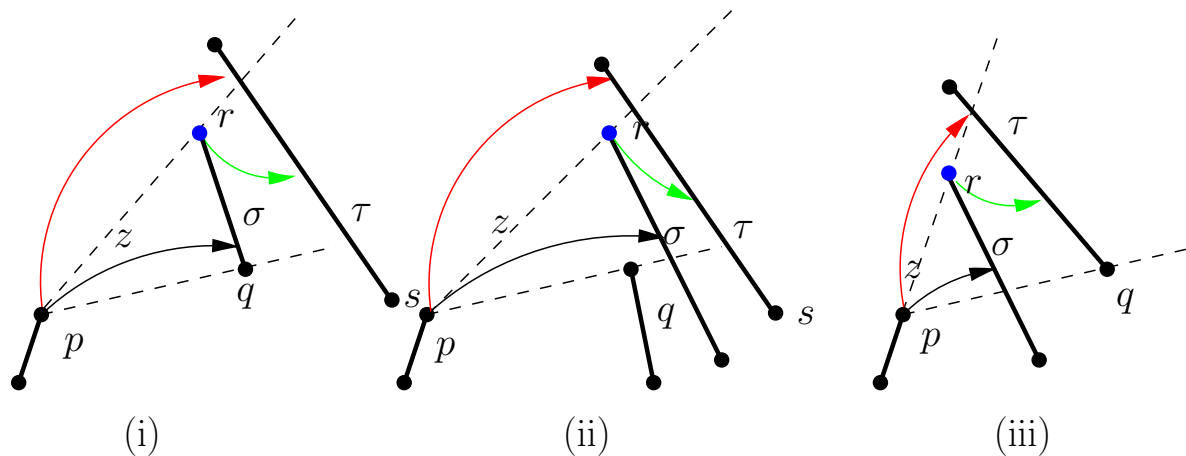


# Sweep mit Bearbeitungsreihenfolge

Bearbeitung des nächsten Paares  $(p, r)$  nach  $(p, q)$

F. 3)  $r$  ist Endpunkt von  $\sigma$

- Zeiger auf  $\tau$  von  $r$ :  $(r, s)$  war schon dran **Reihenfolge**
- Winkelbereich ist leer!!
- Ausgabe:  $(p, r)$ ! Invariante gilt nun für  $(p, r)$



# Simultaner Sweep: Ereignisverarbeitung Fall 3(iii)

# Simultaner Sweep: Ereignisverarbeitung Fall 3(iii)

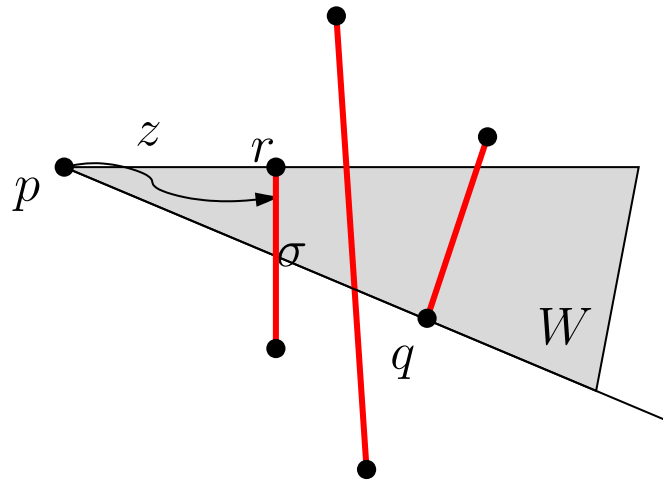
- $r$  Endpunkt von  $\sigma$

# Simultaner Sweep: Ereignisverarbeitung Fall 3(iii)

- $r$  Endpunkt von  $\sigma$
- Winkelbereich  $W$ : Punktfrei

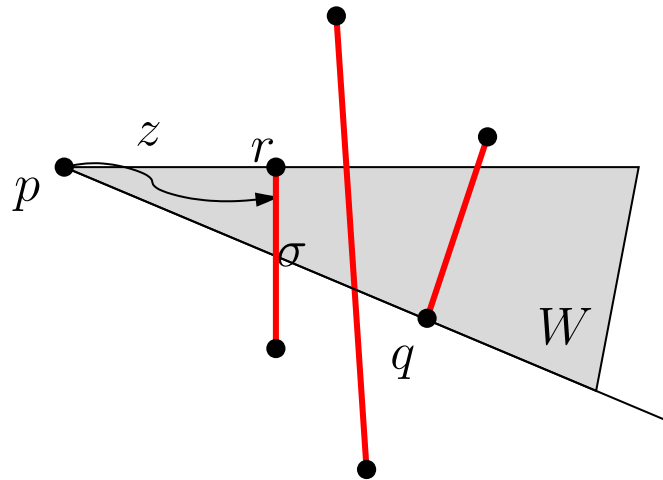
# Simultaner Sweep: Ereignisverarbeitung Fall 3(iii)

- $r$  Endpunkt von  $\sigma$
- Winkelbereich  $W$ : Punktfrei
- $(r, q)$  war dran:



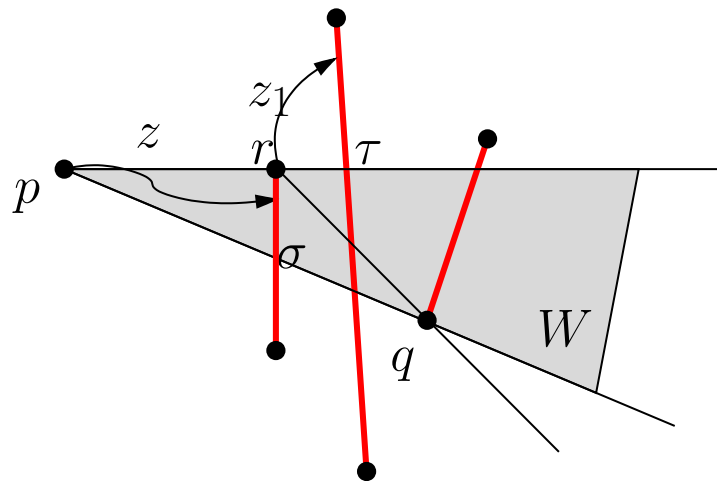
# Simultaner Sweep: Ereignisverarbeitung Fall 3(iii)

- $r$  Endpunkt von  $\sigma$
- Winkelbereich  $W$ : Punktfrei
- $(r, q)$  war dran: Umbiegen d. Zeigers/Ausgabe,



# Simultaner Sweep: Ereignisverarbeitung Fall 3(iii)

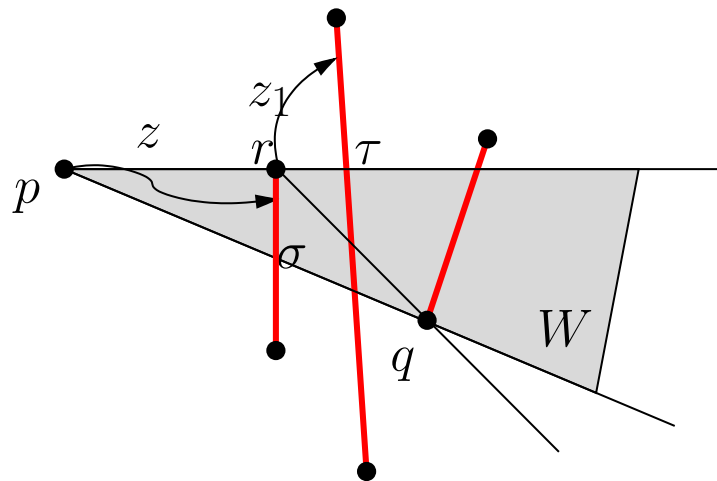
- $r$  Endpunkt von  $\sigma$
- Winkelbereich  $W$ : Punktfrei
- $(r, q)$  war dran: Umbiegen d. Zeigers/Ausgabe,  $O(1)$



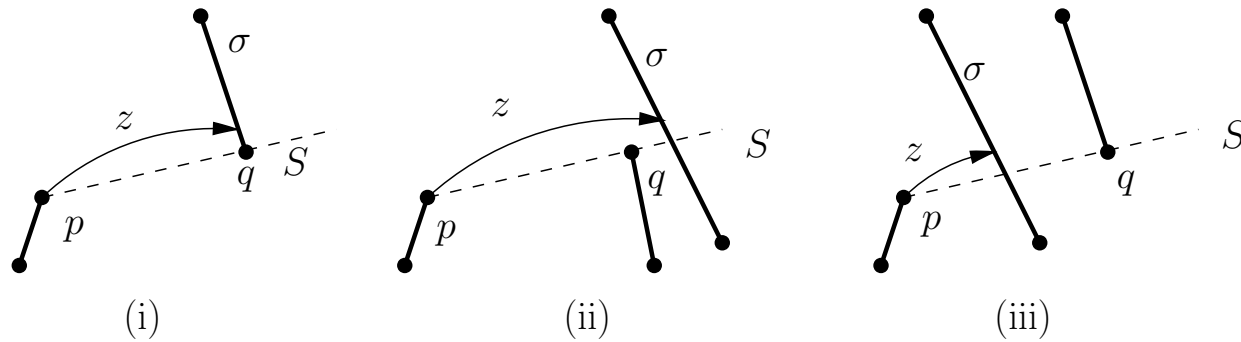


# Simultaner Sweep: Ereignisverarbeitung Fall 3(iii)

- $r$  Endpunkt von  $\sigma$
- Winkelbereich  $W$ : Punktfrei
- $(r, q)$  war dran: Umbiegen d. Zeigers/Ausgabe,  $O(1)$

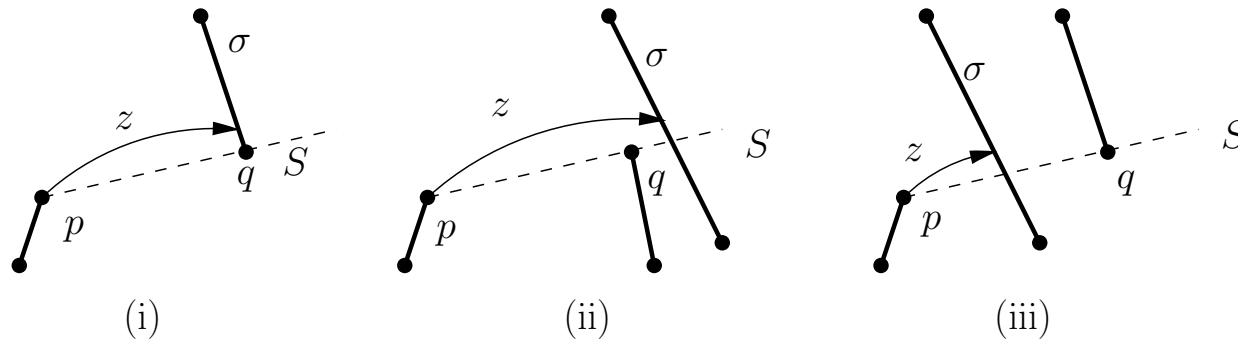


# Simultaner Sweep: Laufzeit und Korrektheit



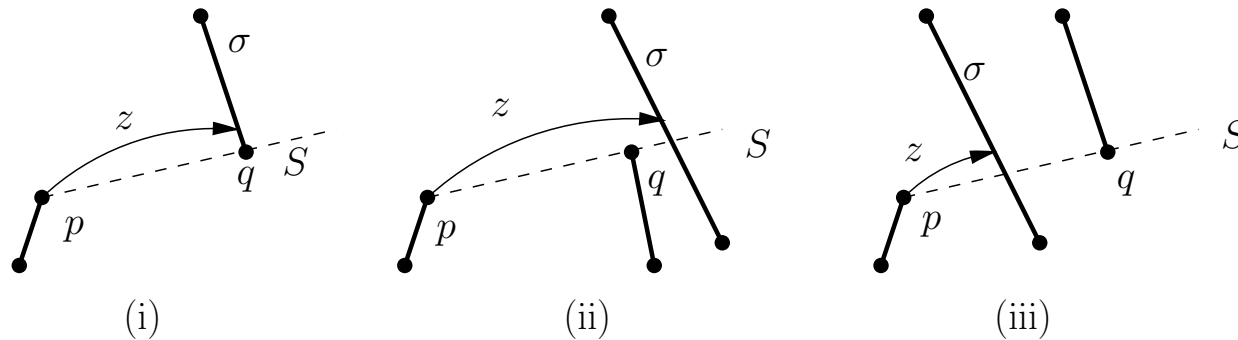
# Simultaner Sweep: Laufzeit und Korrektheit

- Invariante ist stets erfüllt! Zeiger auf  $\sigma$  korrekt



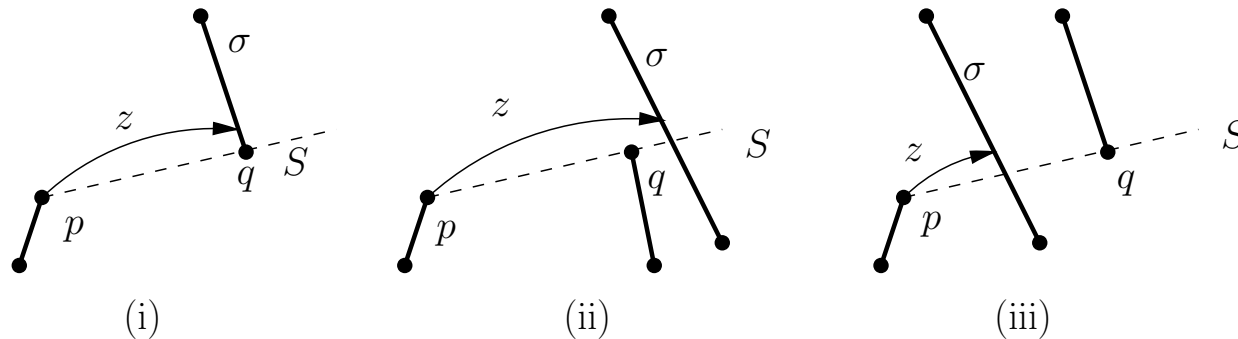
# Simultaner Sweep: Laufzeit und Korrektheit

- Invariante ist stets erfüllt! Zeiger auf  $\sigma$  korrekt
- Bearbeitungsreihenfolge: Alle Paare  $(p, q)$  werden betrachtet!



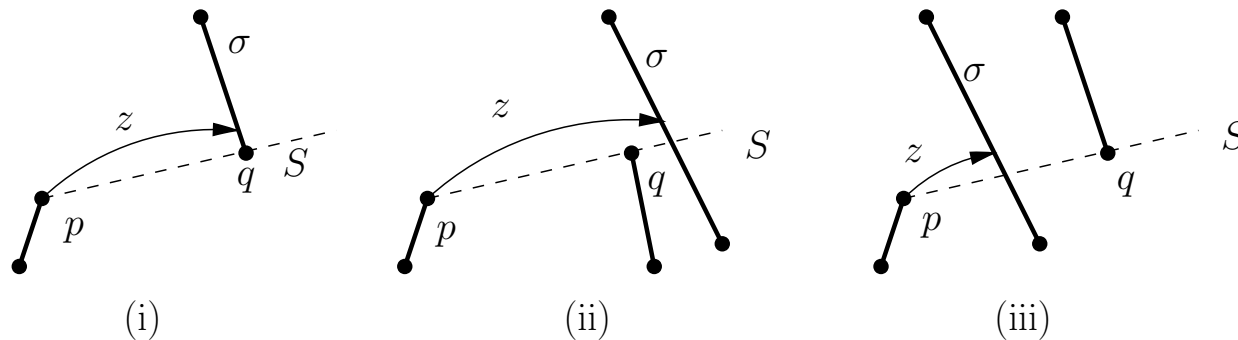
# Simultaner Sweep: Laufzeit und Korrektheit

- Invariante ist stets erfüllt! Zeiger auf  $\sigma$  korrekt
- Bearbeitungsreihenfolge: Alle Paare  $(p, q)$  werden betrachtet!
- Immer wenn  $q$  auf  $\sigma$  liegt erfolgt Ausgabe



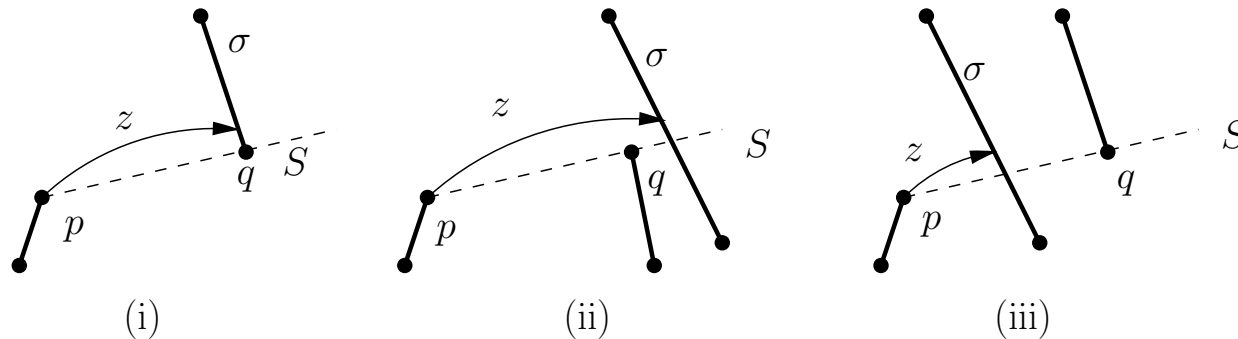
# Simultaner Sweep: Laufzeit und Korrektheit

- Invariante ist stets erfüllt! Zeiger auf  $\sigma$  korrekt
- Bearbeitungsreihenfolge: Alle Paare  $(p, q)$  werden betrachtet!
- Immer wenn  $q$  auf  $\sigma$  liegt erfolgt Ausgabe
- Bearbeitungsreihenfolge:  $O(n^2)$  Ereignisse, jeweils  $O(1)$  Aufwand



# Simultaner Sweep: Laufzeit und Korrektheit

- Invariante ist stets erfüllt! Zeiger auf  $\sigma$  korrekt
- Bearbeitungsreihenfolge: Alle Paare  $(p, q)$  werden betrachtet!
- Immer wenn  $q$  auf  $\sigma$  liegt erfolgt Ausgabe
- Bearbeitungsreihenfolge:  $O(n^2)$  Ereignisse, jeweils  $O(1)$  Aufwand
- Korrekter Sweep in  $O(n^2)$

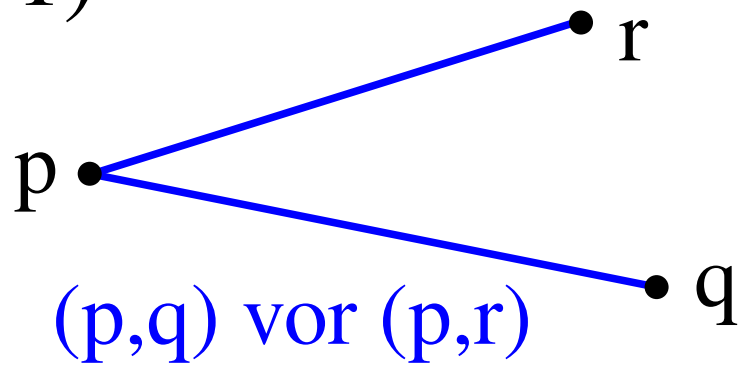


# Bearbeitungsreihenfolge in $O(n^2)$

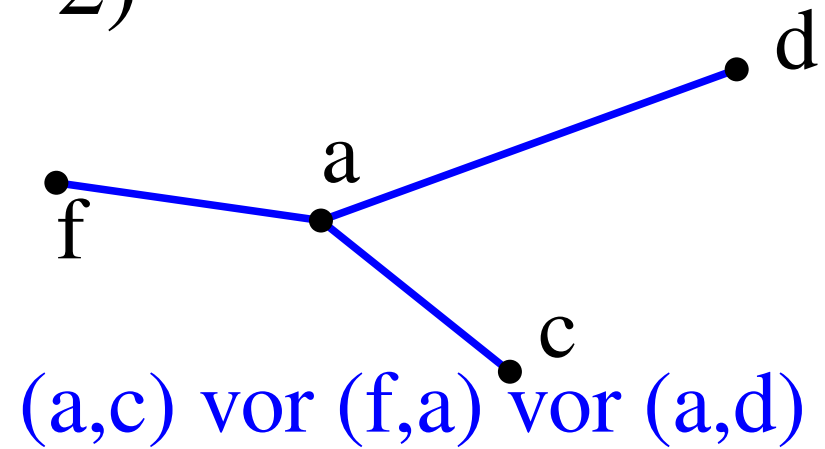


## Bearbeitungsreihenfolge in $O(n^2)$

1)

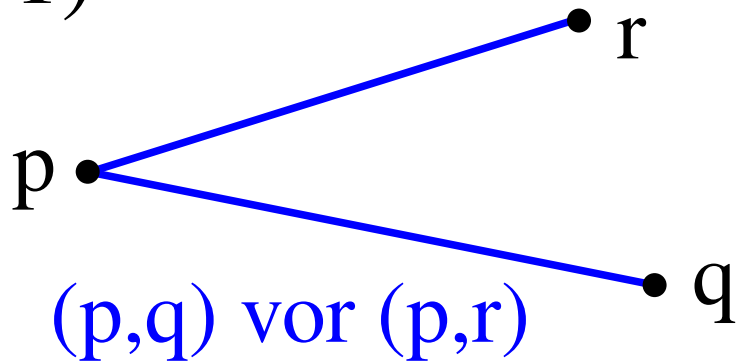


2)

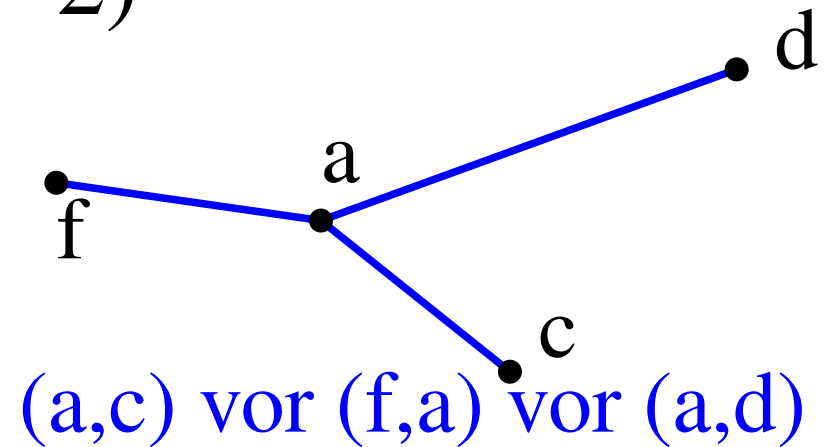


## Bearbeitungsreihenfolge in $O(n^2)$

1)



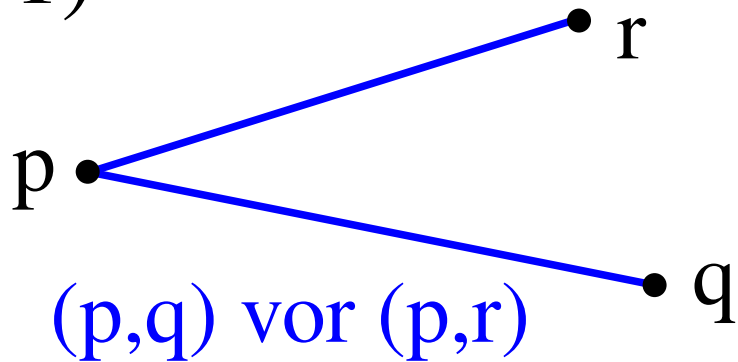
2)



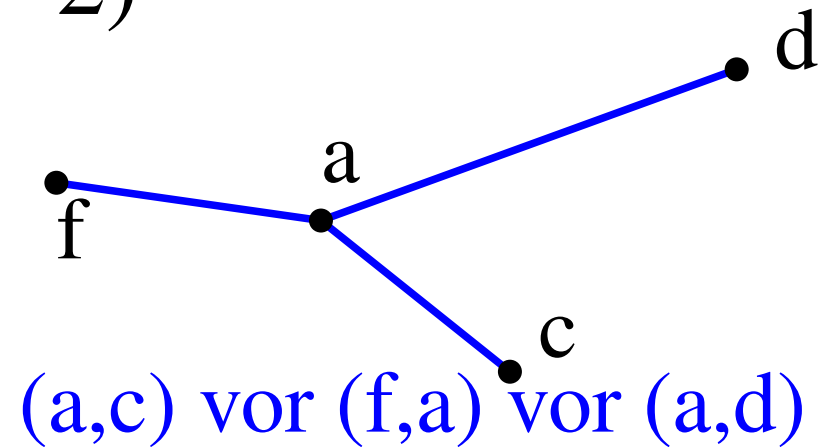
Offensichtlich wird nicht mehr gebraucht!

## Bearbeitungsreihenfolge in $O(n^2)$

1)



2)



Offensichtlich wird nicht mehr gebraucht!

Diese muss nun berechnet werden!

# Dualitätsprinzip

# Dualitätsprinzip

1. Ordnungserhaltende Abbildung zwischen geometrischen Objekten

# Dualitätsprinzip

1. Ordnungserhaltende Abbildung zwischen geometrischen Objekten
2. Transformiere Punkt  $p = (p_x, p_y)$  zu  $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$

# Dualitätsprinzip

1. Ordnungserhaltende Abbildung zwischen geometrischen Objekten
2. Transformiere Punkt  $p = (p_x, p_y)$  zu  $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
3. Steigung zw. zwei Punkten  $p = (p_x, p_y)$  und  $q = (q_x, q_y)$ ,  $p_x < q_x$

# Dualitätsprinzip

1. Ordnungserhaltende Abbildung zwischen geometrischen Objekten
2. Transformiere Punkt  $p = (p_x, p_y)$  zu  $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
3. Steigung zw. zwei Punkten  $p = (p_x, p_y)$  und  $q = (q_x, q_y)$ ,  $p_x < q_x$
4. Ergebnis  $\frac{q_y - p_y}{q_x - p_x}$ !

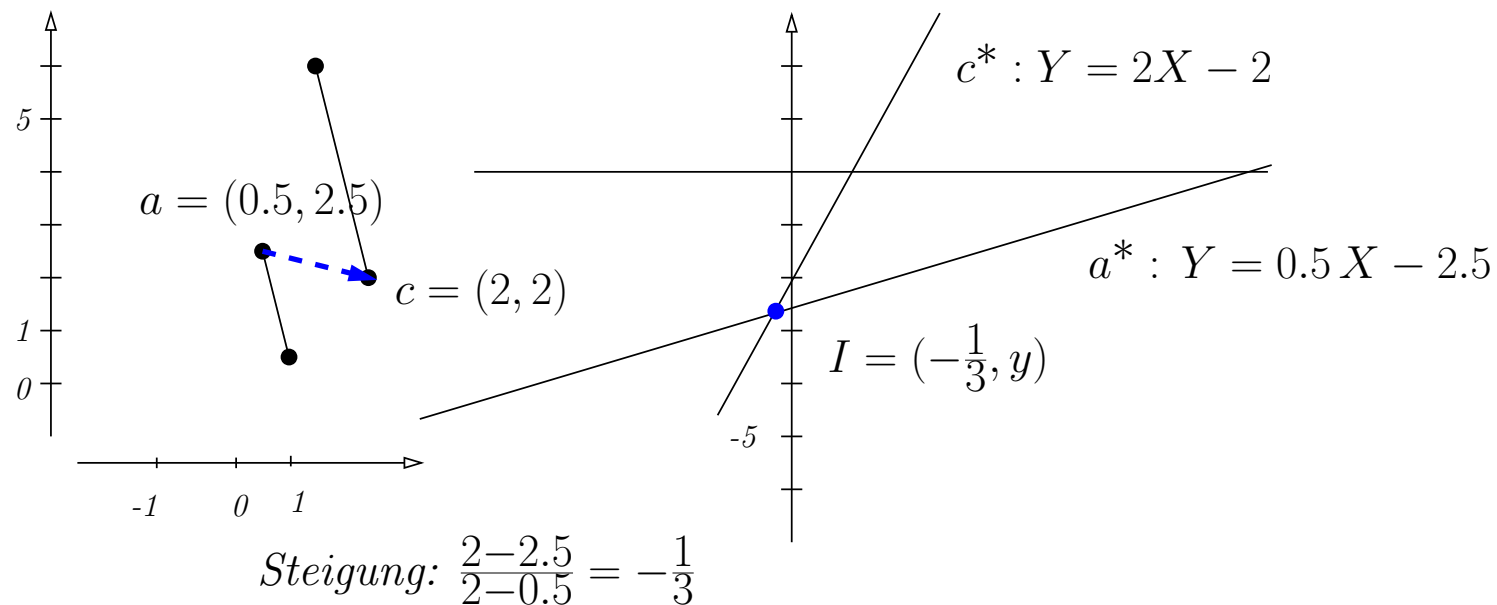


# Dualitätsprinzip

1. Ordnungserhaltende Abbildung zwischen geometrischen Objekten
2. Transformiere Punkt  $p = (p_x, p_y)$  zu  $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
3. Steigung zw. zwei Punkten  $p = (p_x, p_y)$  und  $q = (q_x, q_y)$ ,  $p_x < q_x$
4. Ergebnis  $\frac{q_y - p_y}{q_x - p_x}$ ! Entspricht  $X$ -Koordinate von  $p^* \cap q^*$

# Dualitätsprinzip

1. Ordnungserhaltende Abbildung zwischen geometrischen Objekten
2. Transformiere Punkt  $p = (p_x, p_y)$  zu  $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
3. Steigung zw. zwei Punkten  $p = (p_x, p_y)$  und  $q = (q_x, q_y)$ ,  $p_x < q_x$
4. Ergebnis  $\frac{q_y - p_y}{q_x - p_x}$ ! Entspricht  $X$ -Koordinate von  $p^* \cap q^*$



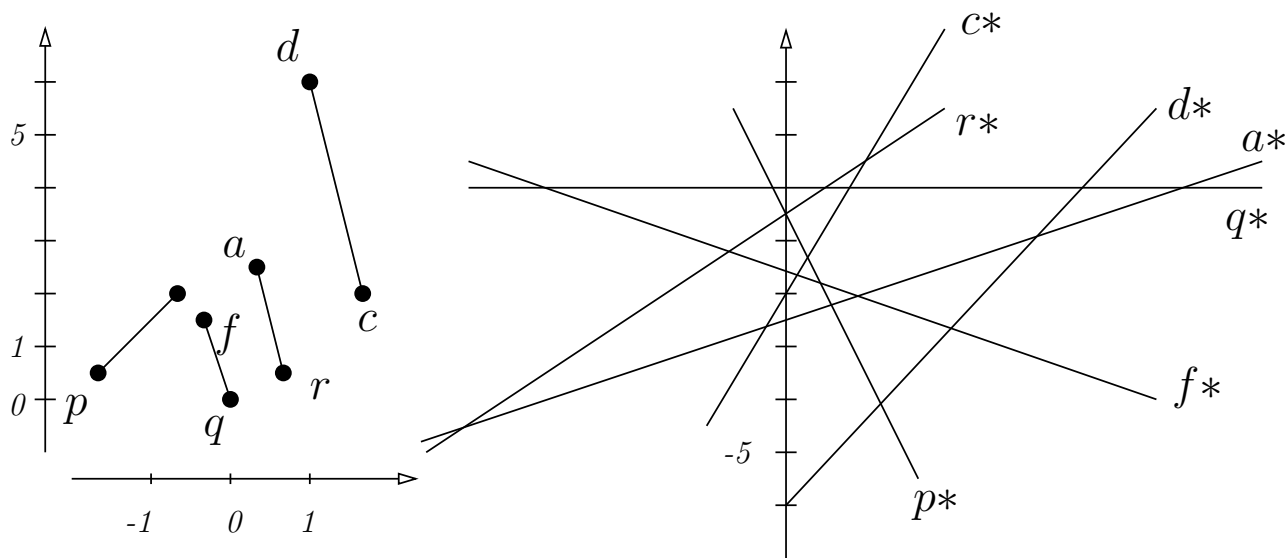
# Dualitätsprinzip

# Dualitätsprinzip

1. Transformiere alle Punkte  $p = (p_x, p_y)$  zu  $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$

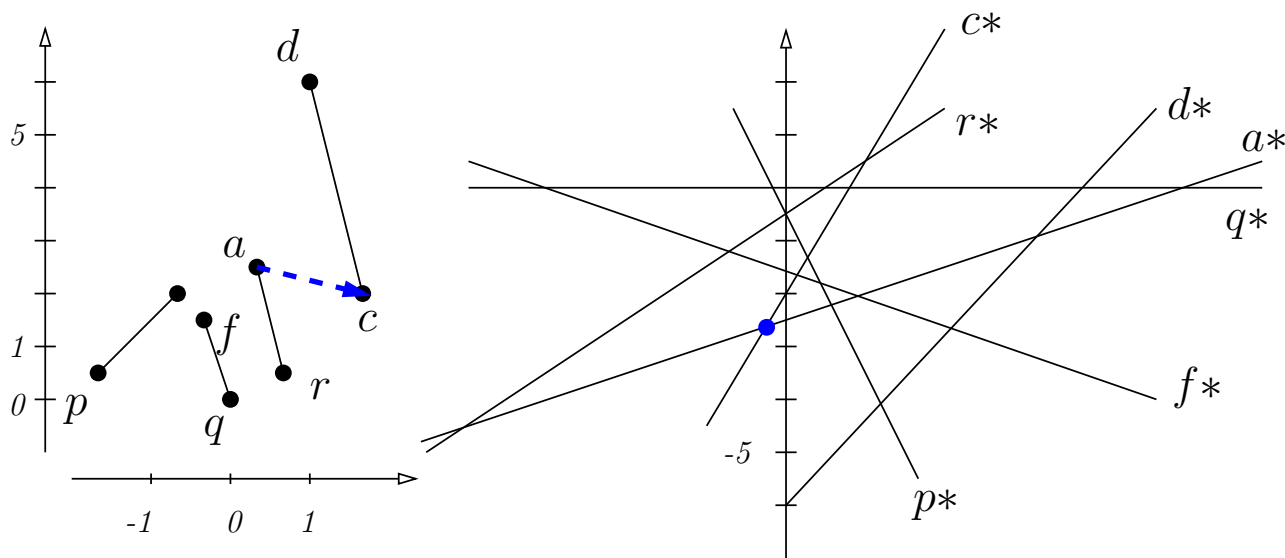
# Dualitätsprinzip

1. Transformiere alle Punkte  $p = (p_x, p_y)$  zu  $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
2. Bearbeitungsreihenfolge: 2 Bedingungen



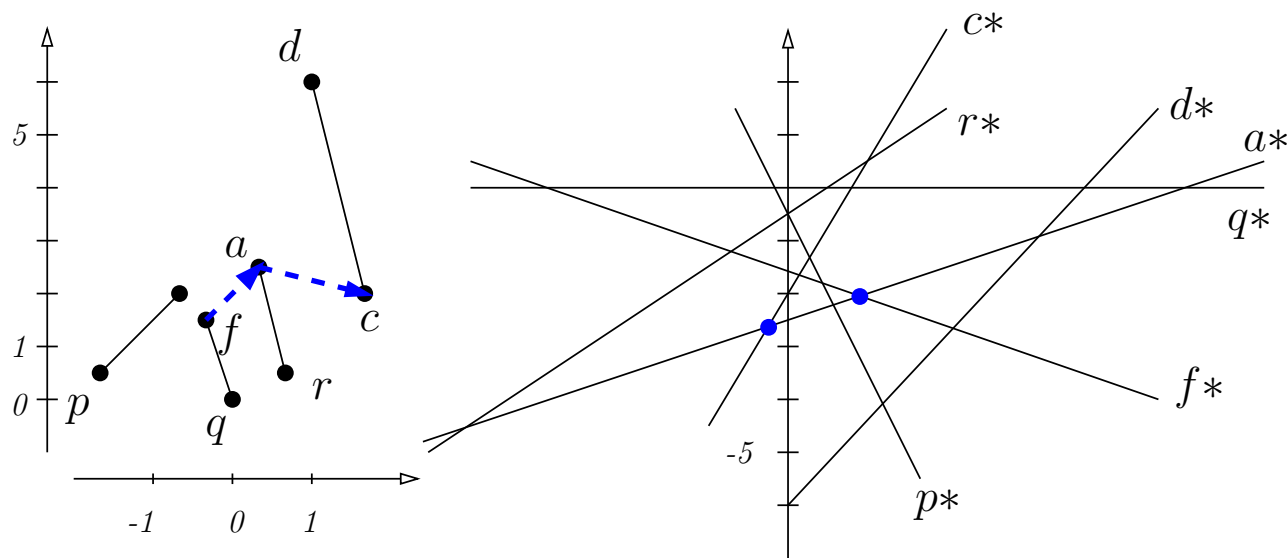
# Dualitätsprinzip

1. Transformiere alle Punkte  $p = (p_x, p_y)$  zu  $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
2. Bearbeitungsreihenfolge: 2 Bedingungen
3. Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden einhalten



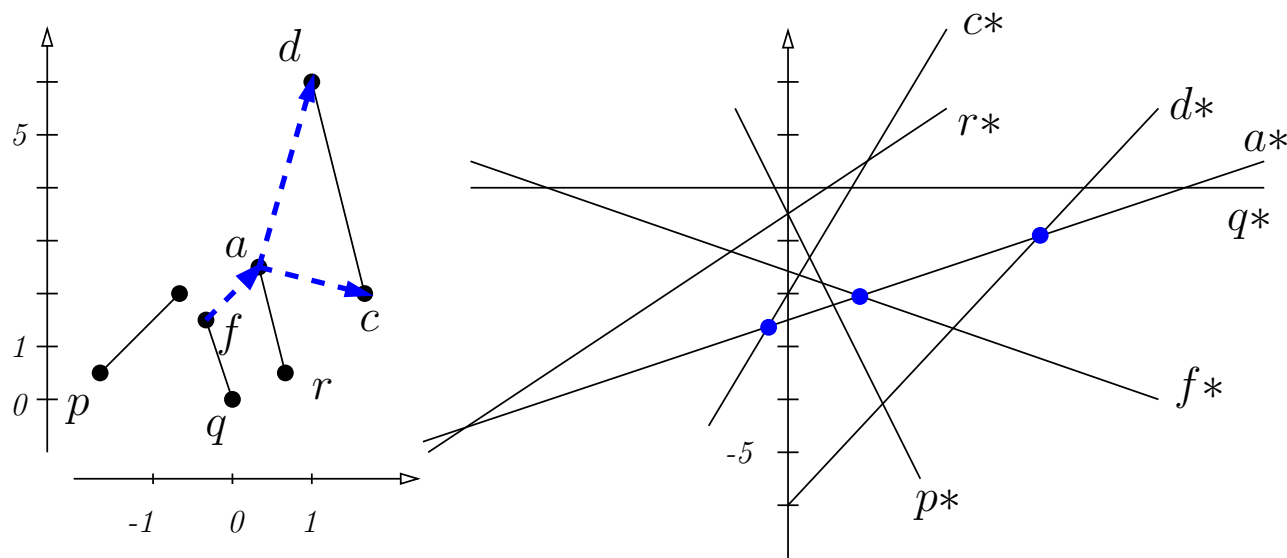
# Dualitätsprinzip

1. Transformiere alle Punkte  $p = (p_x, p_y)$  zu  $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
2. Bearbeitungsreihenfolge: 2 Bedingungen
3. Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden einhalten



# Dualitätsprinzip

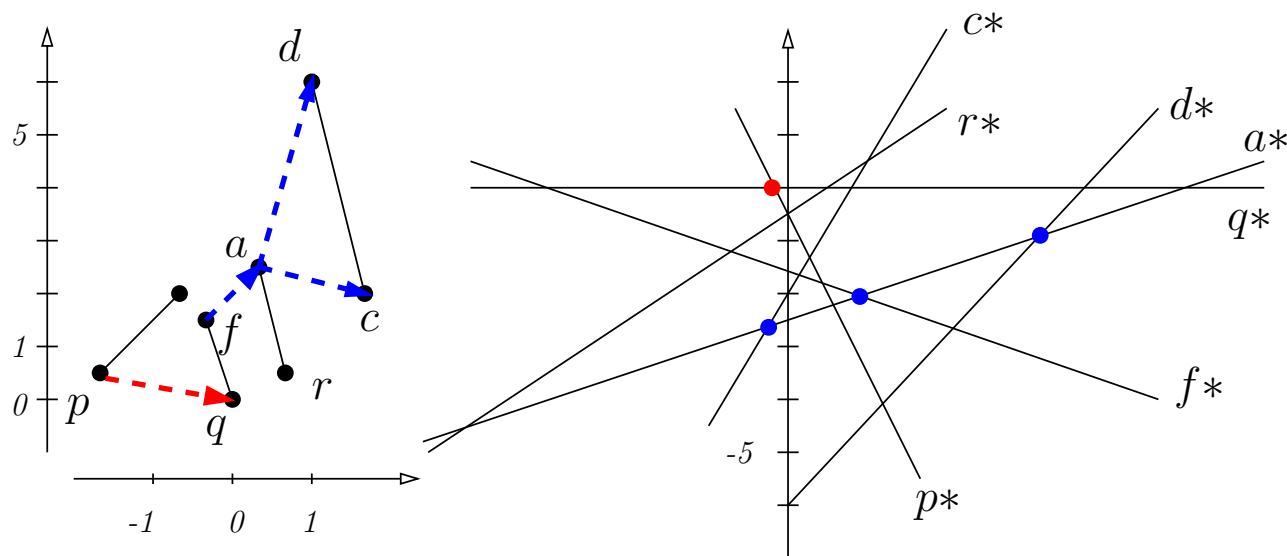
1. Transformiere alle Punkte  $p = (p_x, p_y)$  zu  $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
2. Bearbeitungsreihenfolge: 2 Bedingungen
3. Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden einhalten





# Dualitätsprinzip

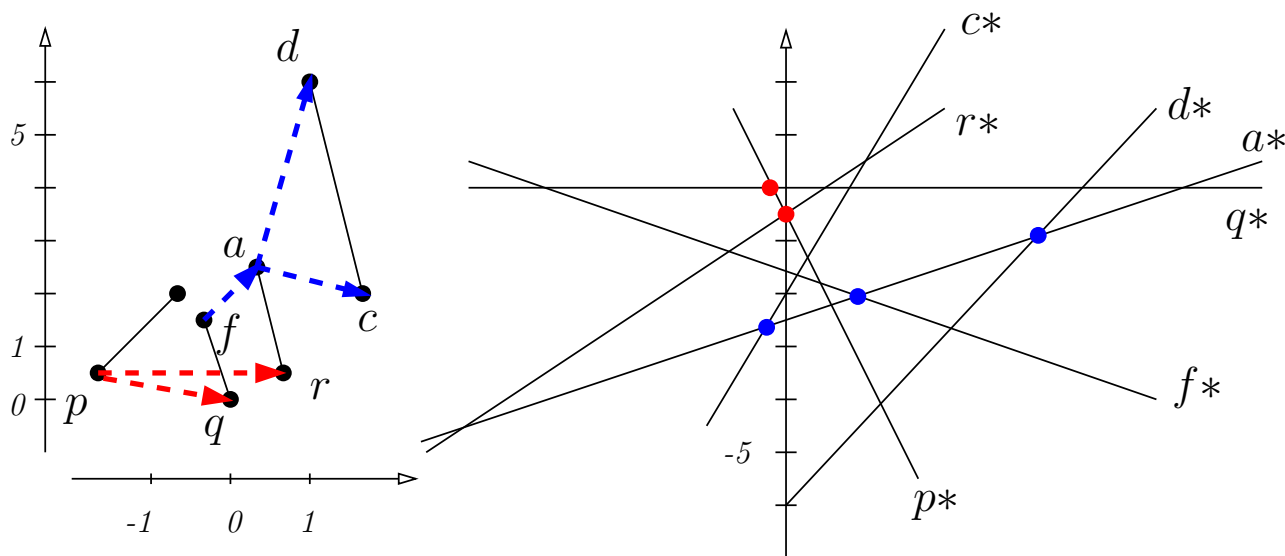
1. Transformiere alle Punkte  $p = (p_x, p_y)$  zu  $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
2. Bearbeitungsreihenfolge: 2 Bedingungen
3. Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden einhalten





# Dualitätsprinzip

1. Transformiere alle Punkte  $p = (p_x, p_y)$  zu  $p^* : \{Y = p_x X - p_y\}$
2. Bearbeitungsreihenfolge: 2 Bedingungen
3. Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden einhalten



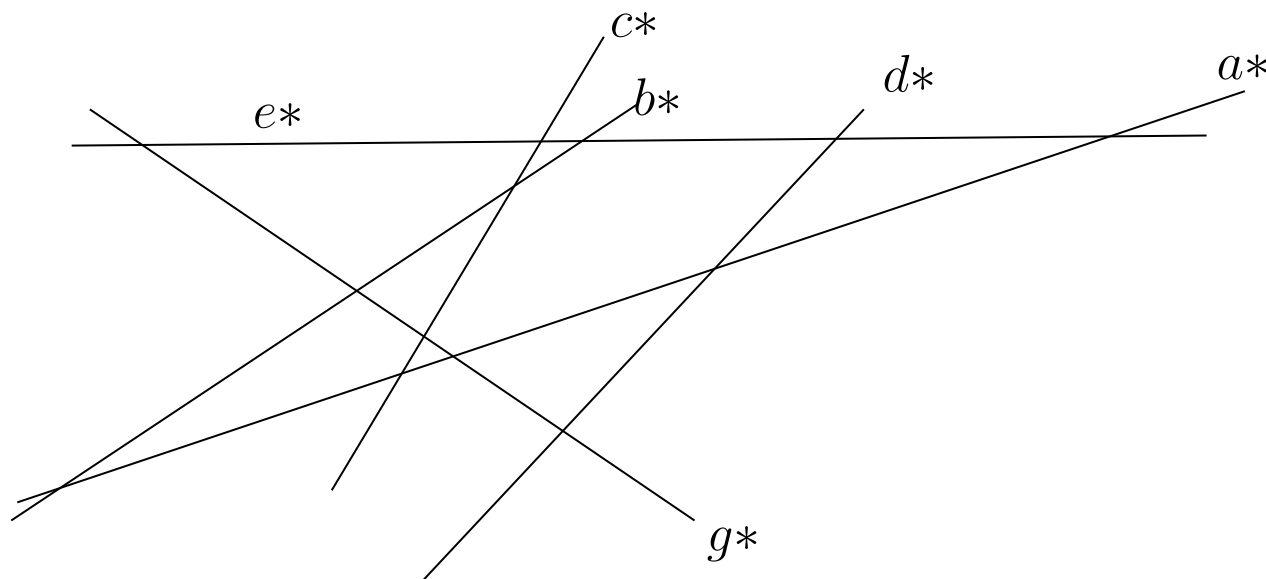
# Arrangement von Geraden

# Arrangement von Geraden

- Berechne die Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden

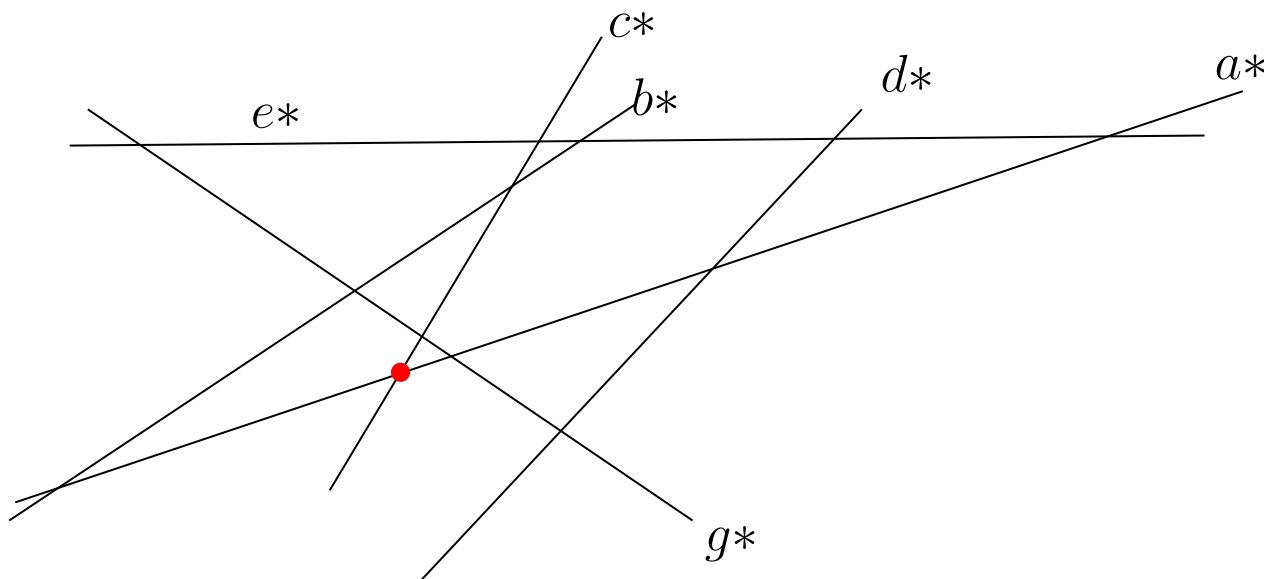
# Arrangement von Geraden

- Berechne die Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden
- Nicht eindeutig!!



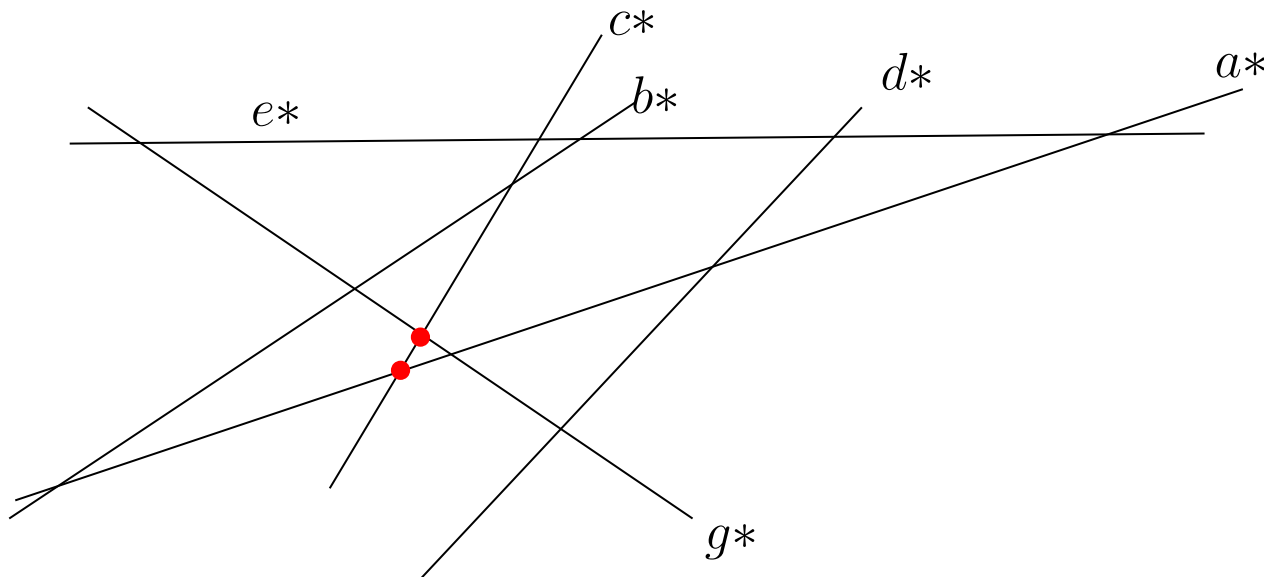
# Arrangement von Geraden

- Berechne die Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden
- Nicht eindeutig!!
- $a^* \cap c^*$ ,



# Arrangement von Geraden

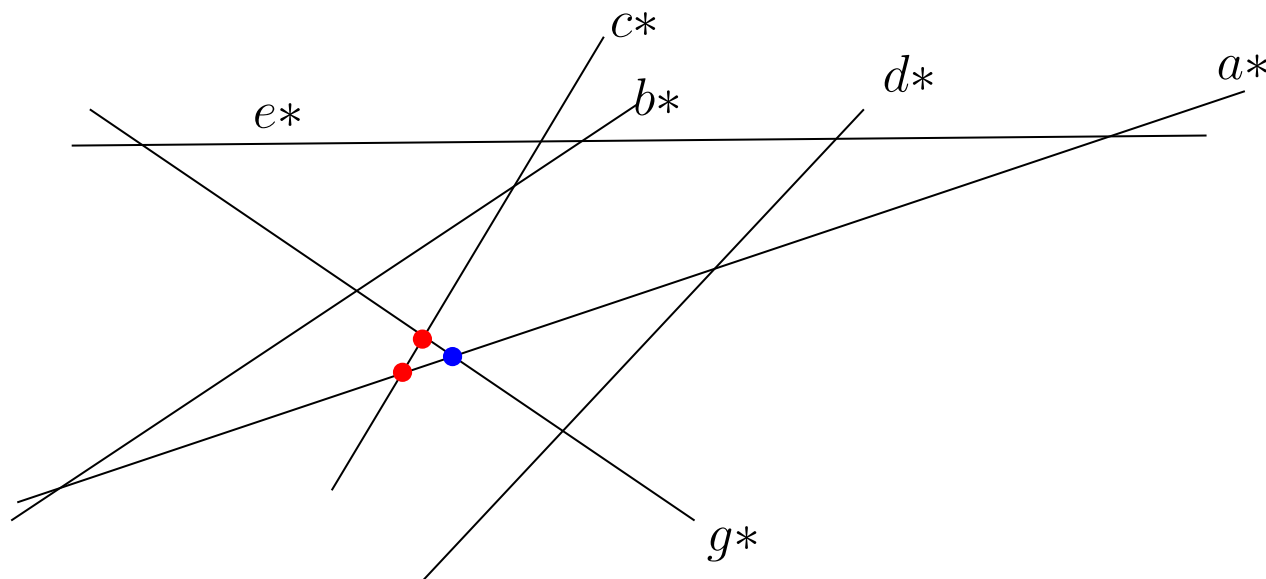
- Berechne die Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden
- Nicht eindeutig!!
- $a^* \cap c^*$ ,  $g^* \cap c^*$ ,





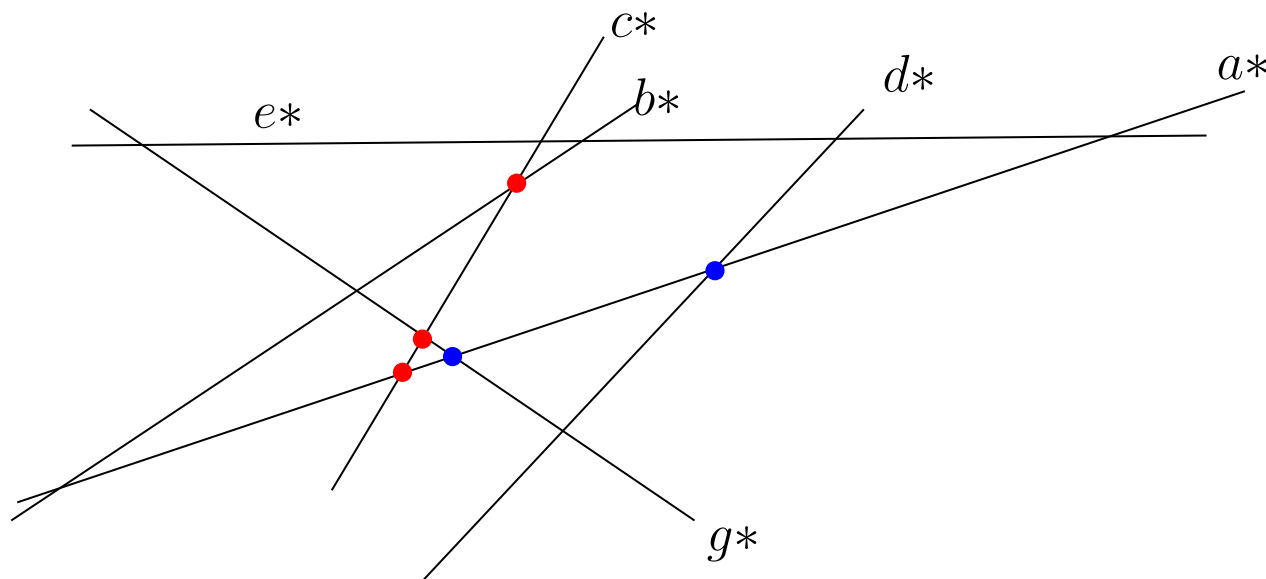
# Arrangement von Geraden

- Berechne die Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden
- Nicht eindeutig!!
- $a^* \cap c^*$ ,  $g^* \cap c^*$ ,  $g^* \cap a^*$ ,



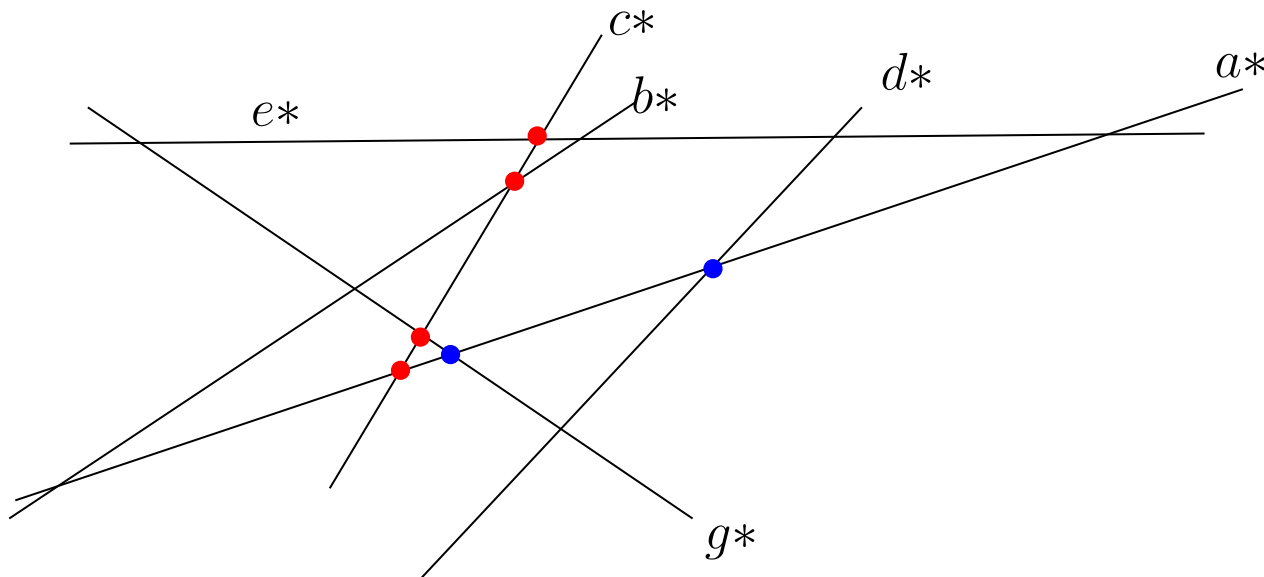
# Arrangement von Geraden

- Berechne die Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden
- Nicht eindeutig!!
- $a^* \cap c^*$ ,  $g^* \cap c^*$ ,  $g^* \cap a^*$ ,  $c^* \cap b^*$ ,  $a^* \cap d^*$ ,



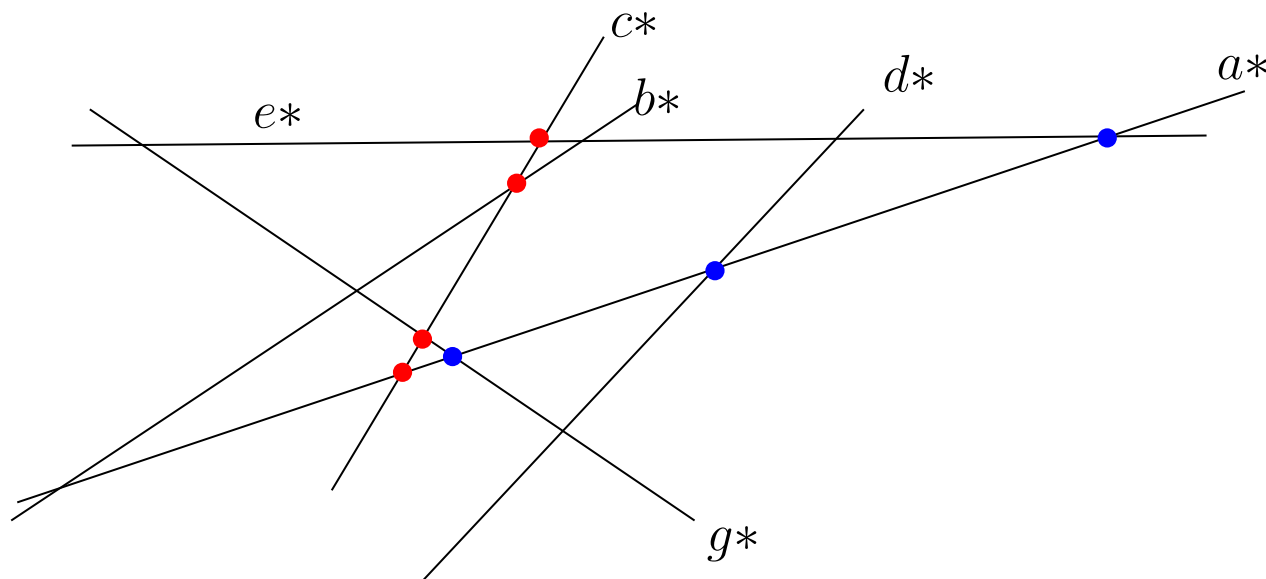
# Arrangement von Geraden

- Berechne die Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden
- Nicht eindeutig!!
- $a^* \cap c^*$ ,  $g^* \cap c^*$ ,  $g^* \cap a^*$ ,  $c^* \cap b^*$ ,  $a^* \cap d^*$ ,  $c^* \cap e^*$ ,

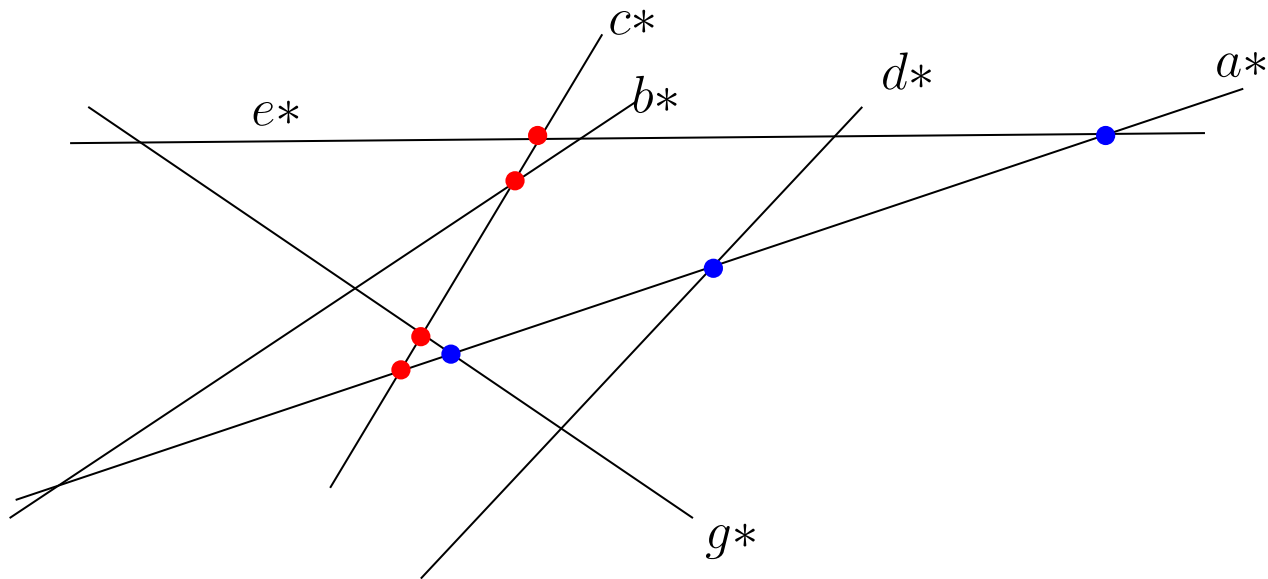


# Arrangement von Geraden

- Berechne die Reihenfolge der Schnittpunkte entlang jeder Geraden
- Nicht eindeutig!!
- $a^* \cap c^*$ ,  $g^* \cap c^*$ ,  $g^* \cap a^*$ ,  $c^* \cap b^*$ ,  $a^* \cap d^*$ ,  $c^* \cap e^*$ ,  $a^* \cap e^*$

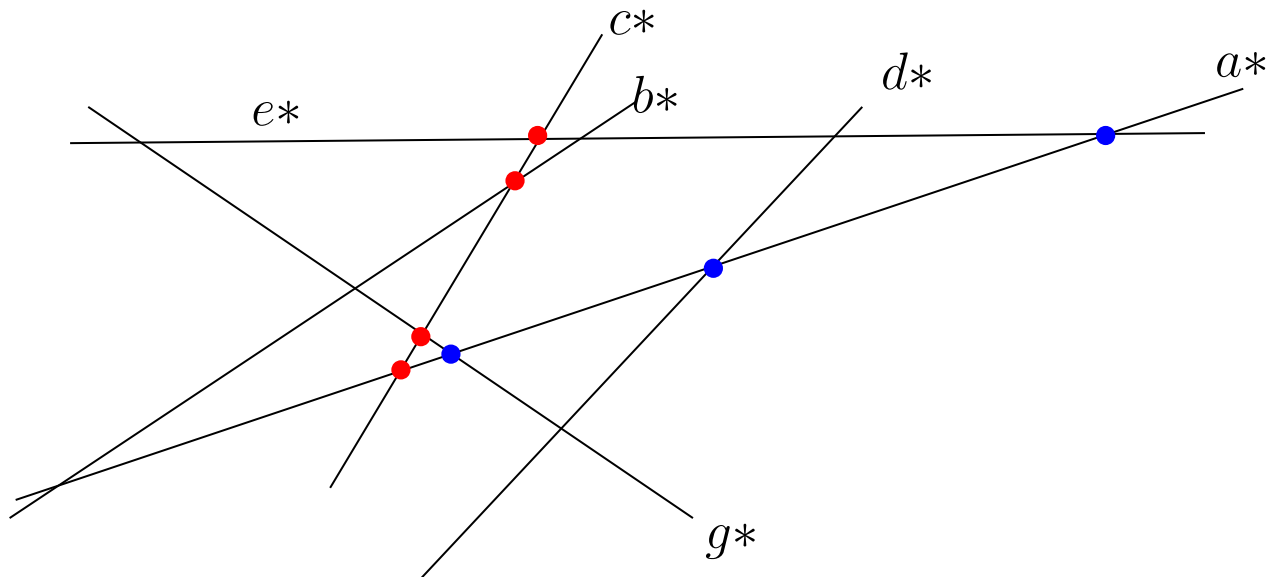


# Neue Aufgabe für Arrangement von Geraden



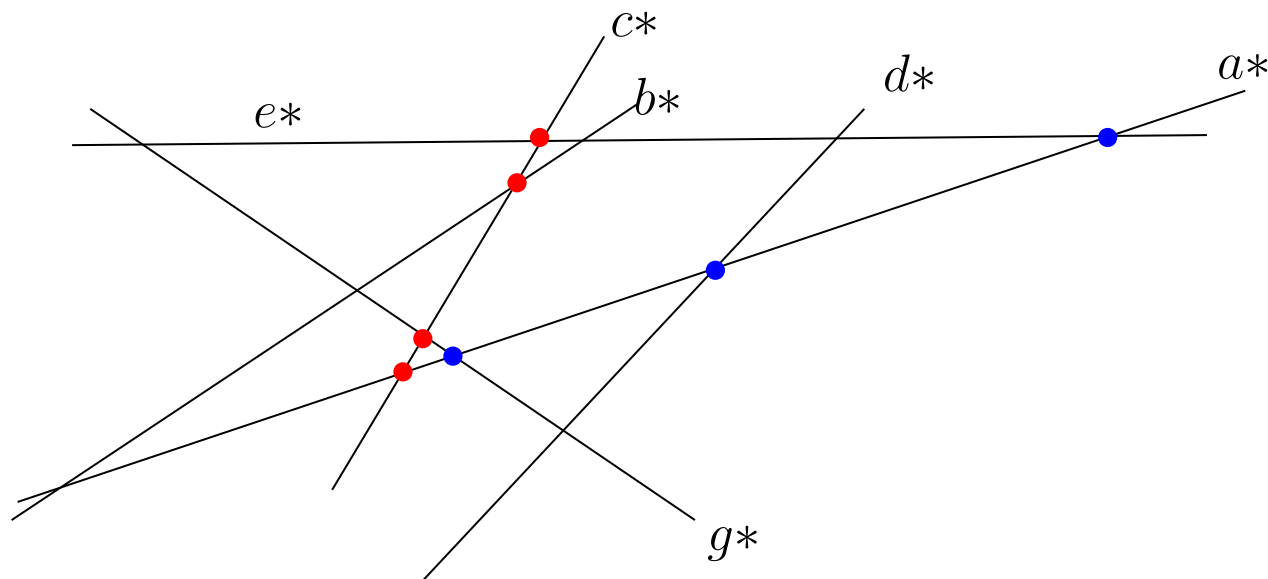
# Neue Aufgabe für Arrangement von Geraden

- Berechne Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang jeder Geraden



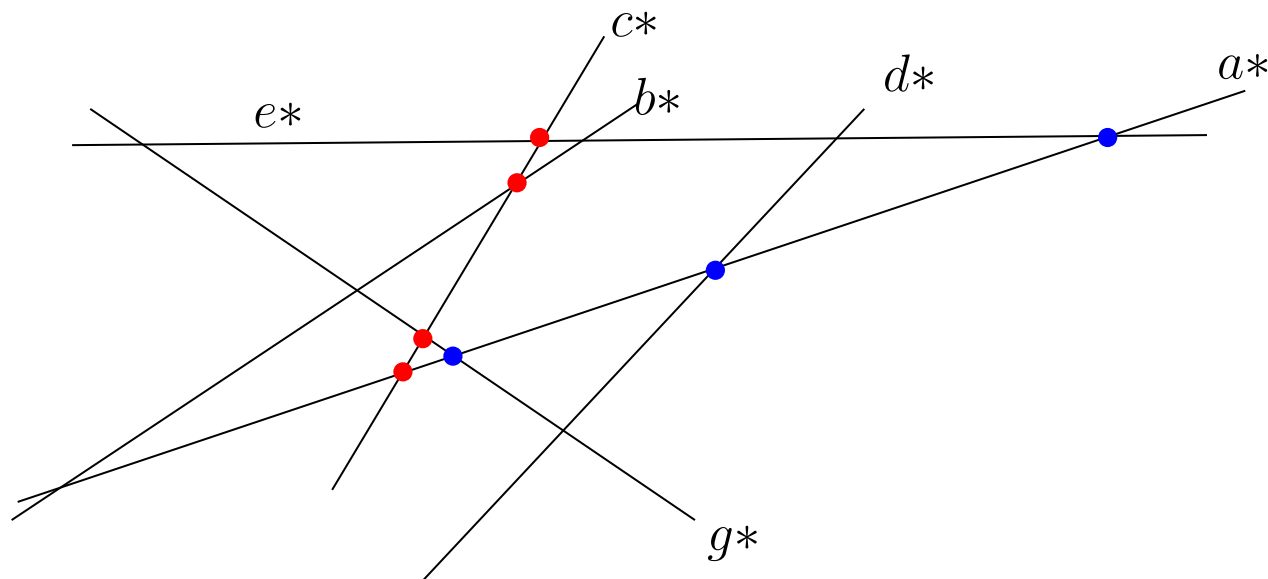
# Neue Aufgabe für Arrangement von Geraden

- Berechne Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang jeder Geraden
- Naiv!



# Neue Aufgabe für Arrangement von Geraden

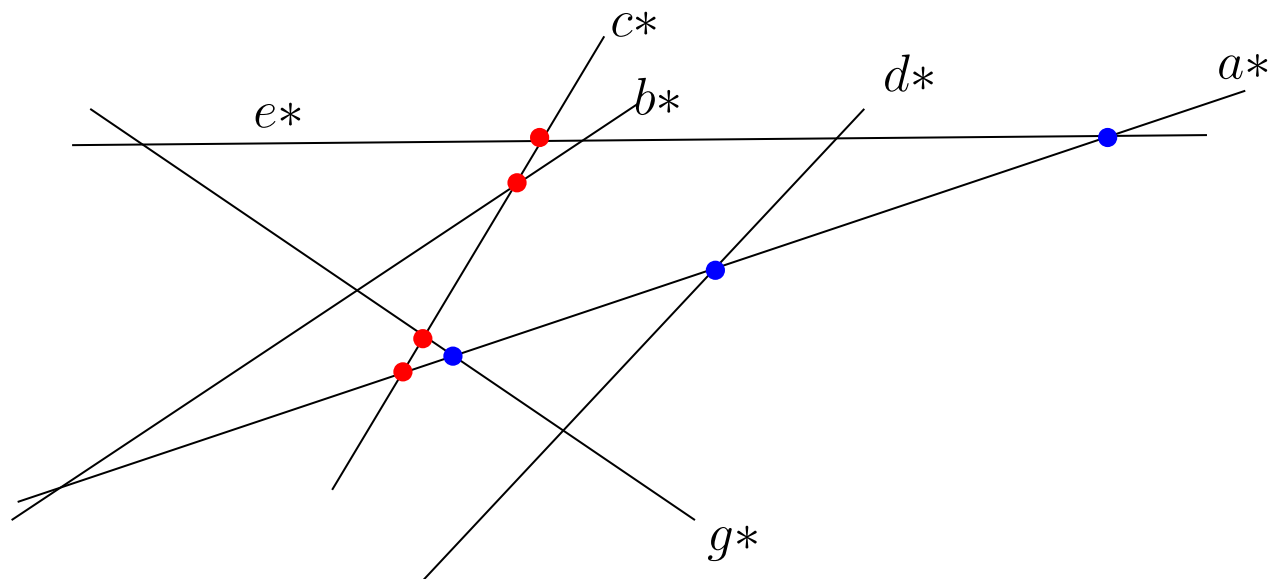
- Berechne Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang jeder Geraden
- Naiv!  $n^2$  Schnittpunkte sortieren:





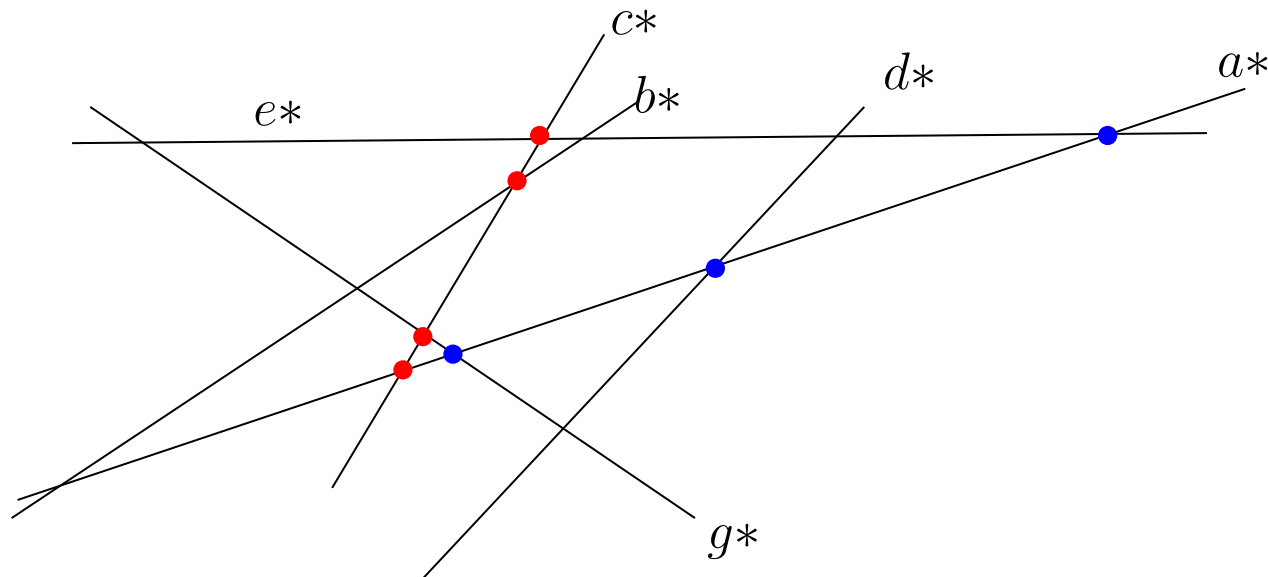
# Neue Aufgabe für Arrangement von Geraden

- Berechne Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang jeder Geraden
- Naiv!  $n^2$  Schnittpunkte sortieren:  $O(n^2 \log n)$



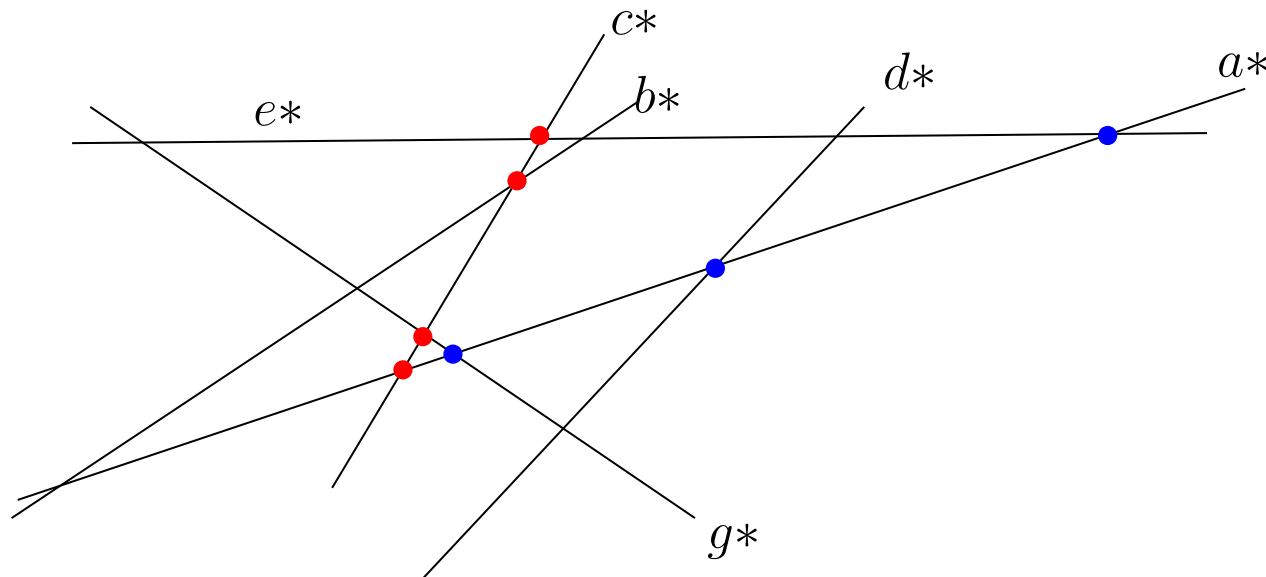
# Neue Aufgabe für Arrangement von Geraden

- Berechne Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang jeder Geraden
- Naiv!  $n^2$  Schnittpunkte sortieren:  $O(n^2 \log n)$
- Sweep mit Sweep-Gerade:  $O((n + k) \log n)$ ,  $k \in \Omega(n^2)$



# Neue Aufgabe für Arrangement von Geraden

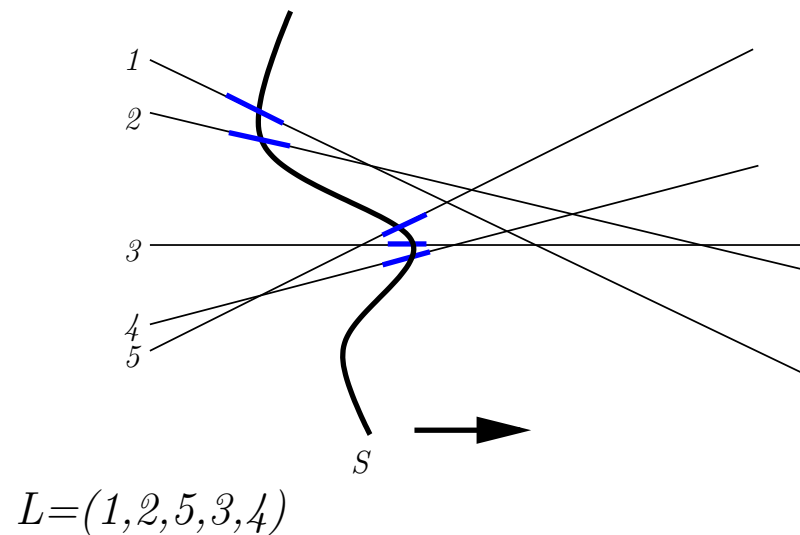
- Berechne Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang jeder Geraden
- Naiv!  $n^2$  Schnittpunkte sortieren:  $O(n^2 \log n)$
- Sweep mit Sweep-Gerade:  $O((n + k) \log n)$ ,  $k \in \Omega(n^2)$
- Idee: Keine volle Ordnung, Sweep mit Pseudogeraden



# Sweep mit Pseudogeraden

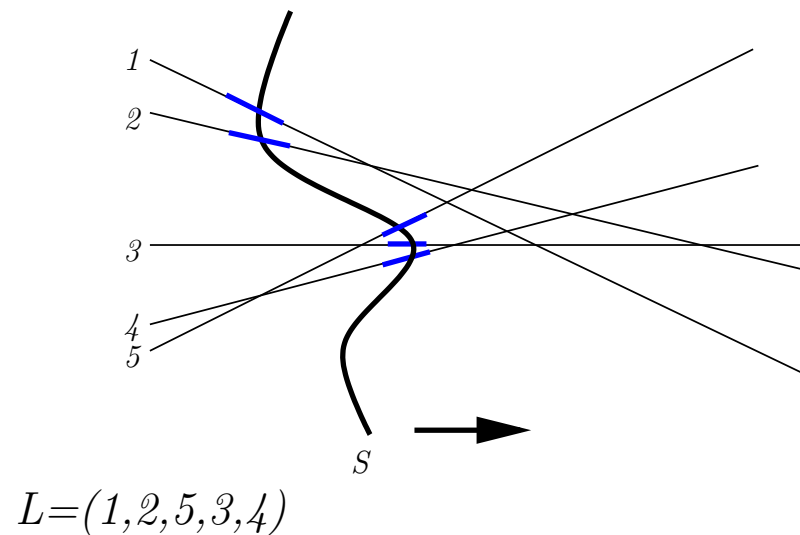
# Sweep mit Pseudogeraden

- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal



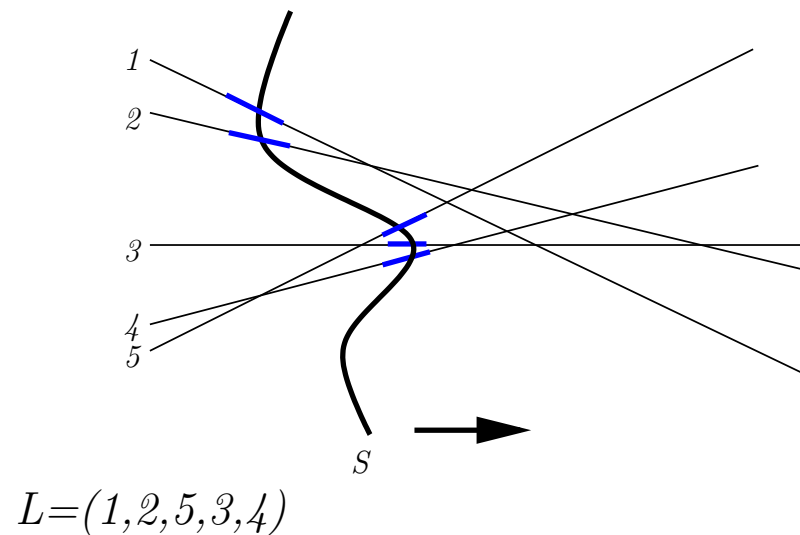
# Sweep mit Pseudogeraden

- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal
- Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang aller Geraden



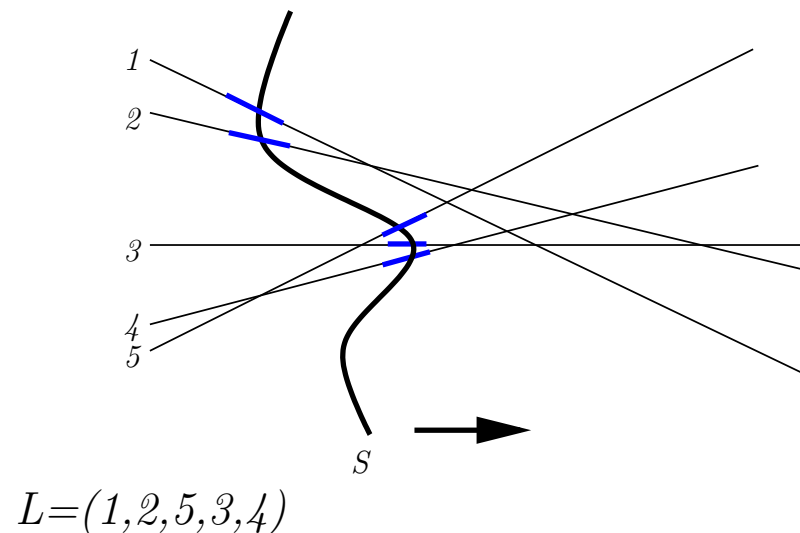
# Sweep mit Pseudogeraden

- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal
- Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang aller Geraden
- Hebe Pseudogerade über angrenzenden Schnittpunkt: Ausgabe!



# Sweep mit Pseudogeraden

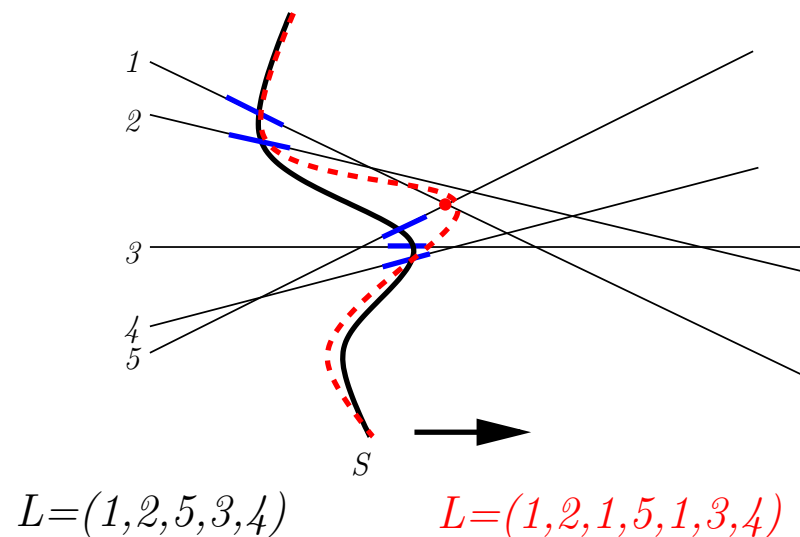
- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal
- Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang aller Geraden
- Hebe Pseudogerade über angrenzenden Schnittpunkt: Ausgabe!
- Welche Möglichkeiten?





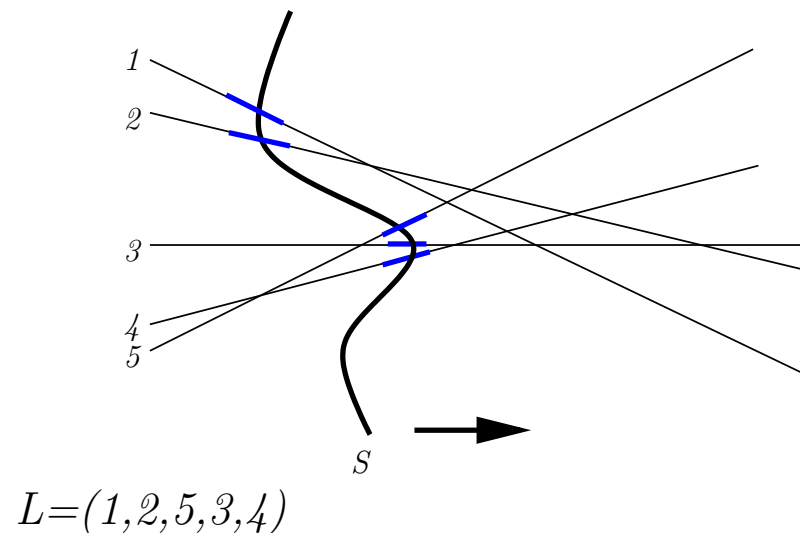
# Sweep mit Pseudogeraden

- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal
- Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang aller Geraden
- Hebe Pseudogerade über angrenzenden Schnittpunkt: Ausgabe!
- Welche Möglichkeiten?



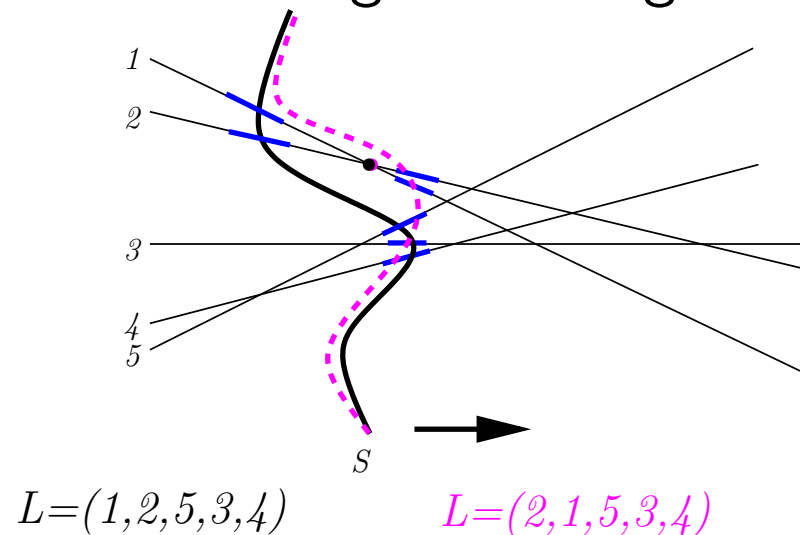
# Sweep mit Pseudogeraden

- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal
- Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang aller Geraden
- Hebe Pseudogerade über angrenzenden Schnittpunkt: Ausgabe!
- Welche Möglichkeiten?



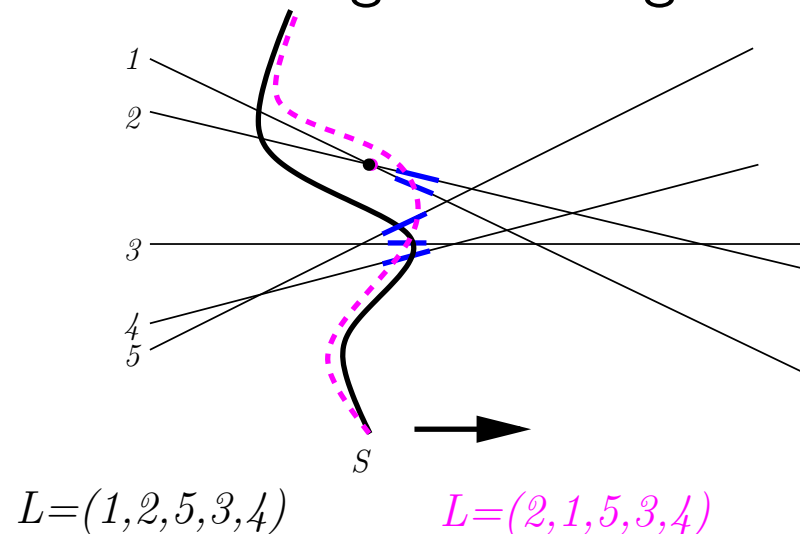
# Sweep mit Pseudogeraden

- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal
- Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang aller Geraden
- Hebe Pseudogerade über angrenzenden Schnittpunkt: Ausgabe!
- Welche Möglichkeiten?
- Pseudogerade Bed.  $\Leftrightarrow$  Ausgabe richtige Reihenfolge



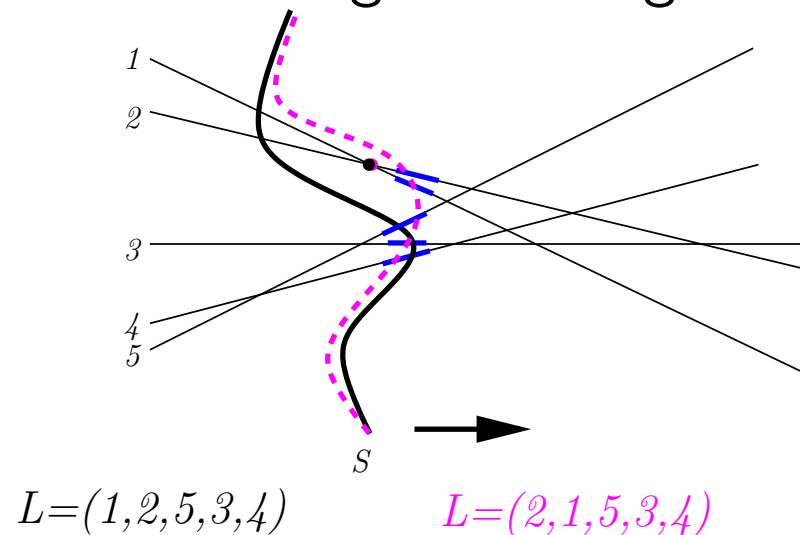
# Sweep mit Pseudogeraden

- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal
- Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang aller Geraden
- Hebe Pseudogerade über angrenzenden Schnittpunkt: Ausgabe!
- Welche Möglichkeiten?
- Pseudogerade Bed.  $\Leftrightarrow$  Ausgabe richtige Reihenfolge



# Sweep mit Pseudogeraden

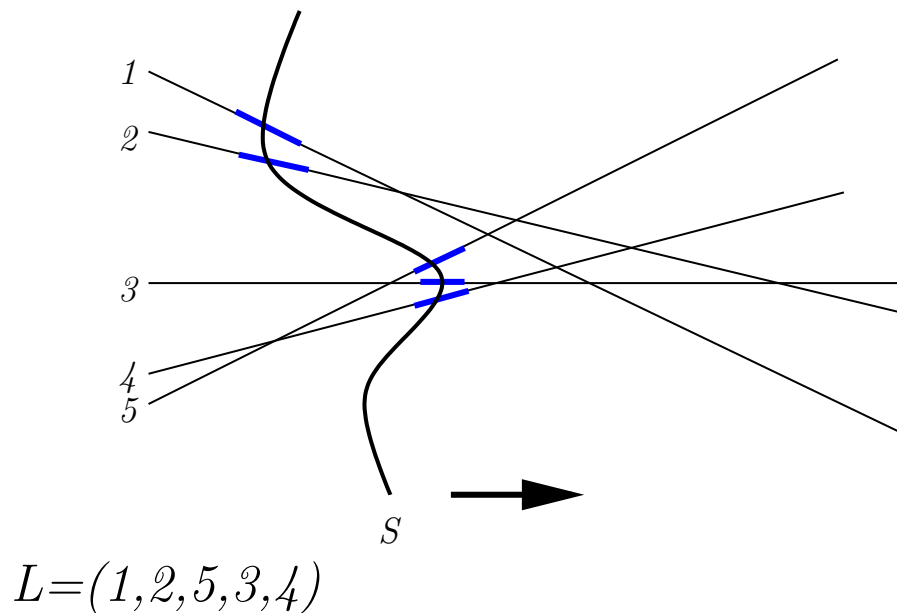
- **Def. 1.2:** Pseudogerade: Kurve schneidet jede Gerade genau einmal
- Schnittpunkte gemäß Ordnung entlang aller Geraden
- Hebe Pseudogerade über angrenzenden Schnittpunkt: Ausgabe!
- Welche Möglichkeiten?
- Pseudogerade Bed.  $\Leftrightarrow$  Ausgabe richtige Reihenfolge



# Sweep mit Pseudogeraden

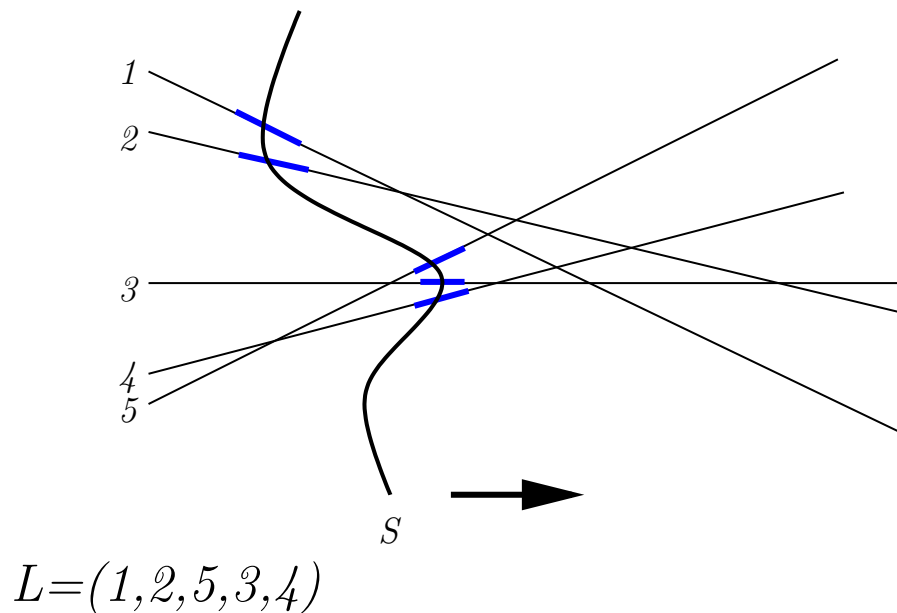
# Sweep mit Pseudogeraden

- Jede Gerade genau einmal schneiden,



# Sweep mit Pseudogeraden

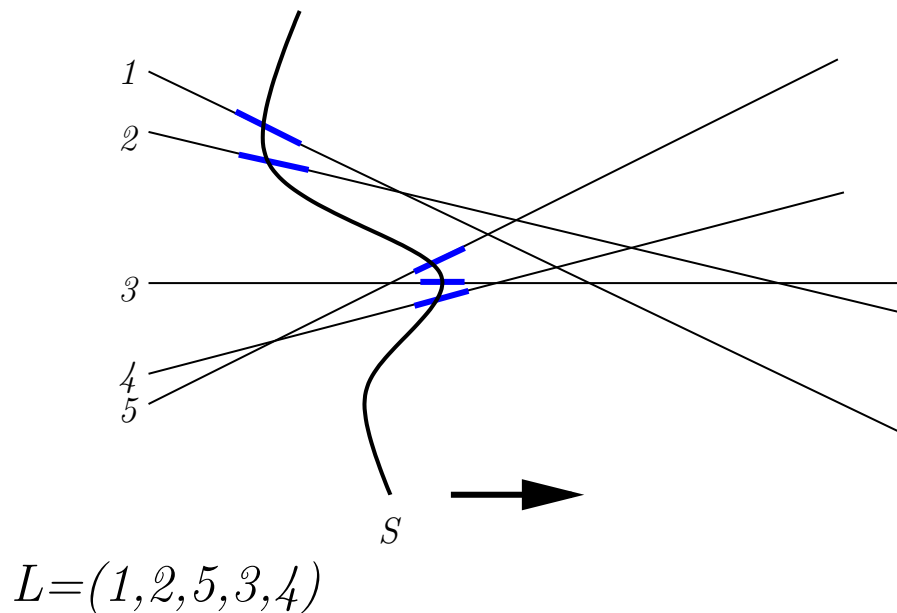
- Jede Gerade genau einmal schneiden, nächster SP





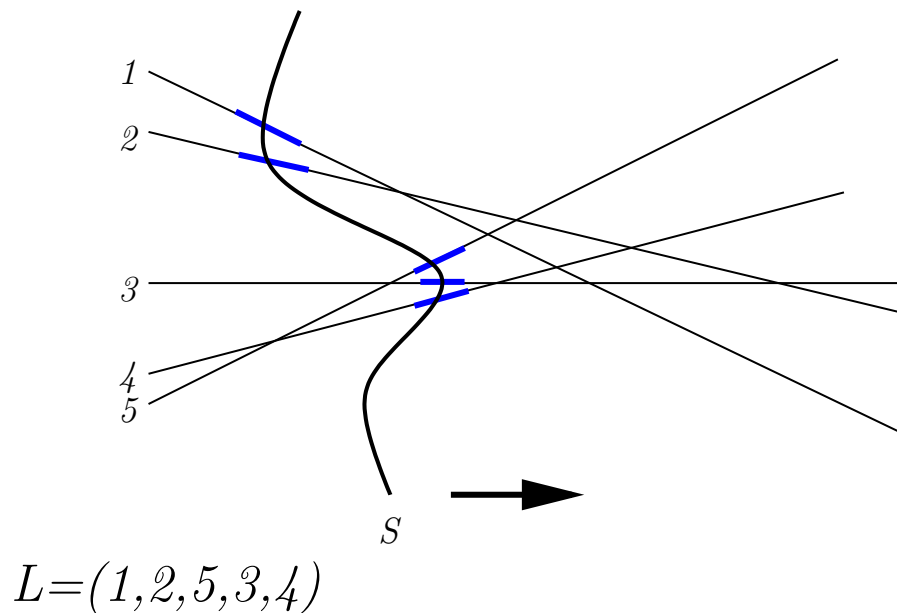
# Sweep mit Pseudogeraden

- Jede Gerade genau einmal schneiden, nächster SP
- Bedingung einhalten  $\Leftrightarrow$  Reihenfolge SP entlang jeder Geraden



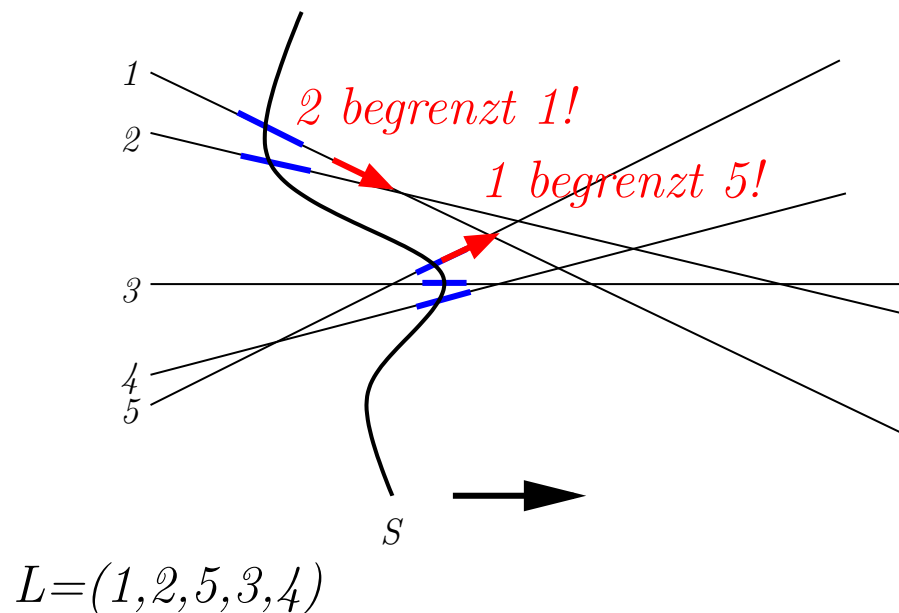
# Sweep mit Pseudogeraden

- Jede Gerade genau einmal schneiden, nächster SP
- Bedingung einhalten  $\Leftrightarrow$  Reihenfolge SP entlang jeder Geraden
- Auswahl? **Begrenzungen** ermitteln



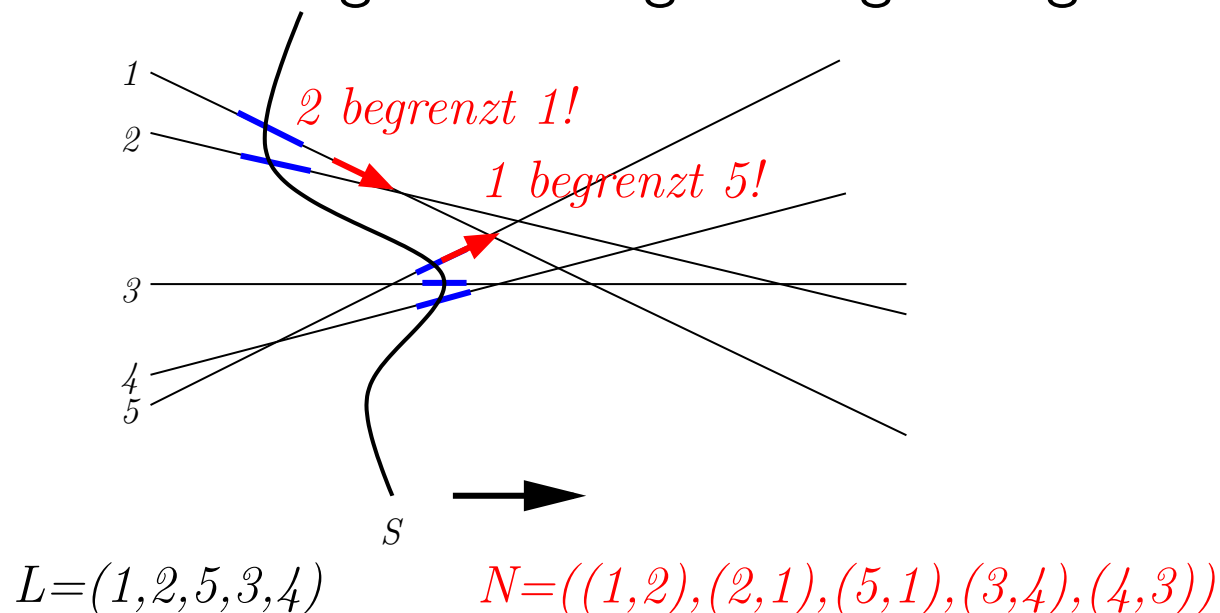
# Sweep mit Pseudogeraden

- Jede Gerade genau einmal schneiden, nächster SP
- Bedingung einhalten  $\Leftrightarrow$  Reihenfolge SP entlang jeder Geraden
- Auswahl? **Begrenzungen** ermitteln
- Wodurch wird Gerade nach rechts begrenzt? Liste N



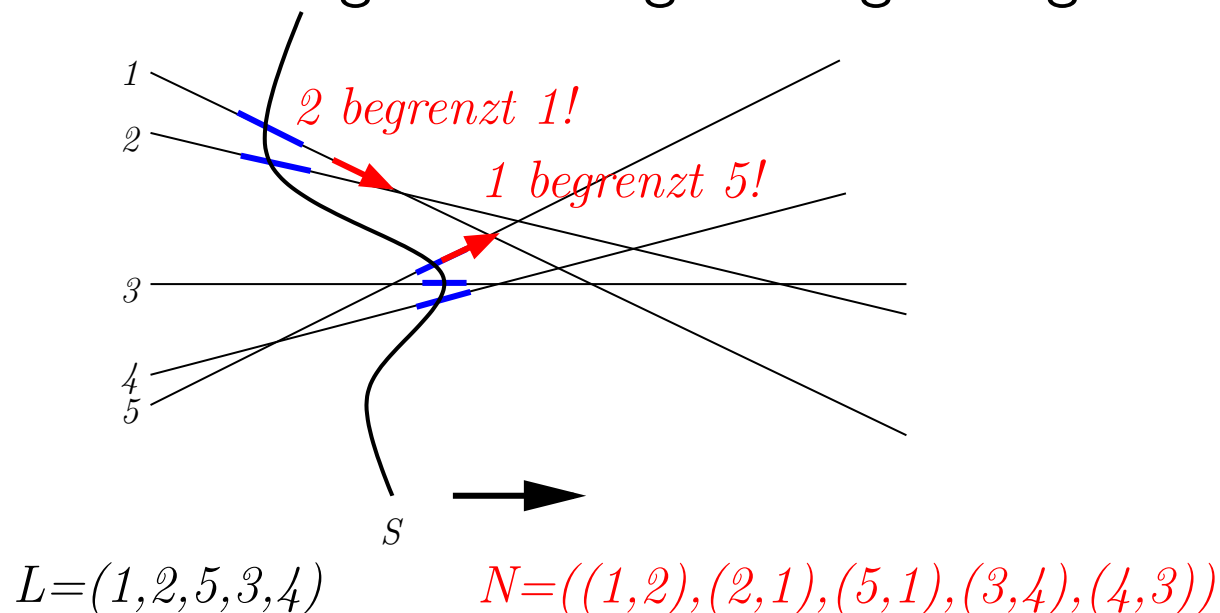
# Sweep mit Pseudogeraden

- Jede Gerade genau einmal schneiden, nächster SP
- Bedingung einhalten  $\Leftrightarrow$  Reihenfolge SP entlang jeder Geraden
- Auswahl? **Begrenzungen** ermitteln
- Wodurch wird Gerade nach rechts begrenzt? Liste N
- Kandidaten mit gleicher Begrenzung sind genau richtig!!



# Sweep mit Pseudogeraden

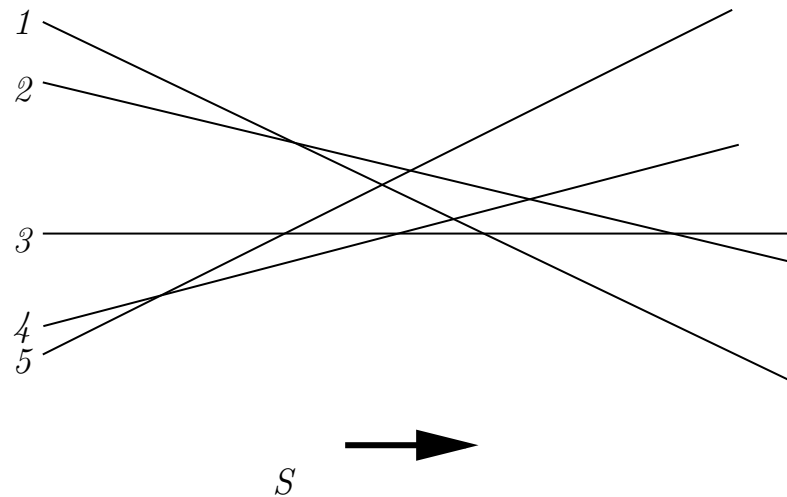
- Jede Gerade genau einmal schneiden, nächster SP
- Bedingung einhalten  $\Leftrightarrow$  Reihenfolge SP entlang jeder Geraden
- Auswahl? **Begrenzungen** ermitteln
- Wodurch wird Gerade nach rechts begrenzt? Liste N
- Kandidaten mit gleicher Begrenzung sind genau richtig!!



# Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

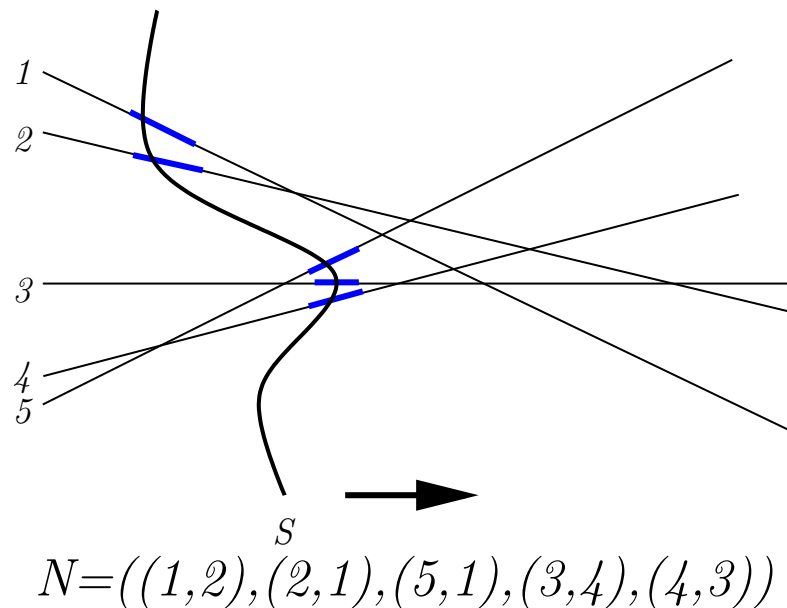
# Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste N!



# Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

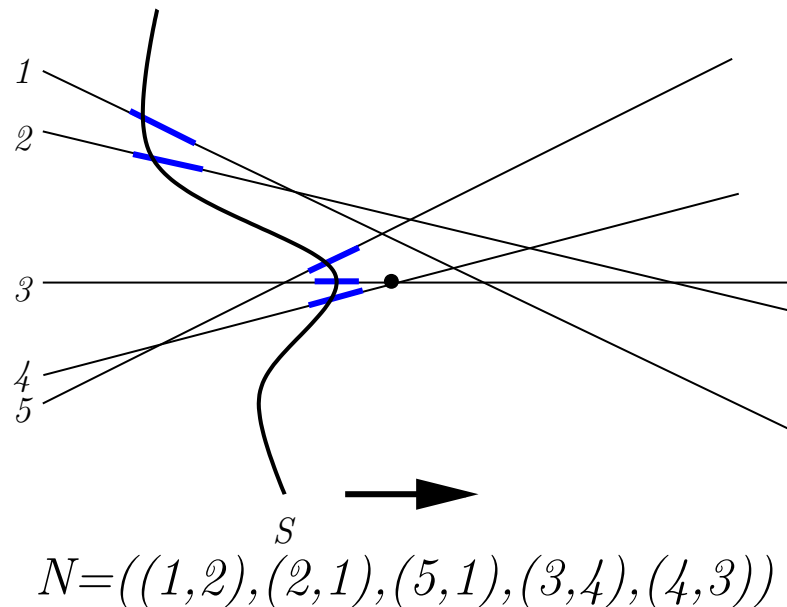
- Kandidatenliste  $N$ !
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)





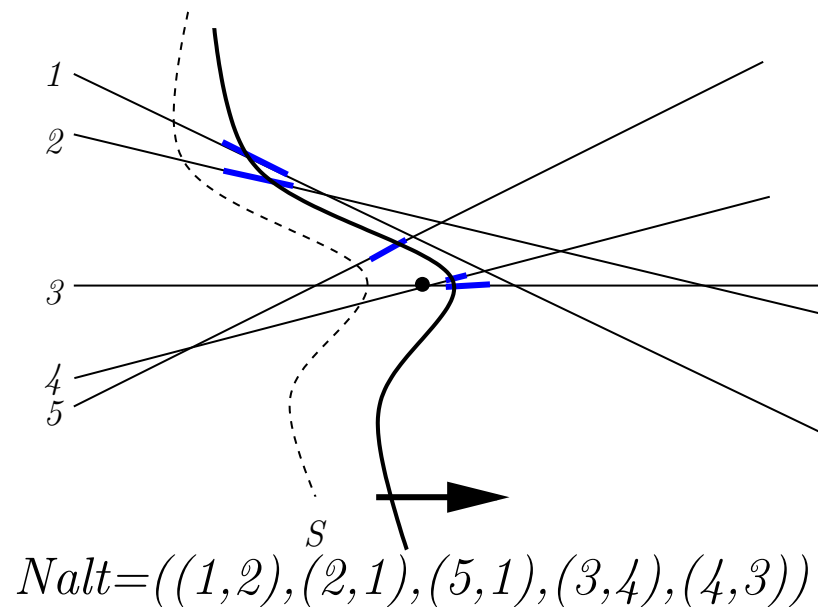
# Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste  $N$ !
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)
- Liste  $N$  aktualisieren bei nächstem Vorgang



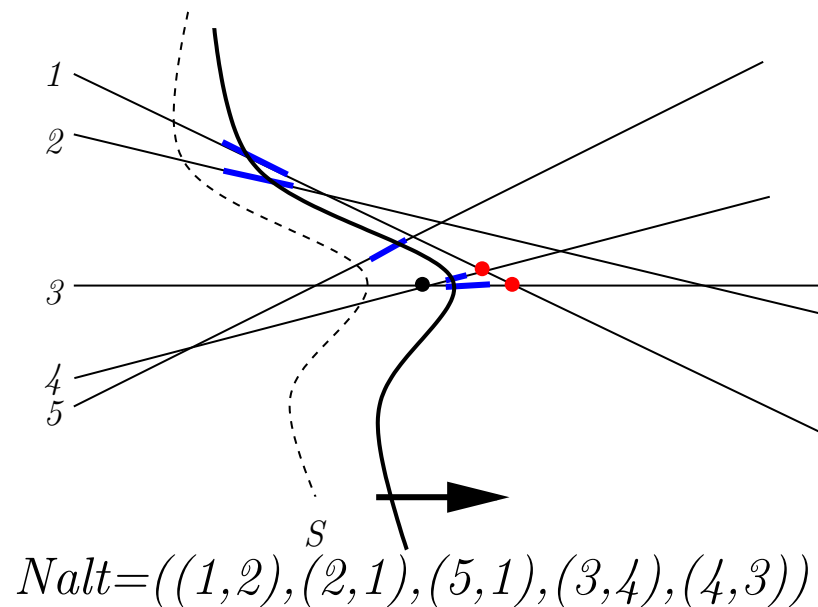
# Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste  $N$ !
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)
- Liste  $N$  aktualisieren bei nächstem Vorgang
- Neue Beschränkung zwei Geraden, mit spezieller Datenstruktur



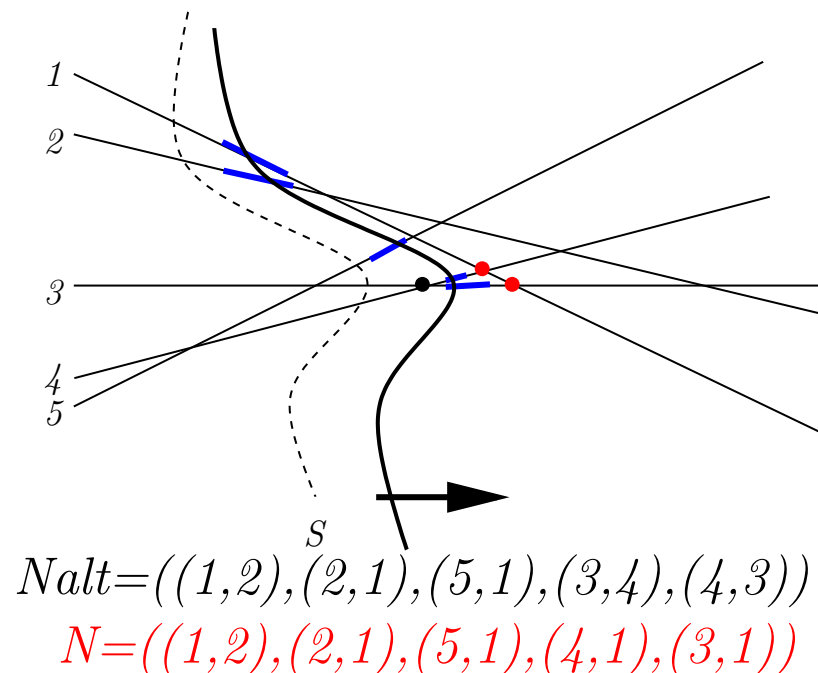
# Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste  $N$ !
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)
- Liste  $N$  aktualisieren bei nächstem Vorgang
- Neue Beschränkung zwei Geraden, mit spezieller Datenstruktur

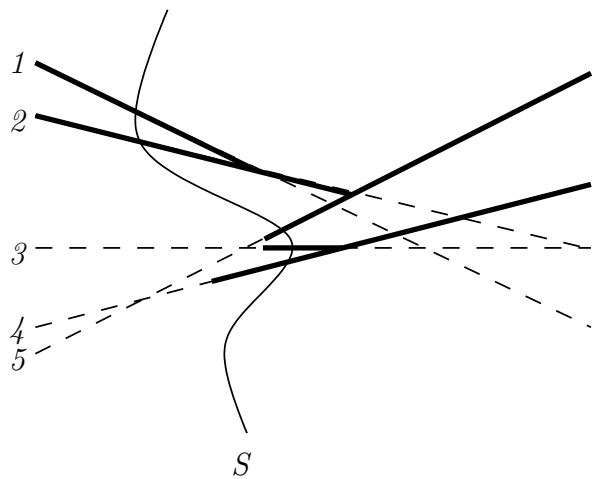


# Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

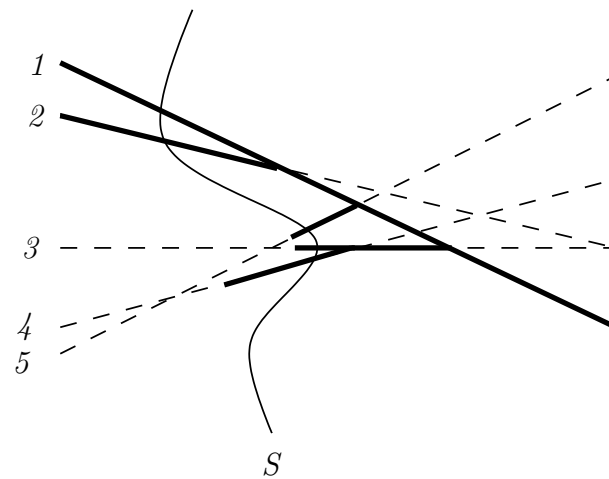
- Kandidatenliste  $N$ !
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)
- Liste  $N$  aktualisieren bei nächstem Vorgang
- Neue Beschränkung zwei Geraden, mit spezieller Datenstruktur



# Datenstruktur Horizontbäume



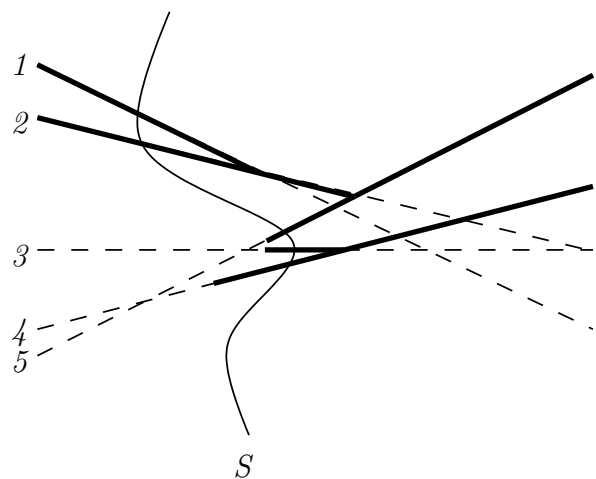
Oberer Horizontbaum



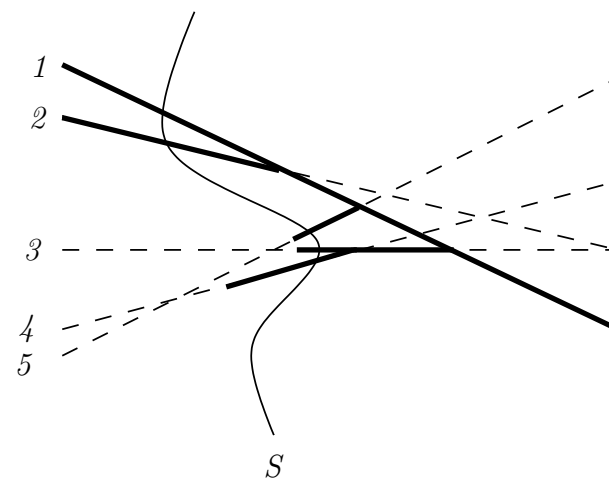
Unterer Horizontbaum

# Datenstruktur Horizontbäume

- Arrangement und Pseudogerade mit Ordnung



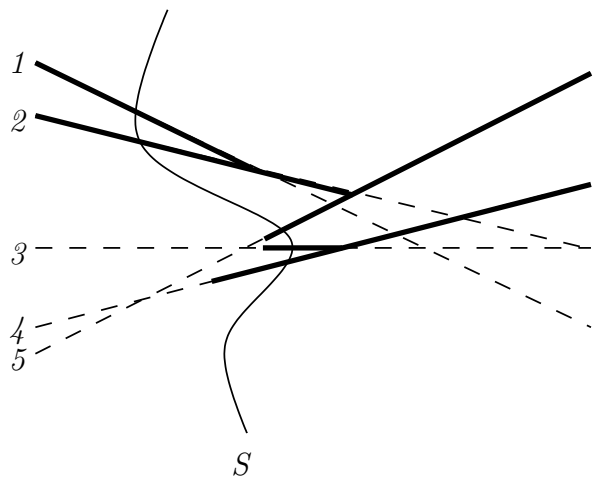
Oberer Horizontbaum



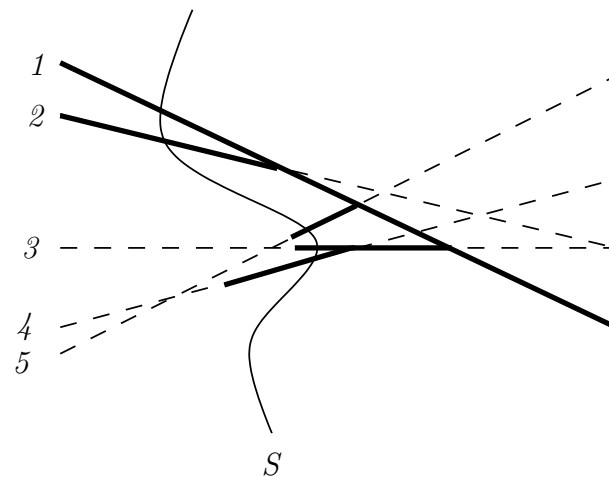
Unterer Horizontbaum

# Datenstruktur Horizontbäume

- Arrangement und Pseudogerade mit Ordnung
- Verlängere die Geraden stets noch Oben/Unten



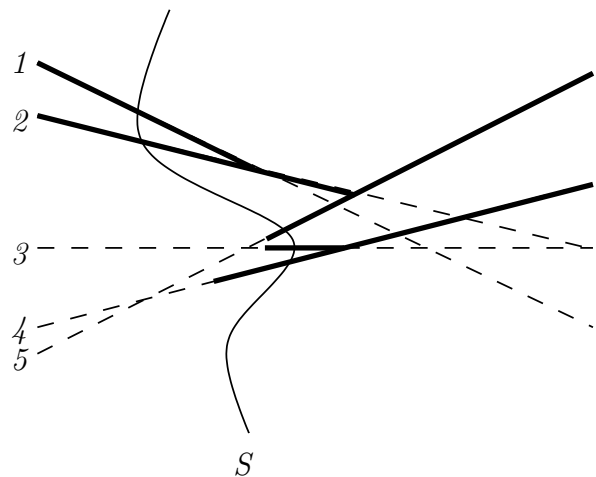
Oberer Horizontbaum



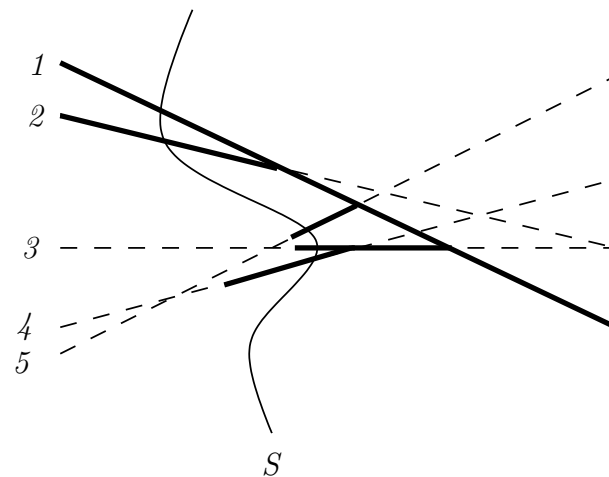
Unterer Horizontbaum

# Datenstruktur Horizontbäume

- Arrangement und Pseudogerade mit Ordnung
- Verlängere die Geraden stets noch Oben/Unten
- Immer an nächstem Schnittpunkt



Oberer Horizontbaum

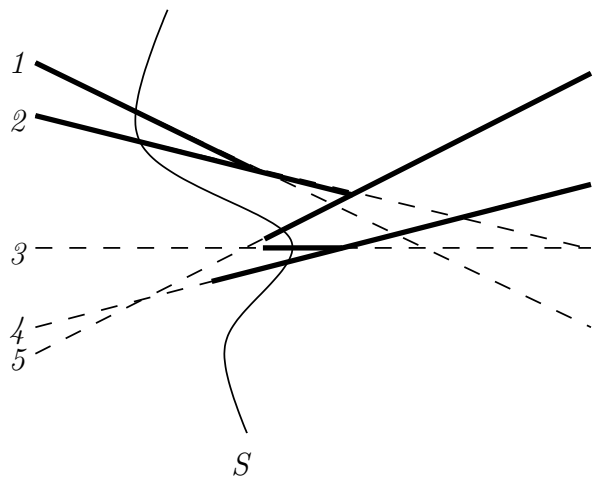


Unterer Horizontbaum

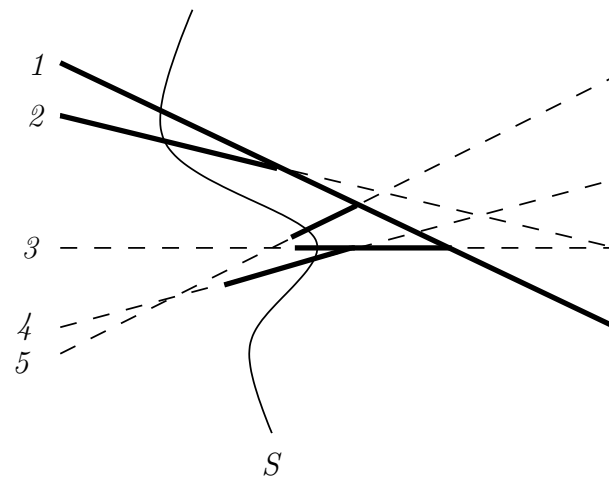


# Datenstruktur Horizontbäume

- Arrangement und Pseudogerade mit Ordnung
- Verlängere die Geraden stets noch Oben/Unten
- Immer an nächstem Schnittpunkt
- Baumstruktur



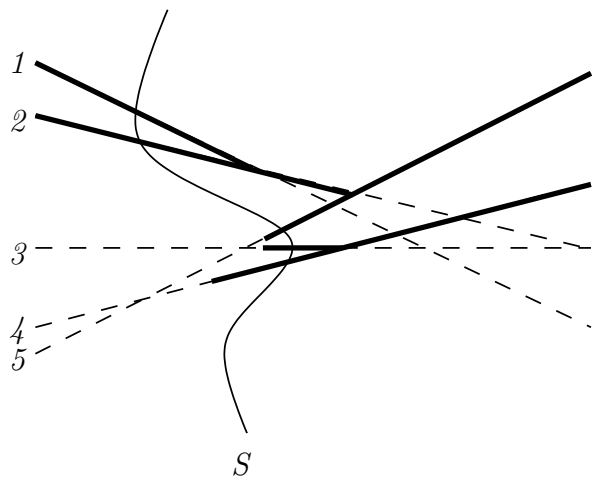
Oberer Horizontbaum



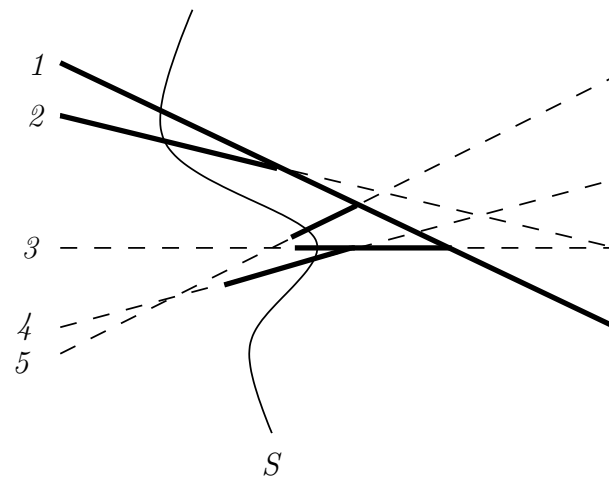
Unterer Horizontbaum

# Datenstruktur Horizontbäume

- Arrangement und Pseudogerade mit Ordnung
- Verlängere die Geraden stets noch Oben/Unten
- Immer an nächstem Schnittpunkt
- Baumstruktur (kann zerfallen)



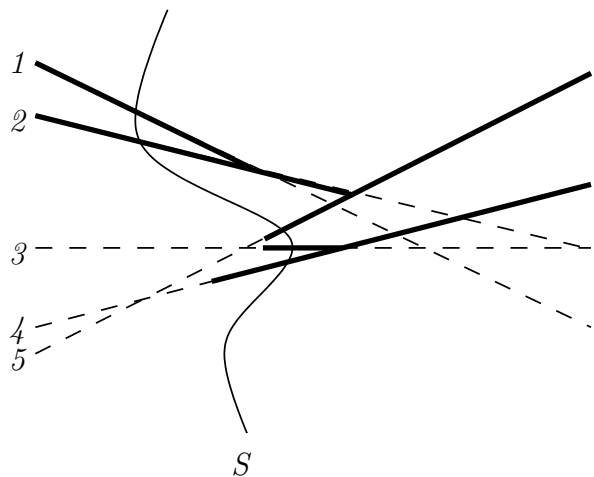
Oberer Horizontbaum



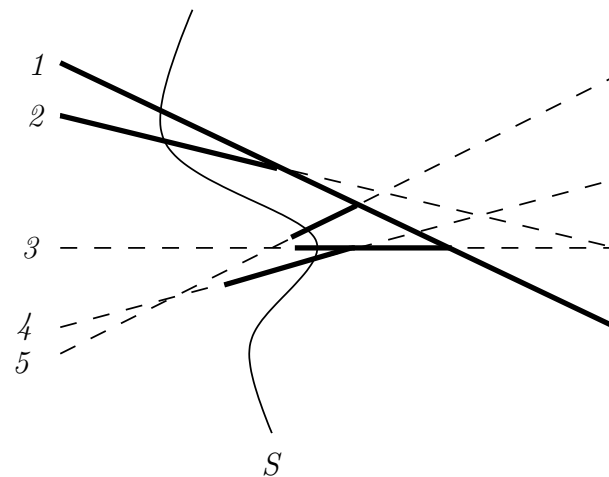
Unterer Horizontbaum

# Datenstruktur Horizontbäume

- Arrangement und Pseudogerade mit Ordnung
- Verlängere die Geraden stets noch Oben/Unten
- Immer an nächstem Schnittpunkt
- Baumstruktur (kann zerfallen) Lineare Komplexität



Oberer Horizontbaum

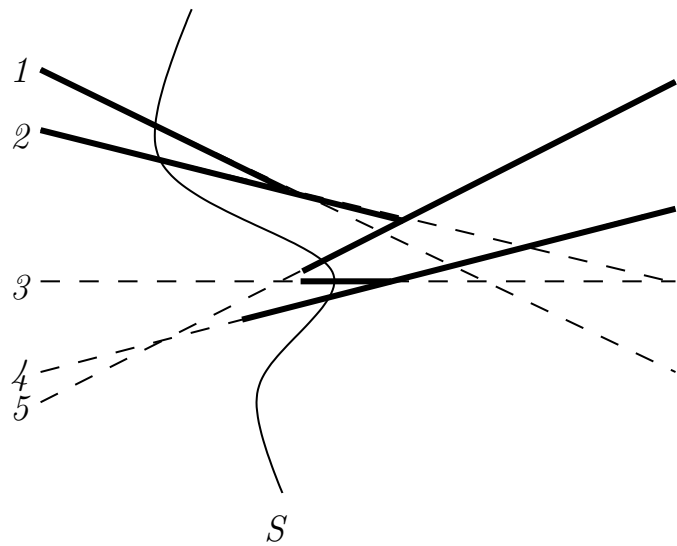


Unterer Horizontbaum

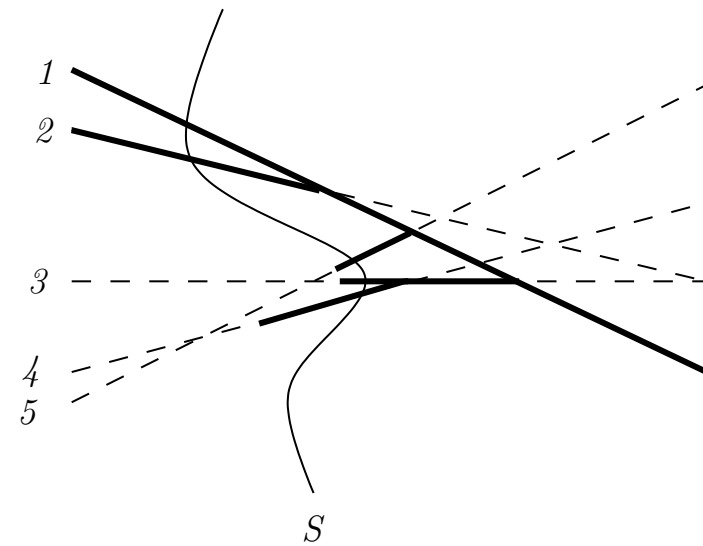
# Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

# Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

- Oberer Baum/Unterer Baum gegeben



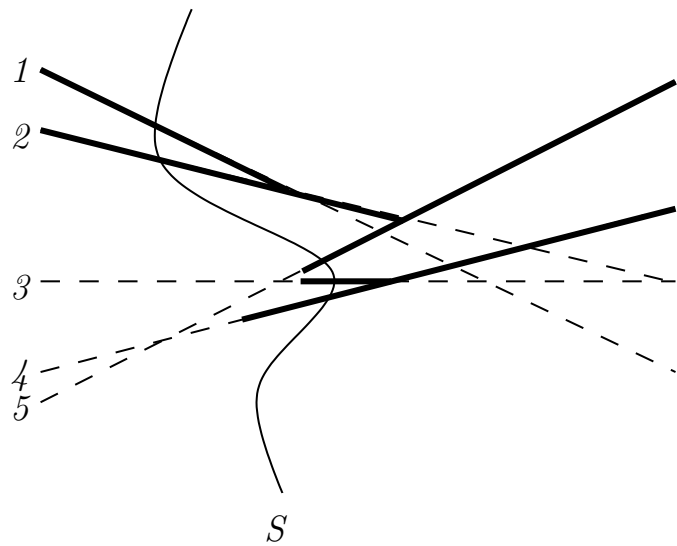
Oberer Horizontbaum



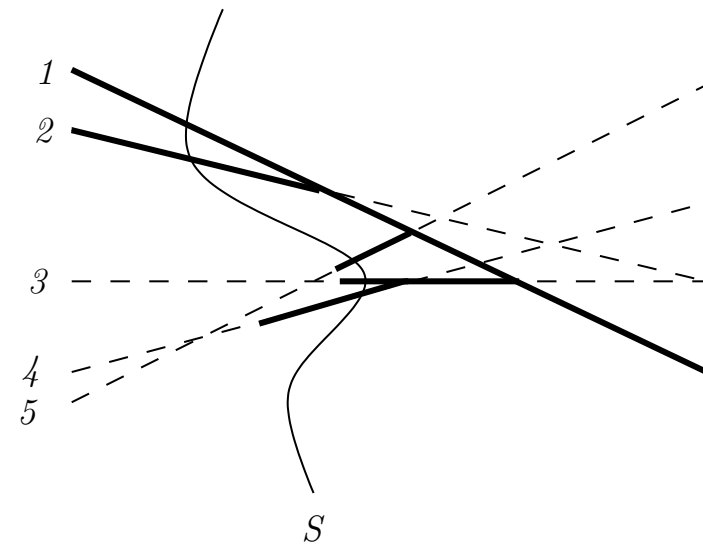
Unterer Horizontbaum

# Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

- Oberer Baum/Unterer Baum gegeben
- *Minimum* ergibt begrenzende Gerade (Label im Baum)



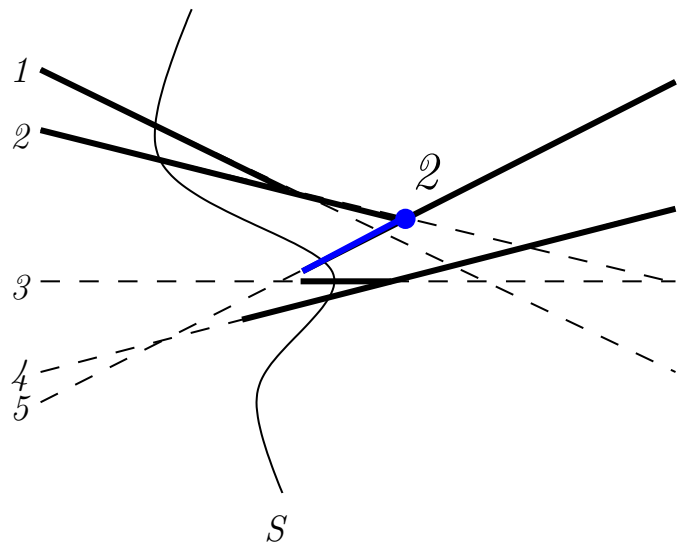
Oberer Horizontbaum



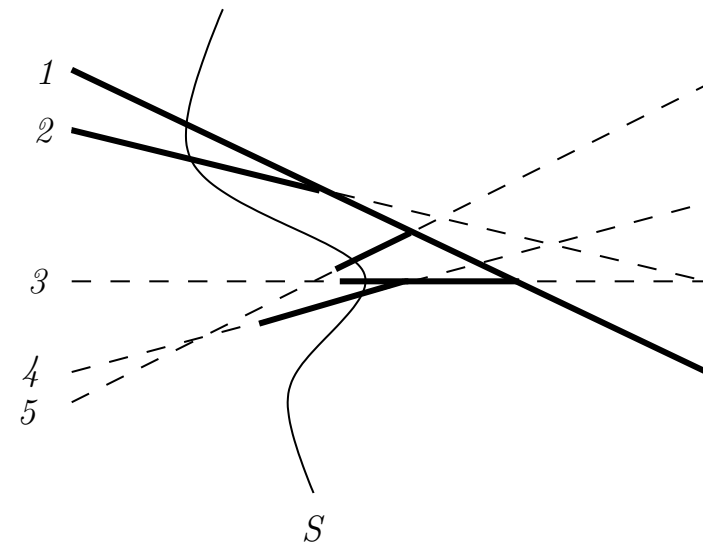
Unterer Horizontbaum

# Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

- Oberer Baum/Unterer Baum gegeben
- *Minimum* ergibt begrenzende Gerade (Label im Baum)



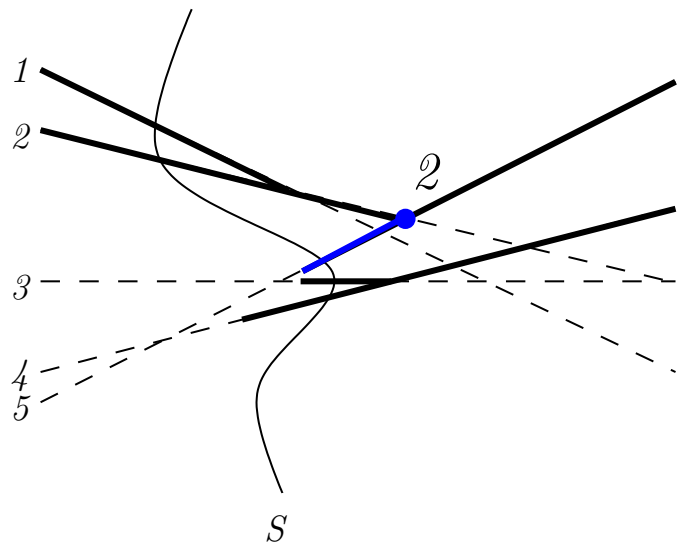
Oberer Horizontbaum



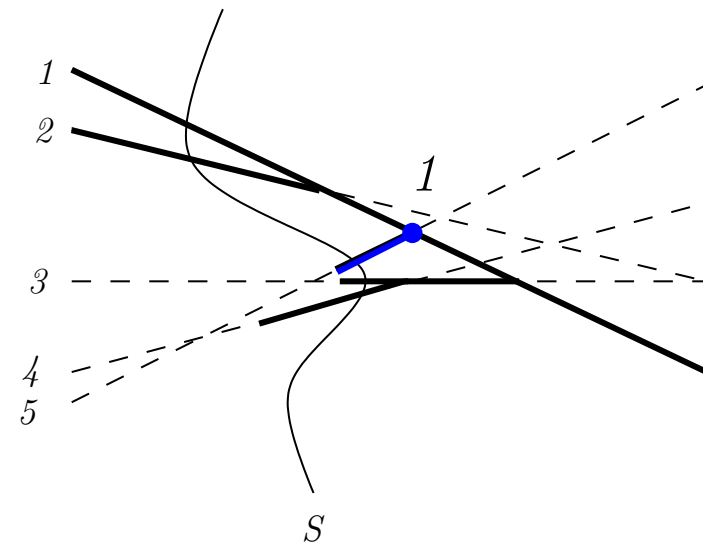
Unterer Horizontbaum

# Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

- Oberer Baum/Unterer Baum gegeben
- *Minimum* ergibt begrenzende Gerade (Label im Baum)
- Bezüglich neuer Kanten den Bäumen folgen



Oberer Horizontbaum



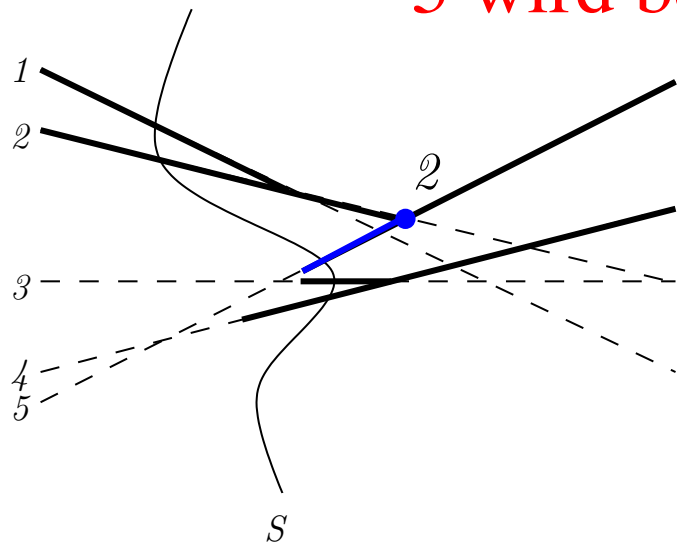
Unterer Horizontbaum



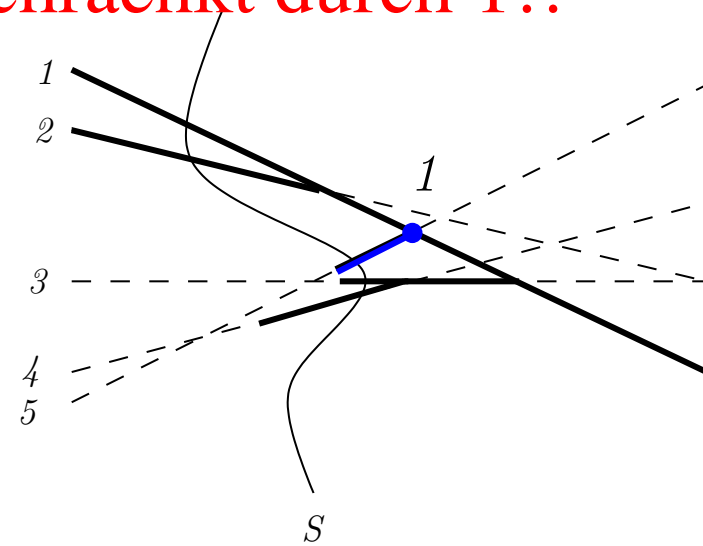
# Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

- Oberer Baum/Unterer Baum gegeben
- *Minimum* ergibt begrenzende Gerade (Label im Baum)
- Bezüglich neuer Kanten den Bäumen folgen

5 wird beschränkt durch 1!!



Oberer Horizontbaum

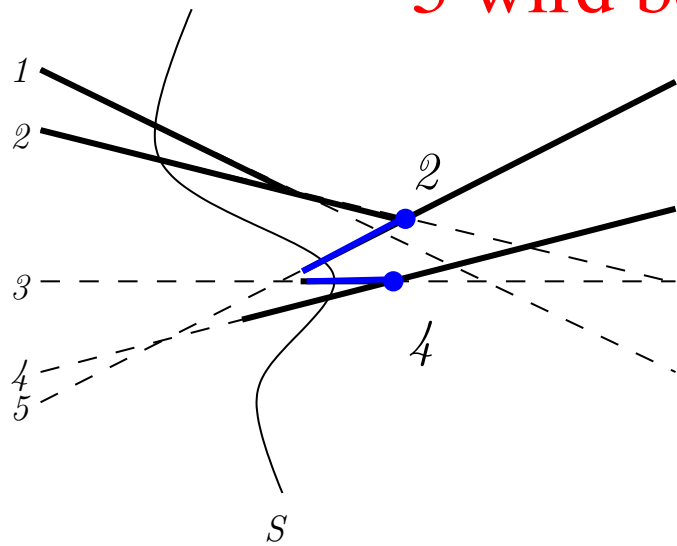


Unterer Horizontbaum

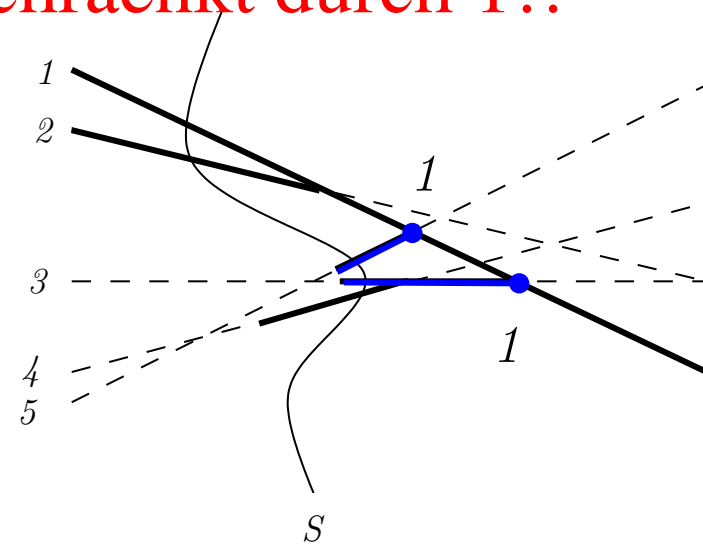
# Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

- Oberer Baum/Unterer Baum gegeben
- *Minimum* ergibt begrenzende Gerade (Label im Baum)
- Bezüglich neuer Kanten den Bäumen folgen

5 wird beschränkt durch 1!!



Oberer Horizontbaum

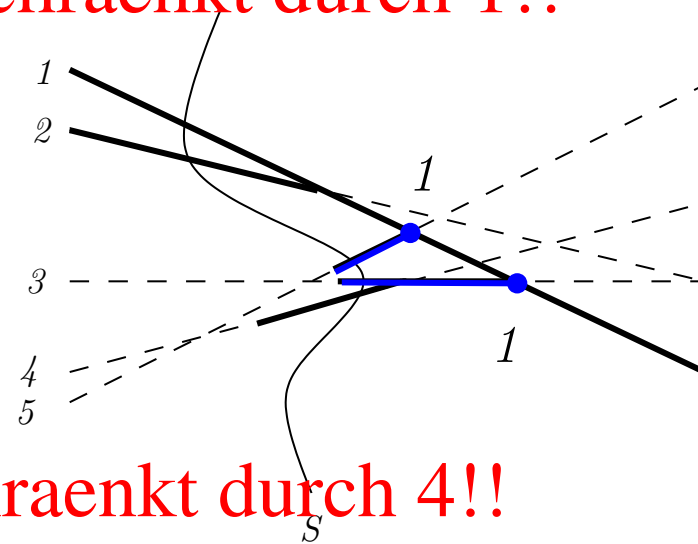
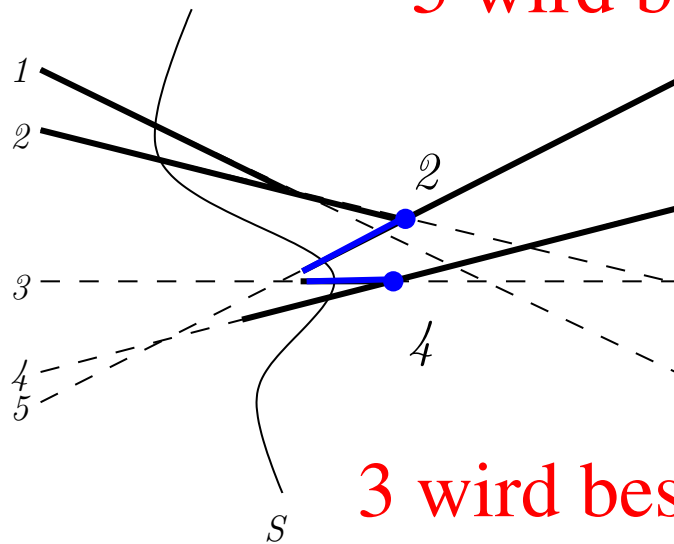


Unterer Horizontbaum

# Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

- Oberer Baum/Unterer Baum gegeben
- *Minimum* ergibt begrenzende Gerade (Label im Baum)
- Bezüglich neuer Kanten den Bäumen folgen

5 wird beschränkt durch 1!!



3 wird beschränkt durch 4!!

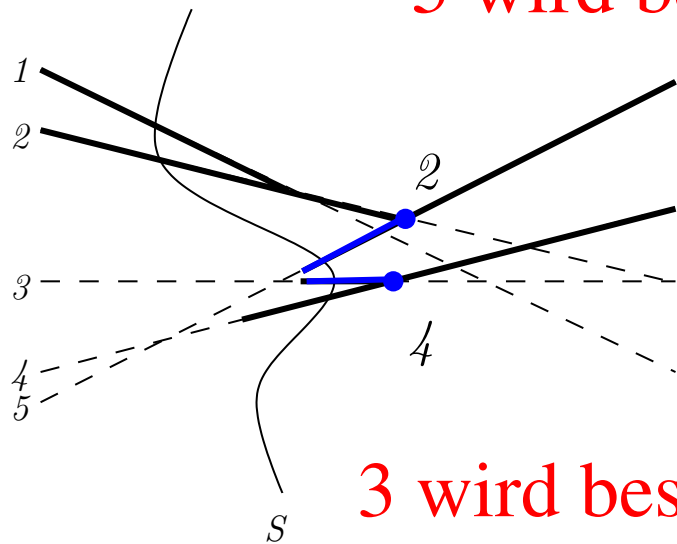
Oberer Horizontbaum

Unterer Horizontbaum

# Neue Begrenzungen durch Horizontbäume ermitteln

- Oberer Baum/Unterer Baum gegeben
- *Minimum* ergibt begrenzende Gerade (Label im Baum)
- Bezüglich neuer Kanten den Bäumen folgen

5 wird beschränkt durch 1!!



Oberer Horizontbaum



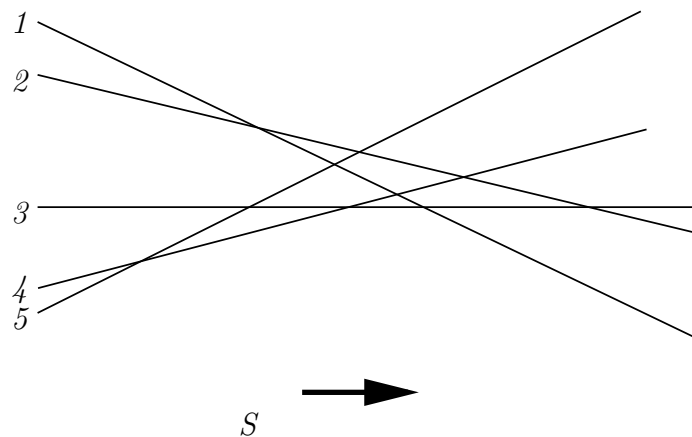
Unterer Horizontbaum

3 wird beschränkt durch 4!!

# Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

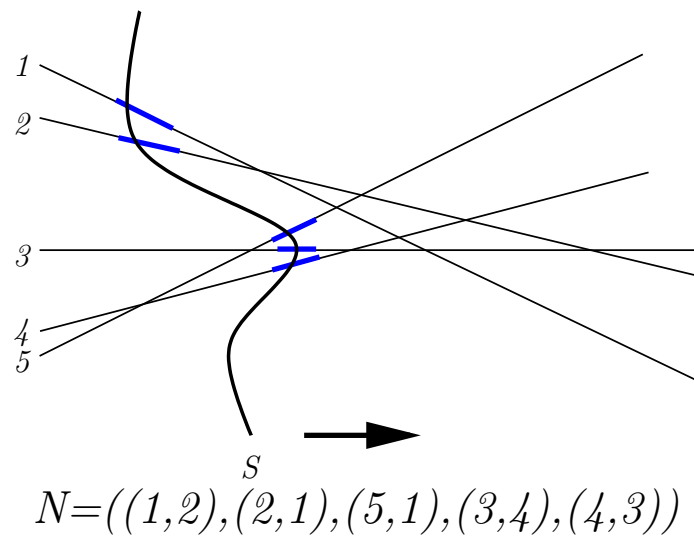
# Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste N!



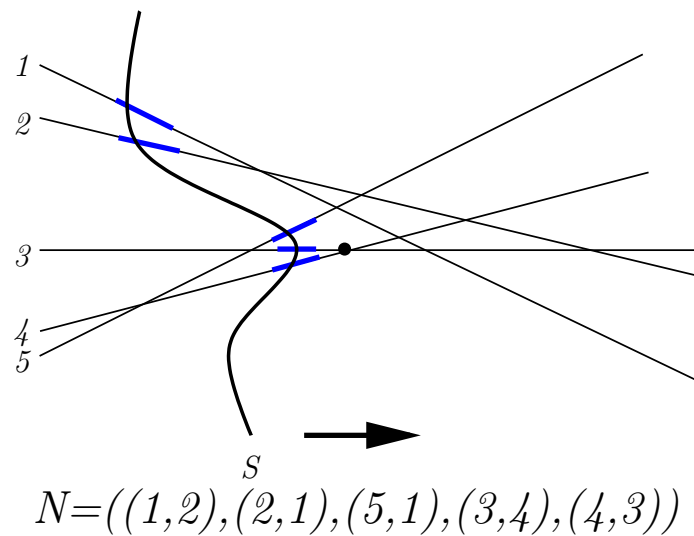
# Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste  $N$ !
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)



# Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

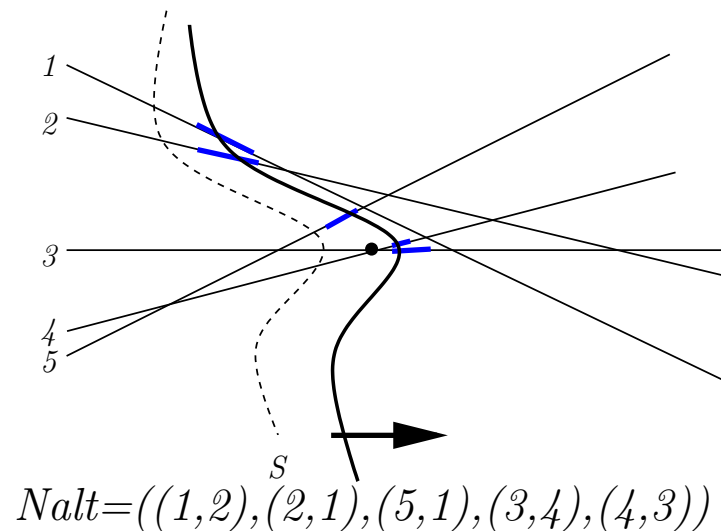
- Kandidatenliste  $N$ !
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)
- Liste  $N$  aktualisieren bei nächstem Vorgang





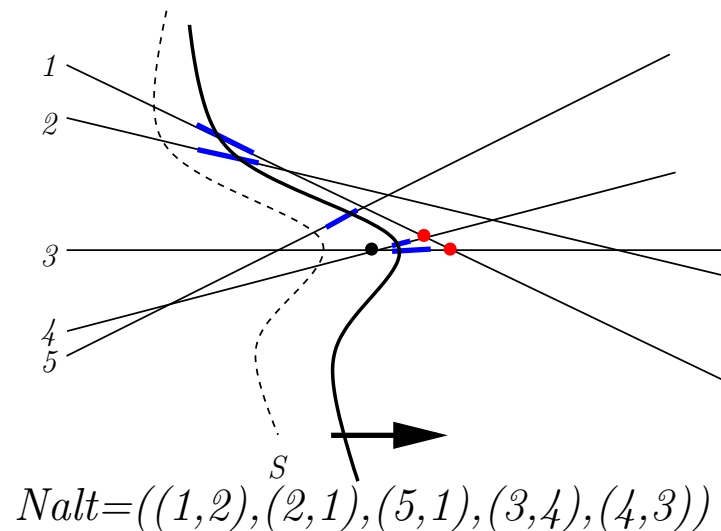
# Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste N!
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)
- Liste N aktualisieren bei nächstem Vorgang
- Neue Beschränkung zwei Geraden, mit spezieller Datenstruktur



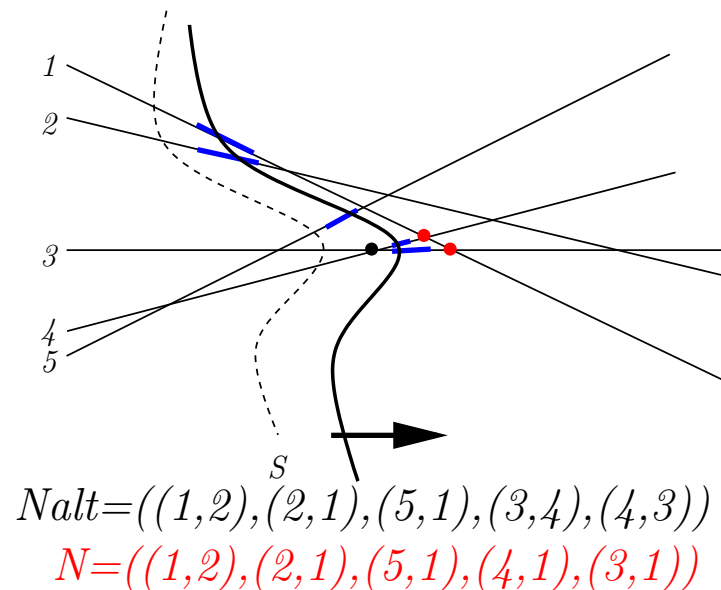
# Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

- Kandidatenliste  $N$ !
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)
- Liste  $N$  aktualisieren bei nächstem Vorgang
- Neue Beschränkung zwei Geraden, mit spezieller Datenstruktur
- Durch Aktualisierung von  $T^o$  und  $T_u$

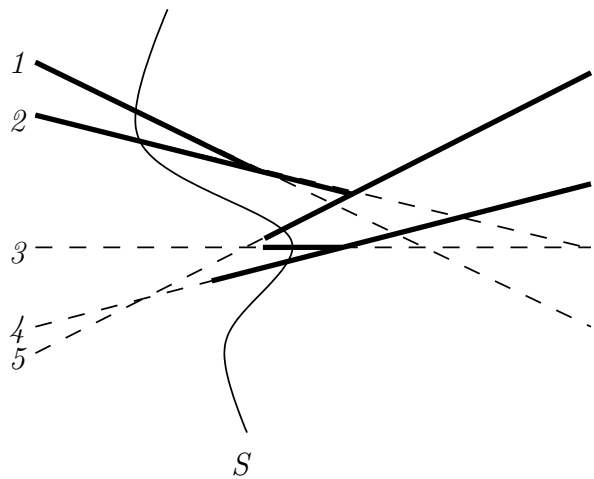


# Neue Aufgabe: Begrenzungen ermitteln!

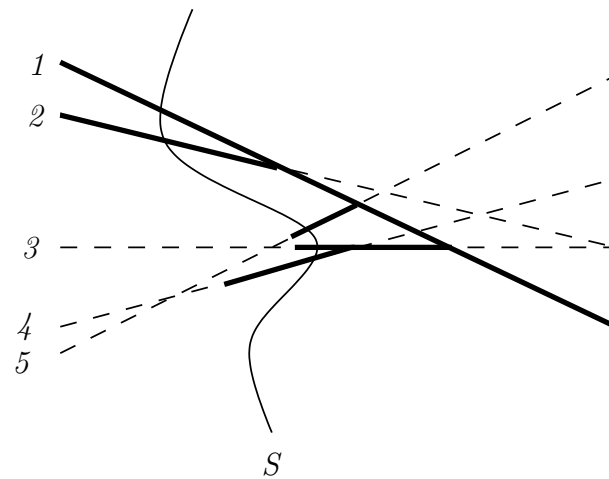
- Kandidatenliste  $N$ !
- Paare mit gleicher Beschränkung speziell markieren (Zeiger)
- Liste  $N$  aktualisieren bei nächstem Vorgang
- Neue Beschränkung zwei Geraden, mit spezieller Datenstruktur
- Durch Aktualisierung von  $T^o$  und  $T_u$



# Datenstruktur Horizontbäume



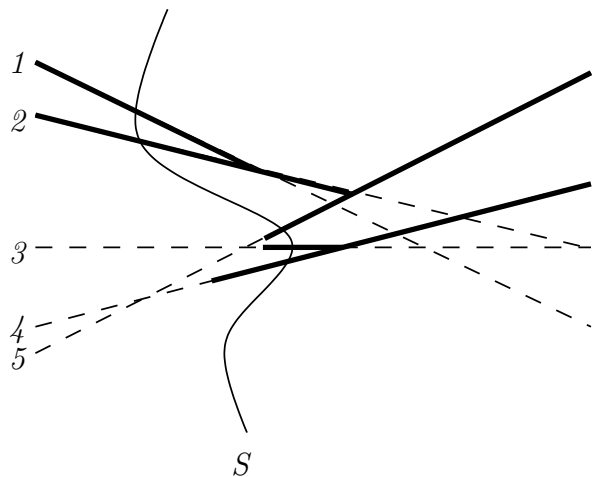
Oberer Horizontbaum



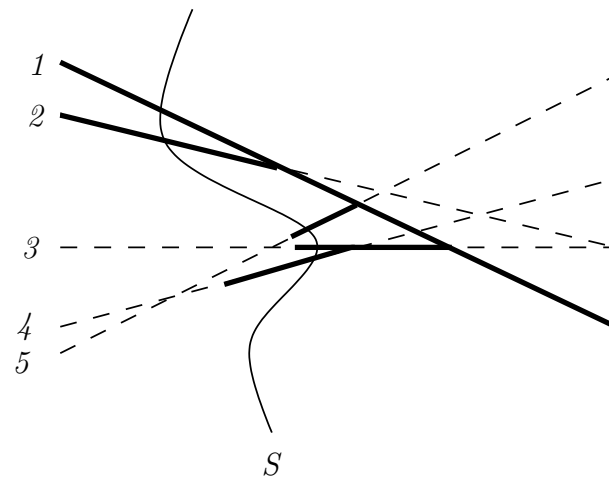
Unterer Horizontbaum

# Datenstruktur Horizontbäume

- Für Pseudogerade mit Ordnung



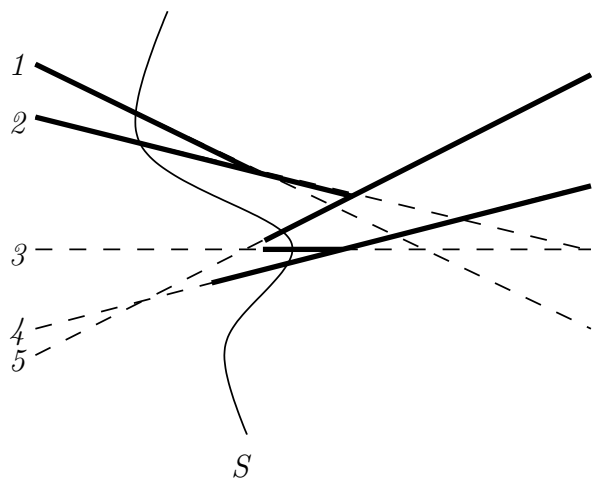
Oberer Horizontbaum



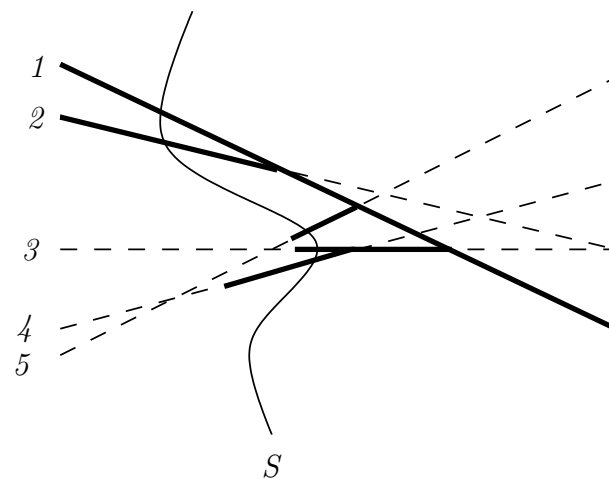
Unterer Horizontbaum

# Datenstruktur Horizontbäume

- Für Pseudogerade mit Ordnung
- Oberer und Unterer Horizontbaum gegeben



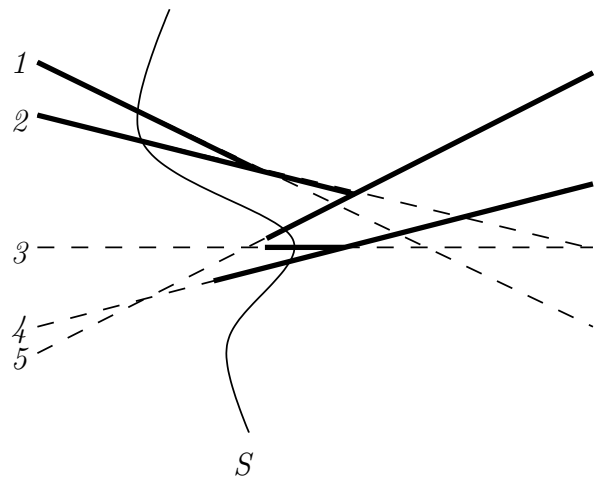
Oberer Horizontbaum



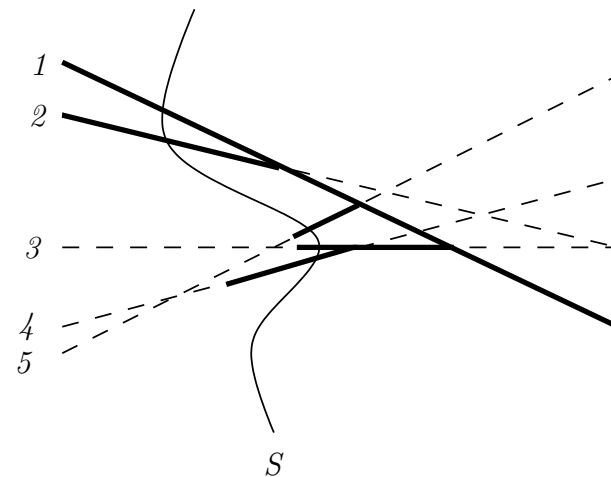
Unterer Horizontbaum

# Datenstruktur Horizontbäume

- Für Pseudogerade mit Ordnung
- Oberer und Unterer Horizontbaum gegeben
- Hebe über nächsten erlaubten SP



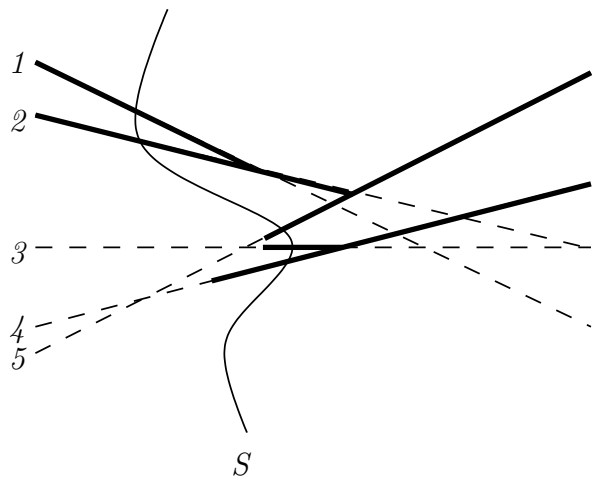
Oberer Horizontbaum



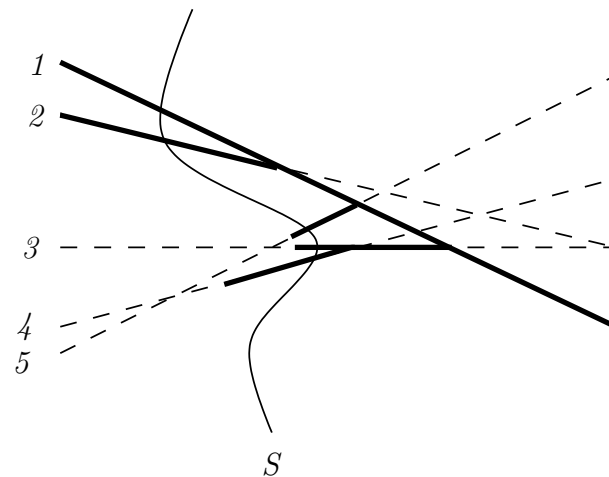
Unterer Horizontbaum

# Datenstruktur Horizontbäume

- Für Pseudogerade mit Ordnung
- Oberer und Unterer Horizontbaum gegeben
- Hebe über nächsten erlaubten SP
- Aktualisiere die Bäume



Oberer Horizontbaum



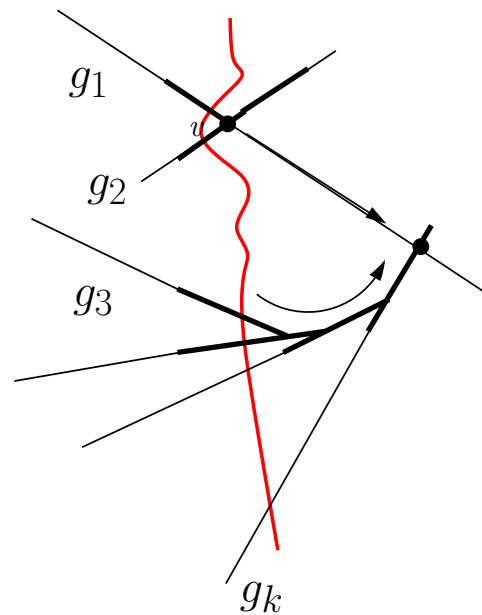
Unterer Horizontbaum



# Kosten Aktualisierung $T^o$ ( $T_u$ )

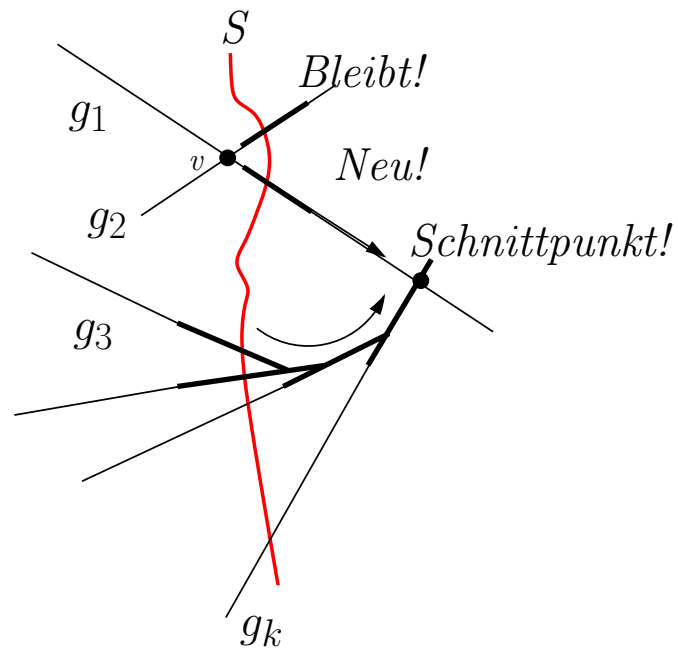
# Kosten Aktualisierung $T^o$ ( $T_u$ )

1. Nächster Knoten  $v$ !



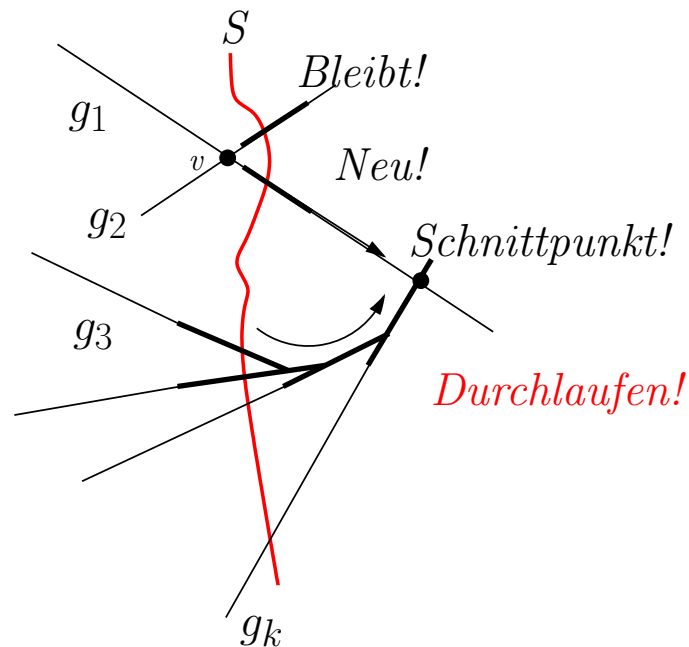
# Kosten Aktualisierung $T^o$ ( $T_u$ )

1. Nächster Knoten  $v$ !
2. Drüberheben



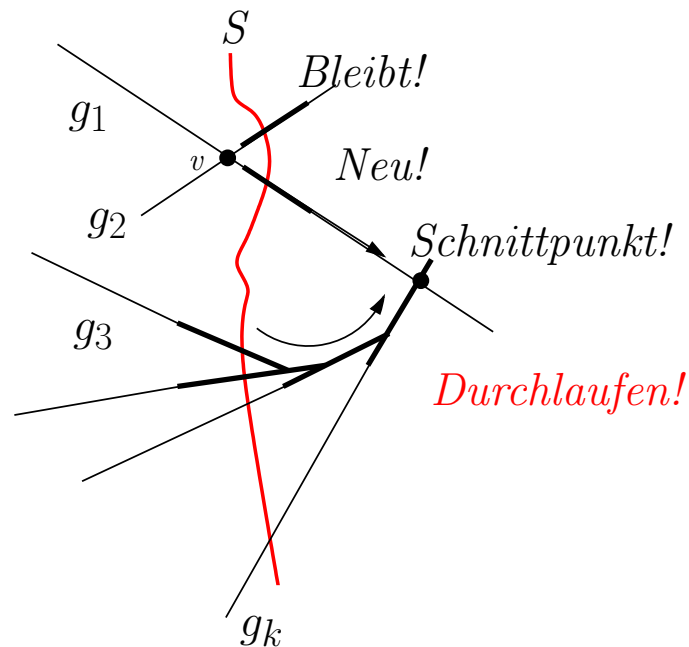
# Kosten Aktualisierung $T^o$ ( $T_u$ )

1. Nächster Knoten  $v$ !
2. Drüberheben
3. Schnittpunkt mit Kette darunter bestimmen



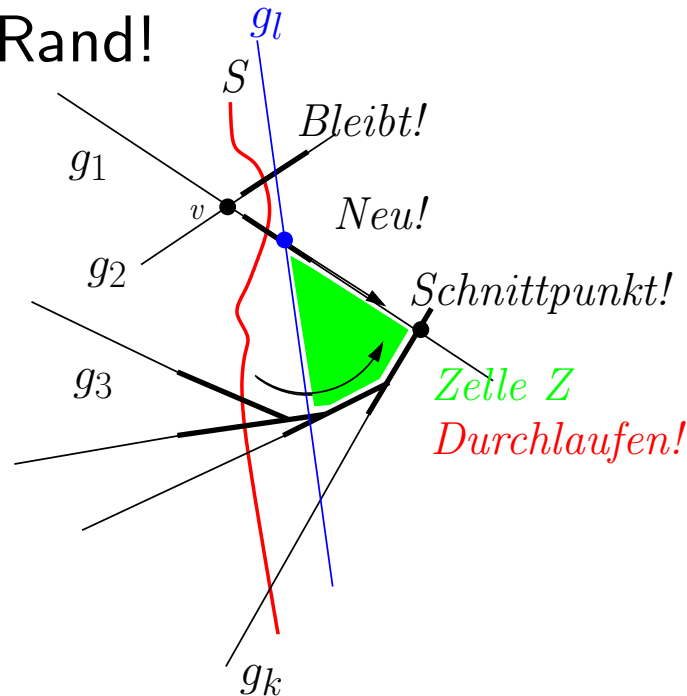
# Kosten Aktualisierung $T^o$ ( $T_u$ )

1. Nächster Knoten  $v$ !
2. Drüberheben
3. Schnittpunkt mit Kette darunter bestimmen
4. Einmal Kanten einer Zelle durchlaufen



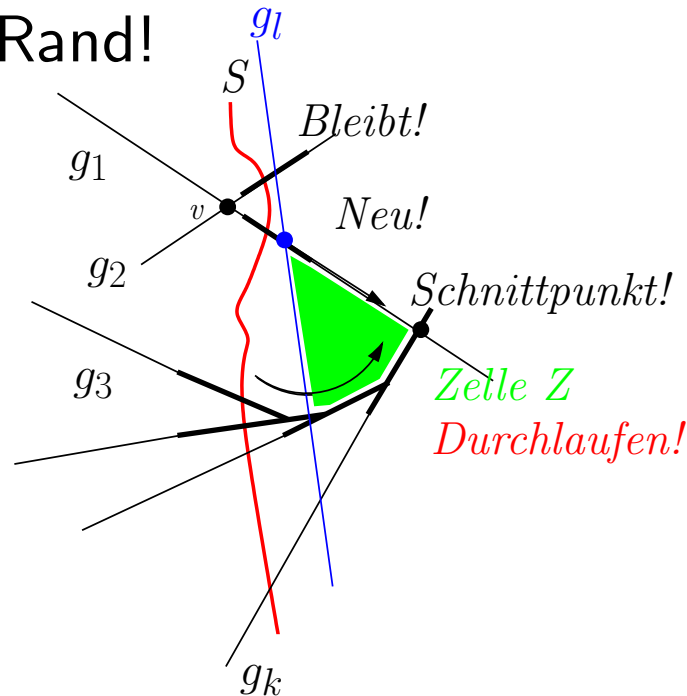
# Kosten Aktualisierung $T^o$ ( $T_u$ )

1. Nächster Knoten  $v$ !
2. Drüberheben
3. Schnittpunkt mit Kette darunter bestimmen
4. Einmal Kanten einer Zelle durchlaufen
5. Nicht alle auf dem Rand!



# Kosten Aktualisierung $T^o$ ( $T_u$ )

1. Nächster Knoten  $v$ !
2. Drüberheben
3. Schnittpunkt mit Kette darunter bestimmen
4. Einmal Kanten einer Zelle durchlaufen
5. Nicht alle auf dem Rand!

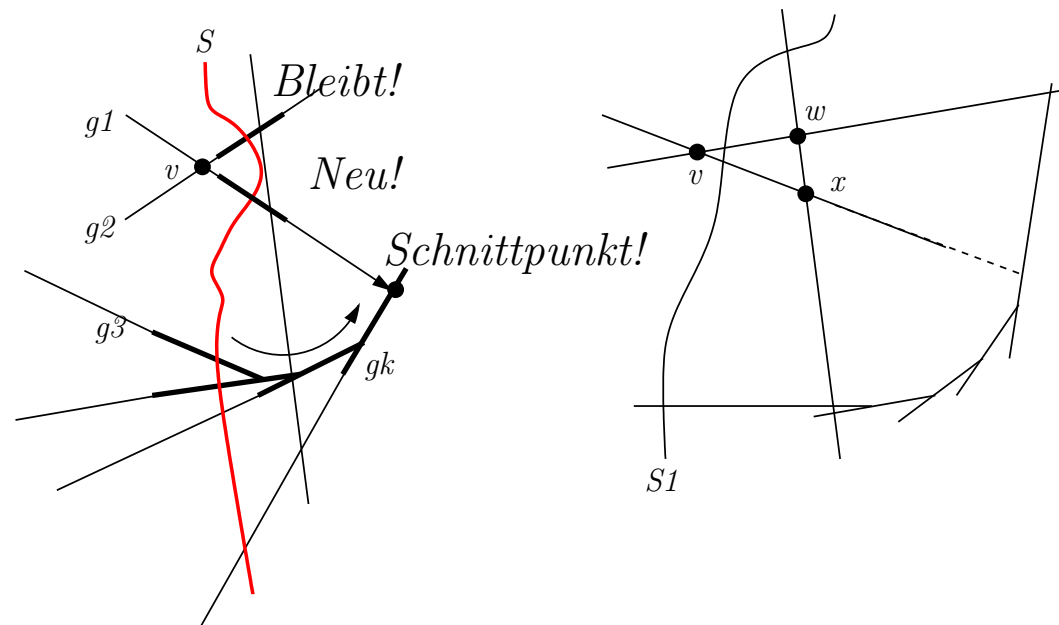


# Gesamtkosten: Aktualisierung $T^o$ ( $T_u$ )



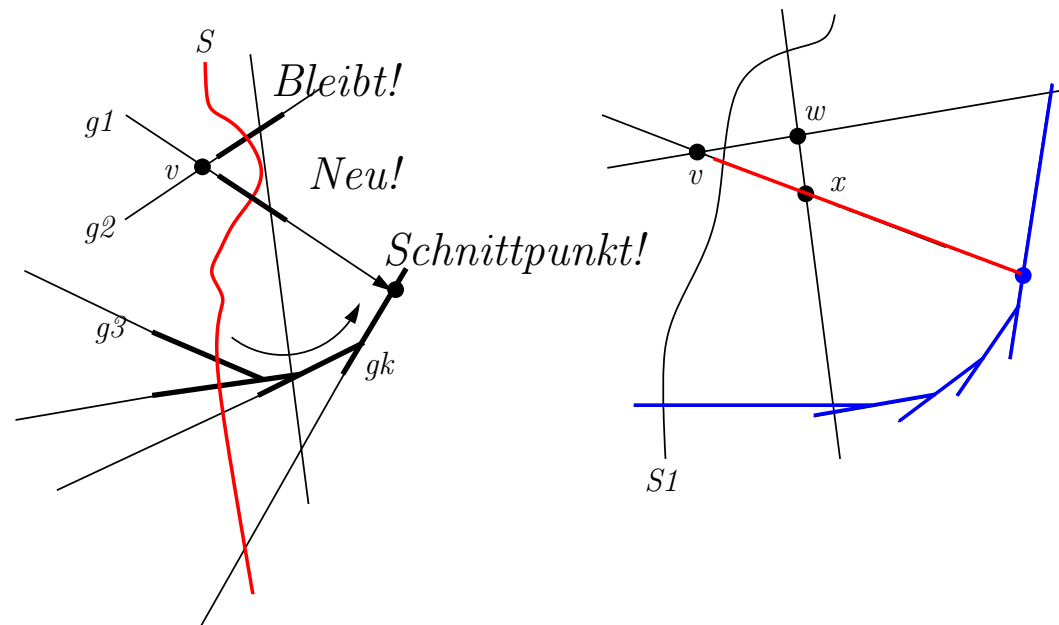
# Gesamtkosten: Aktualisierung $T^o (T_u)$

## 1. Geschickte Zuordnung



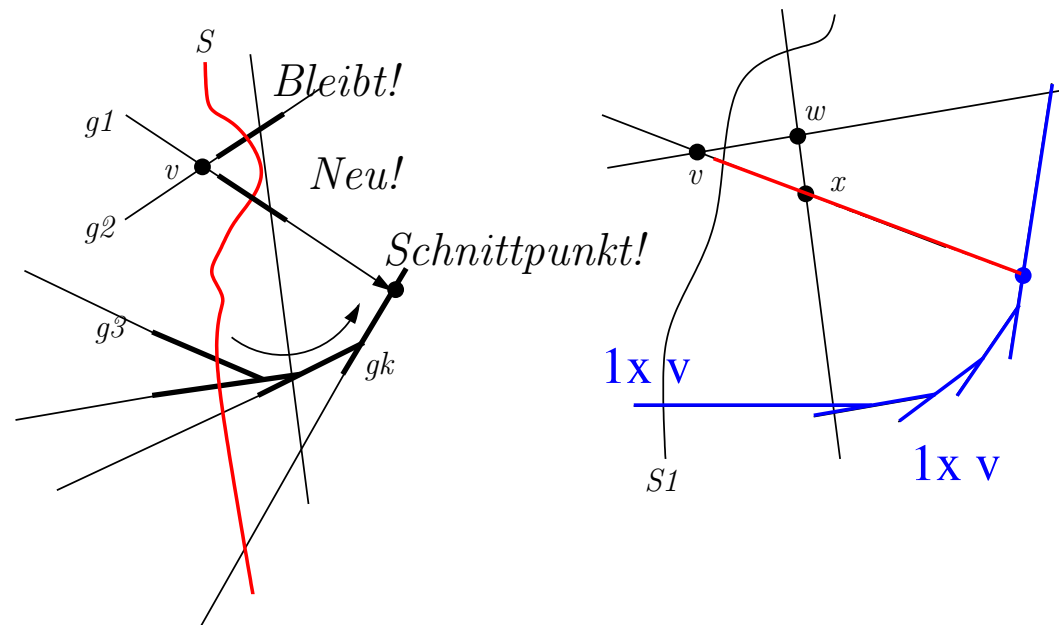
# Gesamtkosten: Aktualisierung $T^o (T_u)$

1. Geschickte Zuordnung
2. Gesamtzählweise: Pro Knoten alle Kanten einer Zelle



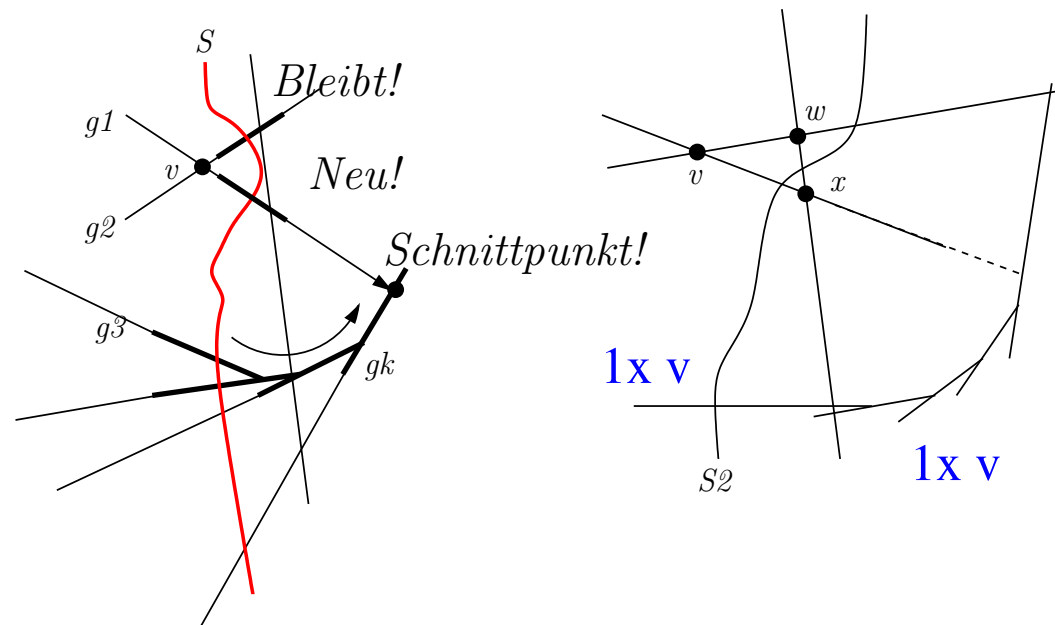
# Gesamtkosten: Aktualisierung $T^o (T_u)$

1. Geschickte Zuordnung
2. Gesamtzählweise: Pro Knoten alle Kanten einer Zelle
3.  $\sum \text{Zelle } z (\text{Kanten } Z) \times (\text{Knoten } Z)$



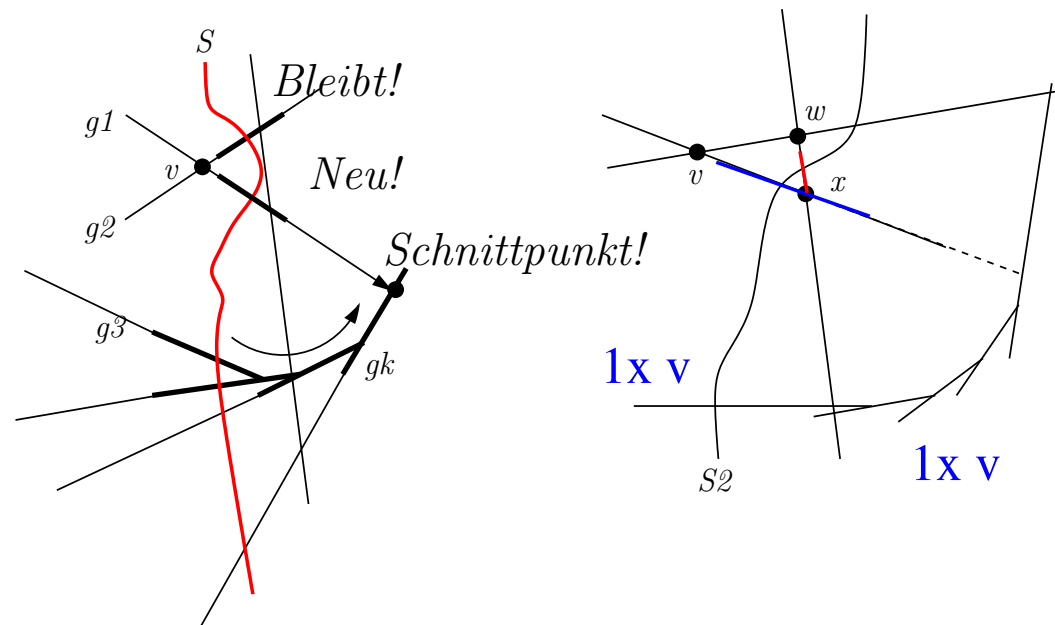
# Gesamtkosten: Aktualisierung $T^o (T_u)$

1. Geschickte Zuordnung
2. Gesamtzählweise: Pro Knoten alle Kanten einer Zelle
3.  $\sum \text{Zelle } z (\text{Kanten } Z) \times (\text{Knoten } Z)$



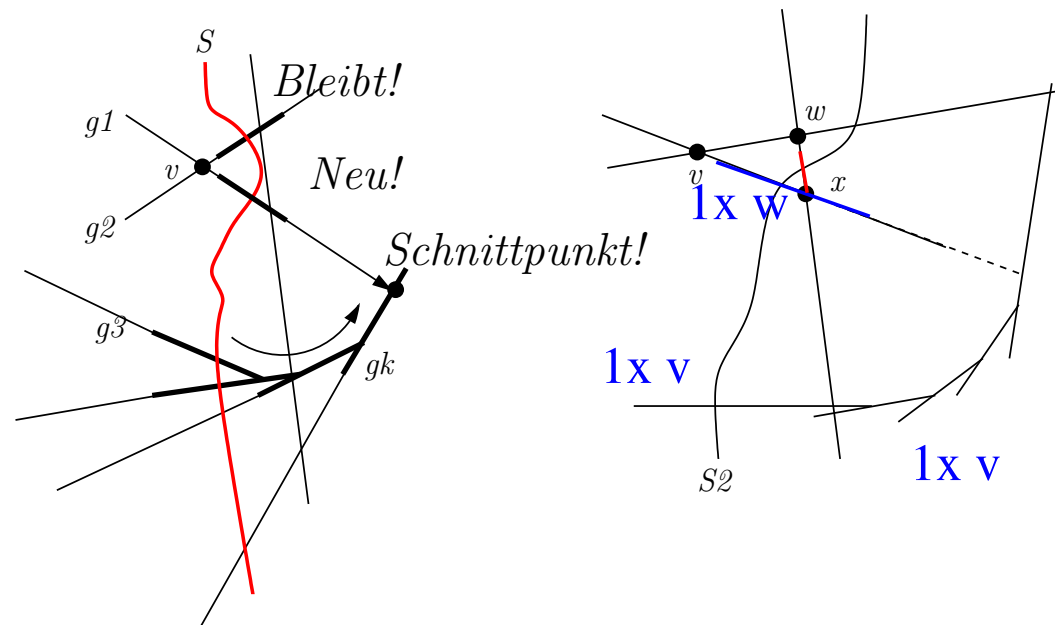
# Gesamtkosten: Aktualisierung $T^o (T_u)$

1. Geschickte Zuordnung
2. Gesamtzählweise: Pro Knoten alle Kanten einer Zelle
3.  $\sum \text{Zelle } z (\text{Kanten } Z) \times (\text{Knoten } Z)$



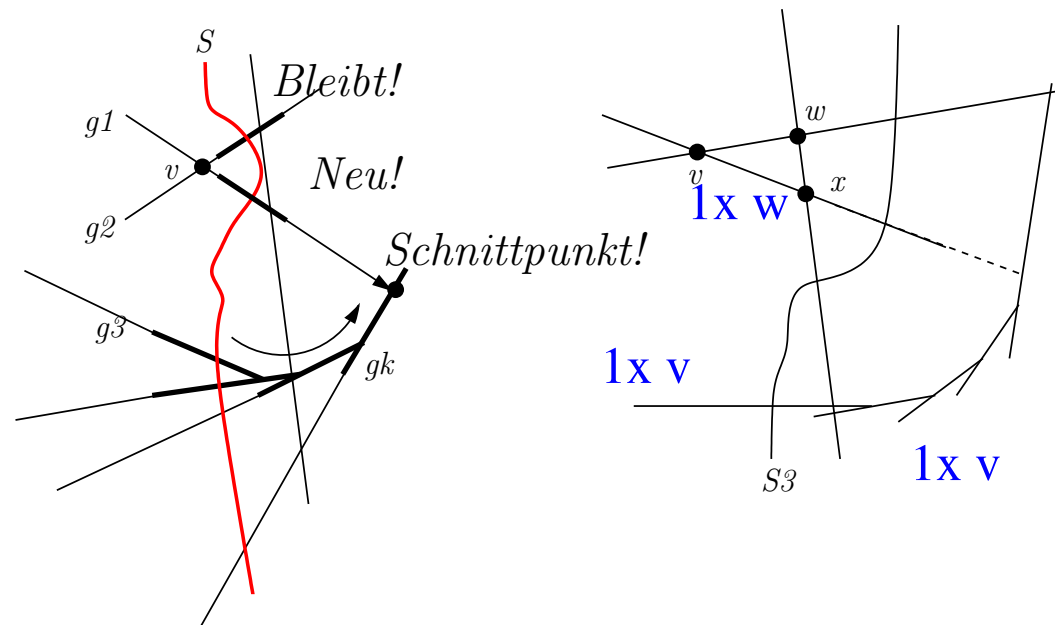
# Gesamtkosten: Aktualisierung $T^o (T_u)$

1. Geschickte Zuordnung
2. Gesamtzählweise: Pro Knoten alle Kanten einer Zelle
3.  $\sum \text{Zelle } z (\text{Kanten } Z) \times (\text{Knoten } Z)$



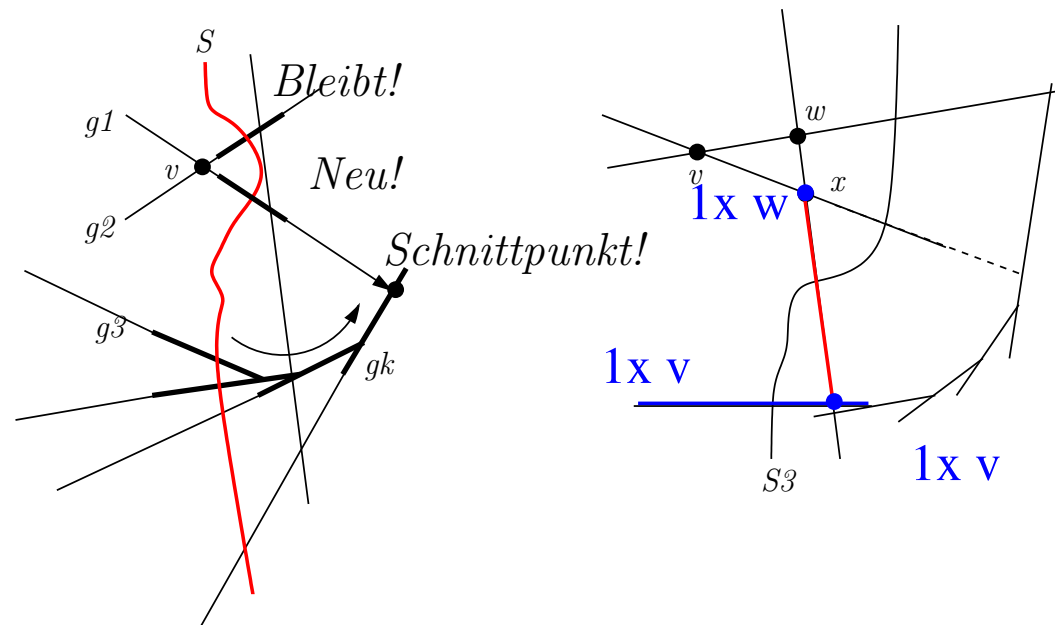
# Gesamtkosten: Aktualisierung $T^o (T_u)$

1. Geschickte Zuordnung
2. Gesamtzählweise: Pro Knoten alle Kanten einer Zelle
3.  $\sum \text{Zelle } z (\text{Kanten } Z) \times (\text{Knoten } Z)$



# Gesamtkosten: Aktualisierung $T^o (T_u)$

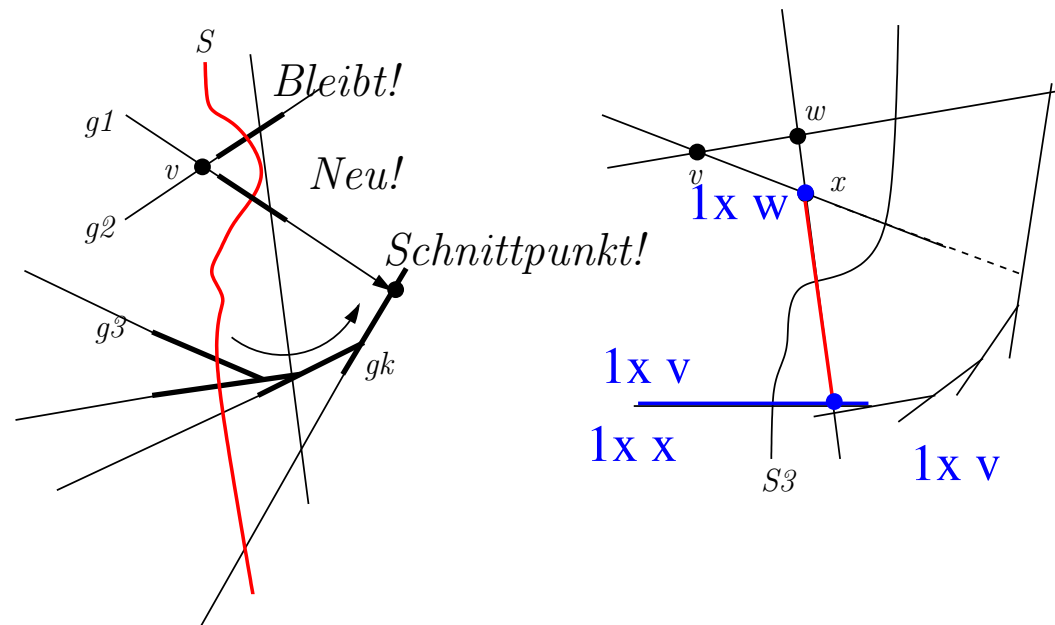
1. Geschickte Zuordnung
2. Gesamtzählweise: Pro Knoten alle Kanten einer Zelle
3.  $\sum \text{Zelle } z (\text{Kanten } Z) \times (\text{Knoten } Z)$





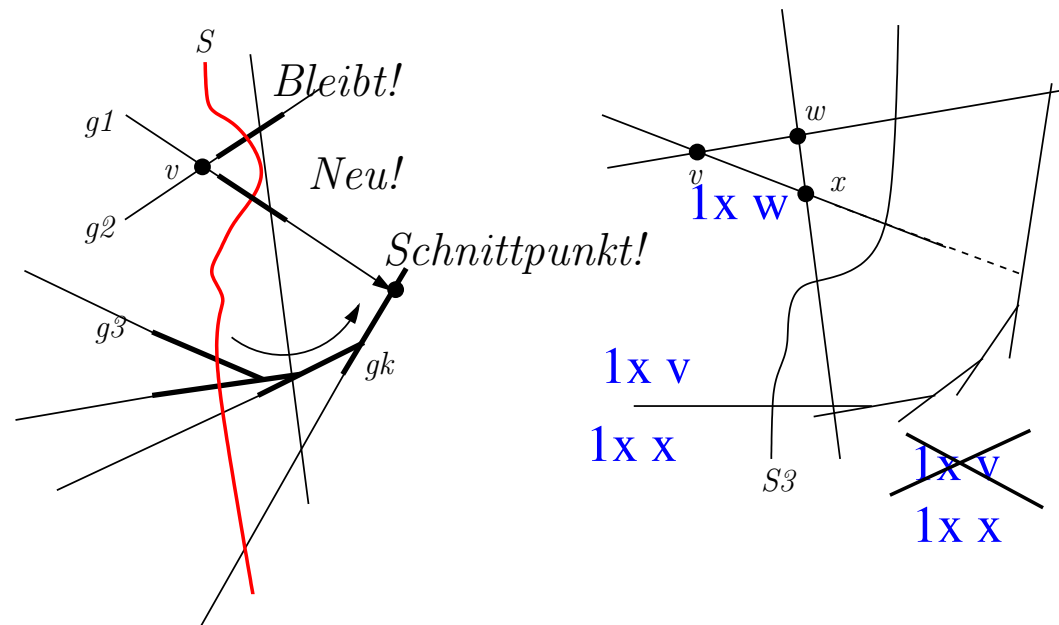
# Gesamtkosten: Aktualisierung $T^o (T_u)$

1. Geschickte Zuordnung
2. Gesamtzählweise: Pro Knoten alle Kanten einer Zelle
3.  $\sum \text{Zelle } z (\text{Kanten } Z) \times (\text{Knoten } Z)$



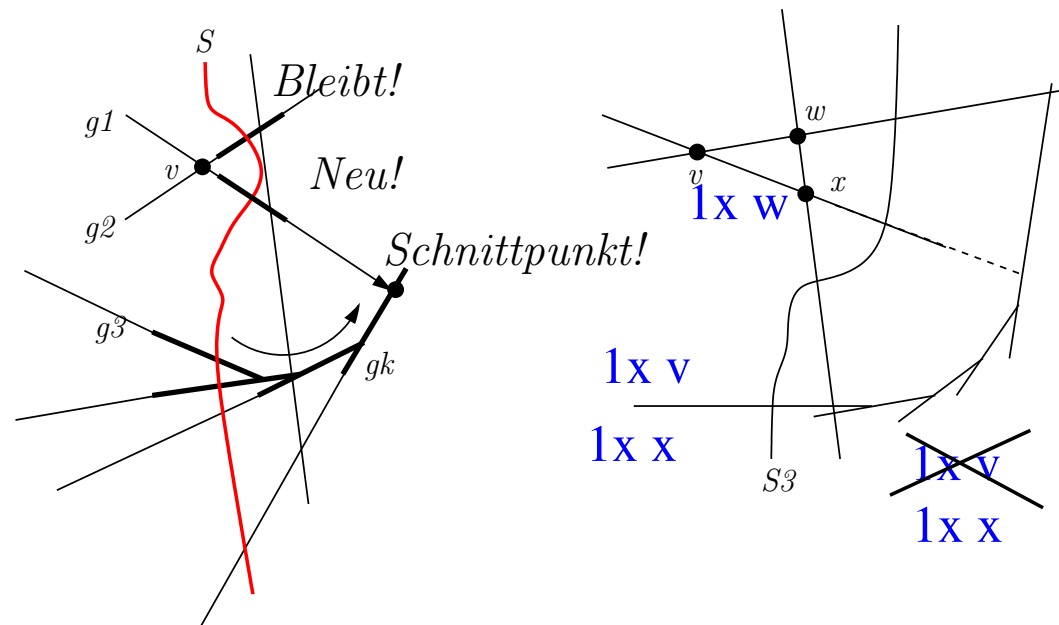
# Gesamtkosten: Aktualisierung $T^o (T_u)$

1. Geschickte Zuordnung
2. Gesamtzählweise: Pro Knoten alle Kanten einer Zelle
3.  $\sum \text{Zelle } z (\text{Kanten } Z) \times (\text{Knoten } Z)$



# Gesamtkosten: Aktualisierung $T^o (T_u)$

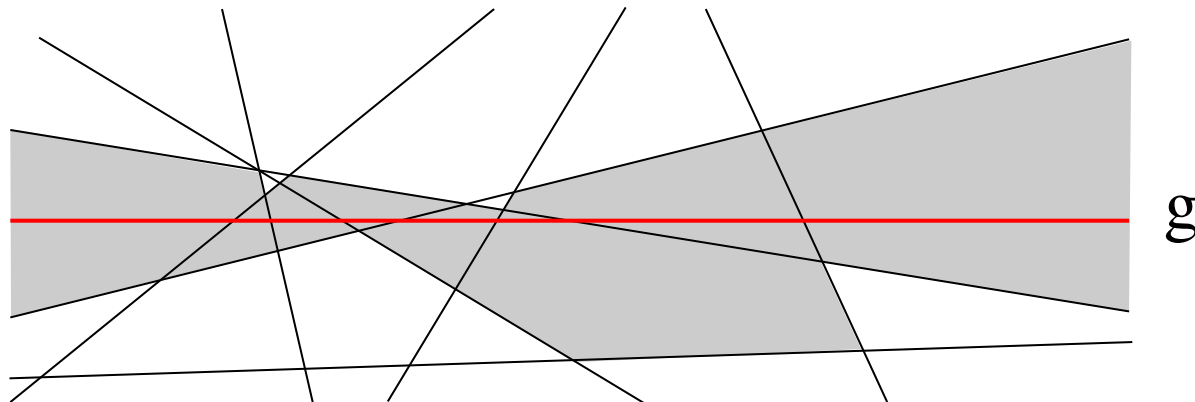
1. Geschickte Zuordnung
2. Gesamtzählweise: Pro Knoten alle Kanten einer Zelle
3.  $\sum \text{Zelle } z (\text{Kanten } Z) \times (\text{Knoten } Z)$



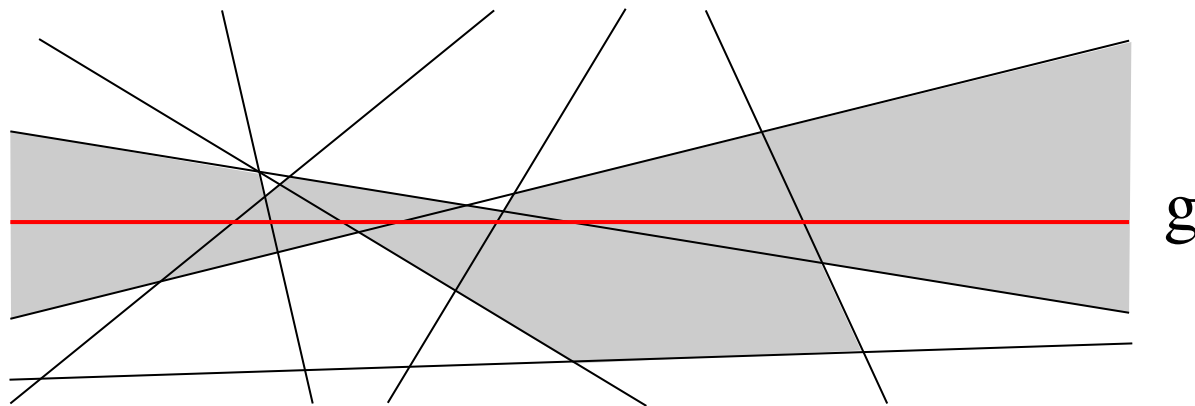
# Andere Zählweise, bessere Zuordnung!

$$\sum_{\text{Zelle } z} (\text{Kanten } z) \times (\text{Knoten } z) \leq$$

$$\sum_{\text{Gerade } g} \left( \sum_{g \text{ schneidet } z} (\text{Kanten } z) \right)$$

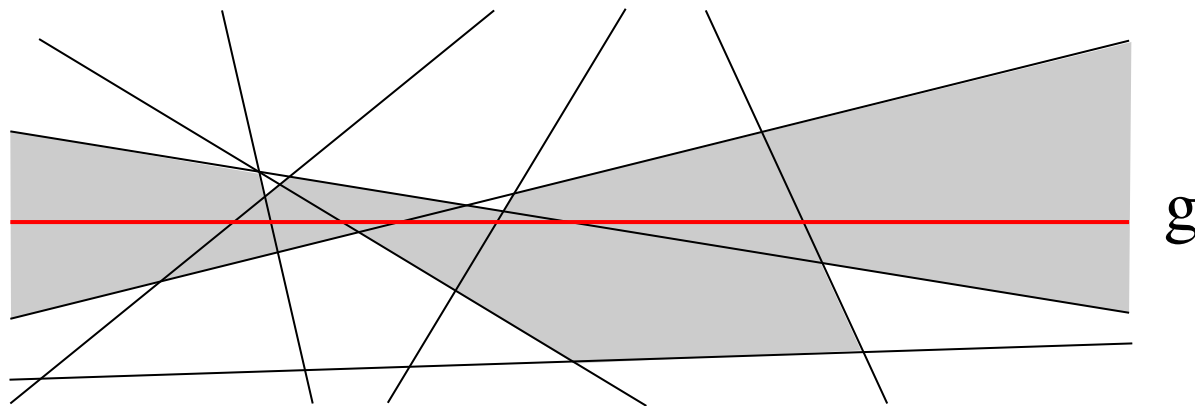


# Komplexität Zone einer Geraden $g$



# Komplexität Zone einer Geraden $g$

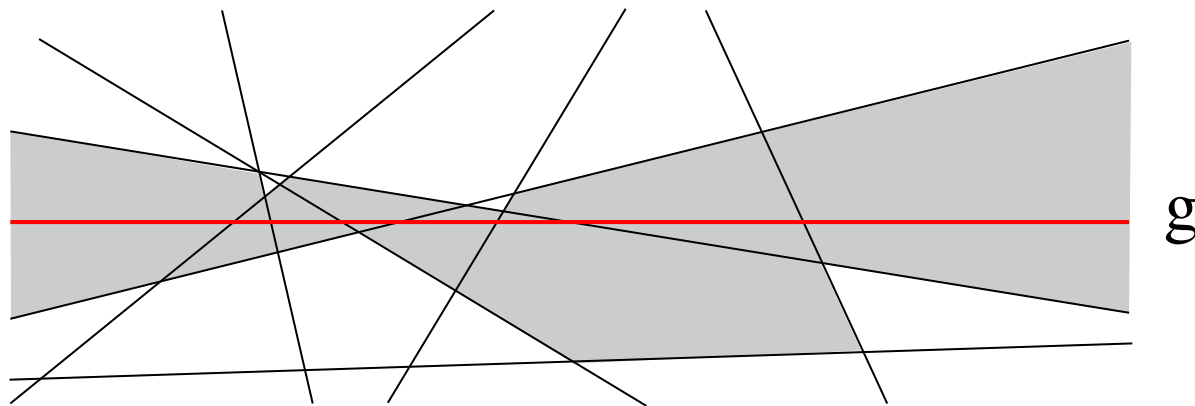
$$\left( \sum_{g \text{ schneidet } z} (\text{Kanten } Z) \right)$$



# Komplexität Zone einer Geraden $g$

$$\left( \sum_{g \text{ schneidet } z} (\text{Kanten } z) \right)$$

n-mal diese Kosten, jede Gerade



# Zone(l) in $O(n)$



# Zone( $l$ ) in $O(n)$

- $n$  nicht-senkrechte Geraden, Horizontale  $l$

# Zone( $l$ ) in $O(n)$

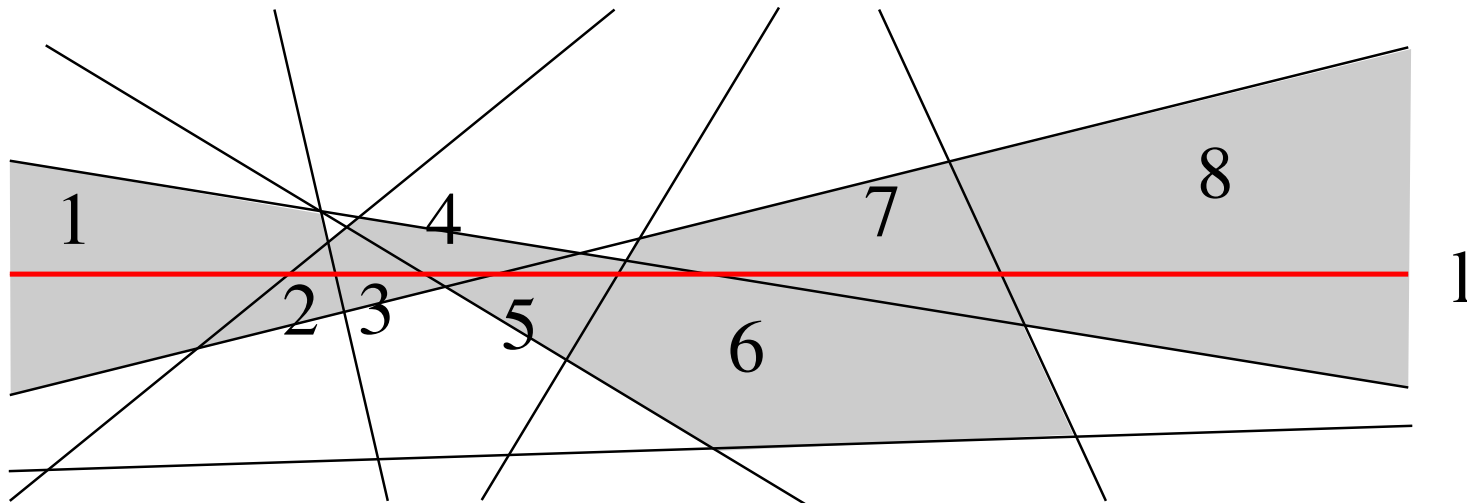
- $n$  nicht-senkrechte Geraden, Horizontale  $l$
- **Def. 1.3:**  $\text{Zone}(l) := \{\text{Kanten der Zelle } Z \mid \overline{Z} \cap l \neq \emptyset\}$

# Zone( $l$ ) in $O(n)$

- $n$  nicht-senkrechte Geraden, Horizontale  $l$
- **Def. 1.3:**  $\text{Zone}(l) := \{\text{Kanten der Zelle } Z \mid \overline{Z} \cap l \neq \emptyset\}$
- **Theorem 1.4:** Komplexität von  $\text{Zone}(l)$  liegt in  $O(n)$

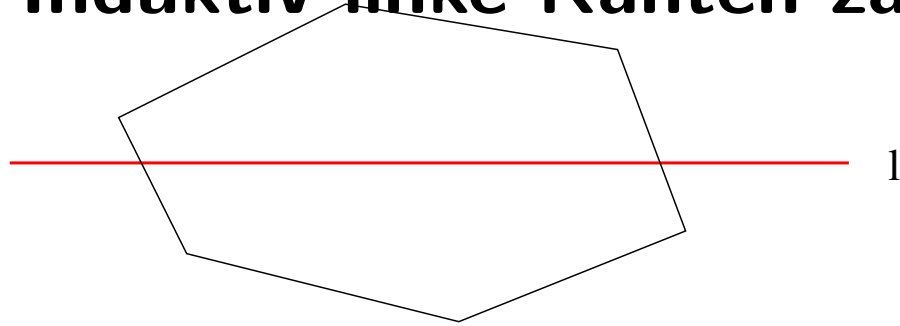
# Zone( $l$ ) in $O(n)$

- $n$  nicht-senkrechte Geraden, Horizontale  $l$
- **Def. 1.3:**  $\text{Zone}(l) := \{\text{Kanten der Zelle } Z \mid \bar{Z} \cap l \neq \emptyset\}$
- **Theorem 1.4:** Komplexität von  $\text{Zone}(l)$  liegt in  $O(n)$



# Induktiv linke Kanten zählen

# Induktiv linke Kanten zählen



# Induktiv linke Kanten zählen

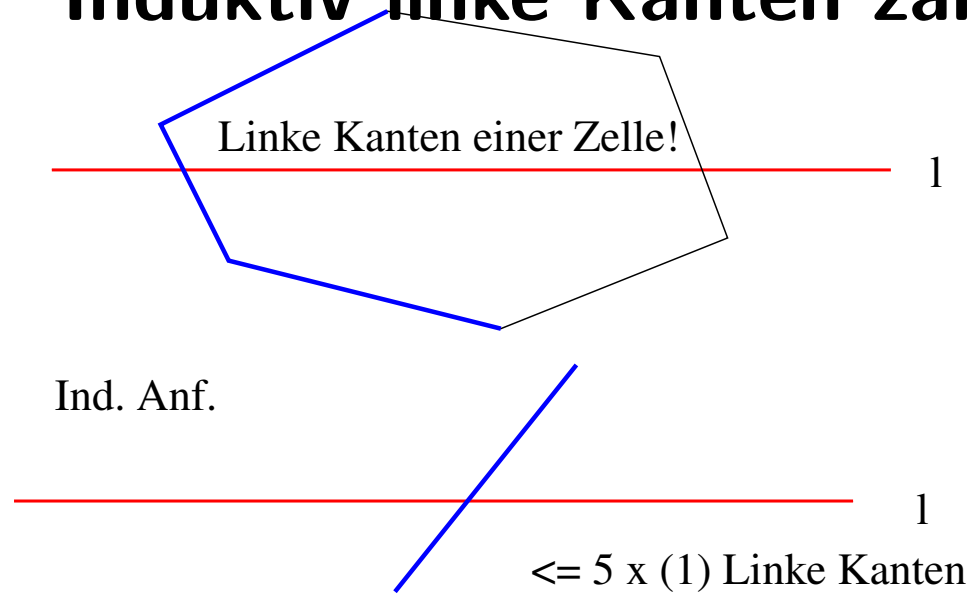


# Induktiv linke Kanten zählen

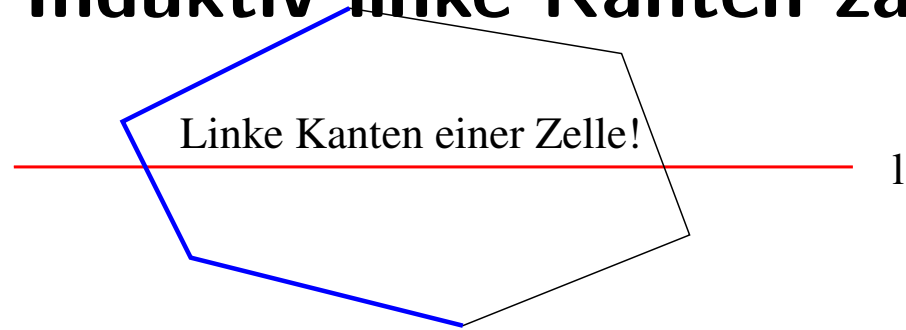




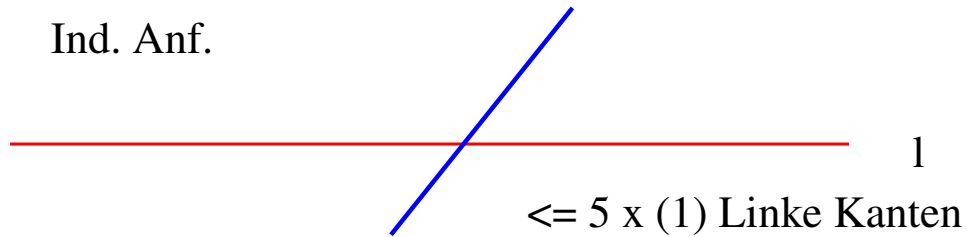
# Induktiv linke Kanten zählen



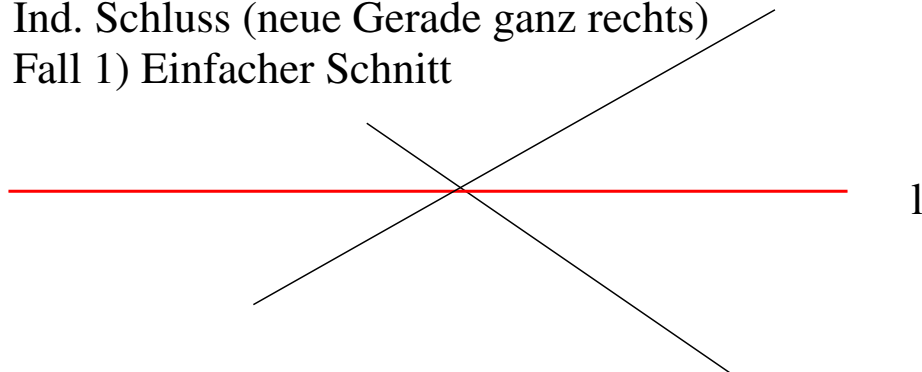
# Induktiv linke Kanten zählen



Ind. Anf.



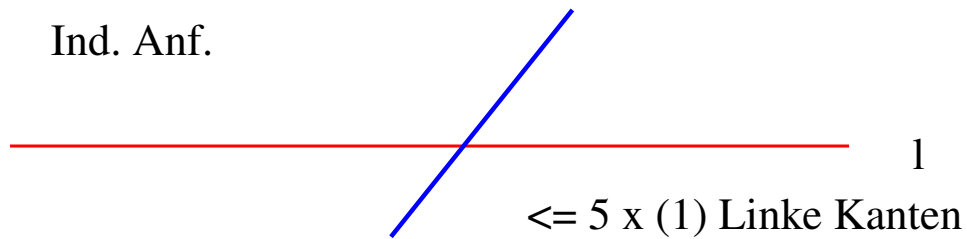
Ind. Schluss (neue Gerade ganz rechts)  
Fall 1) Einfacher Schnitt



# Induktiv linke Kanten zählen

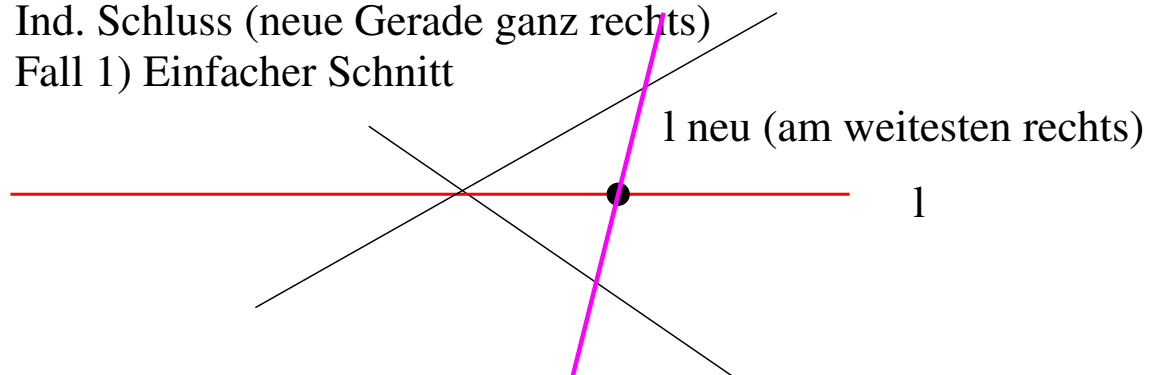


Ind. Anf.



Ind. Schluss (neue Gerade ganz rechts)

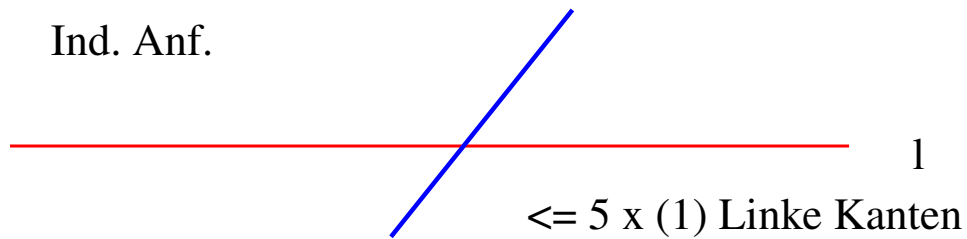
Fall 1) Einfacher Schnitt



# Induktiv linke Kanten zählen

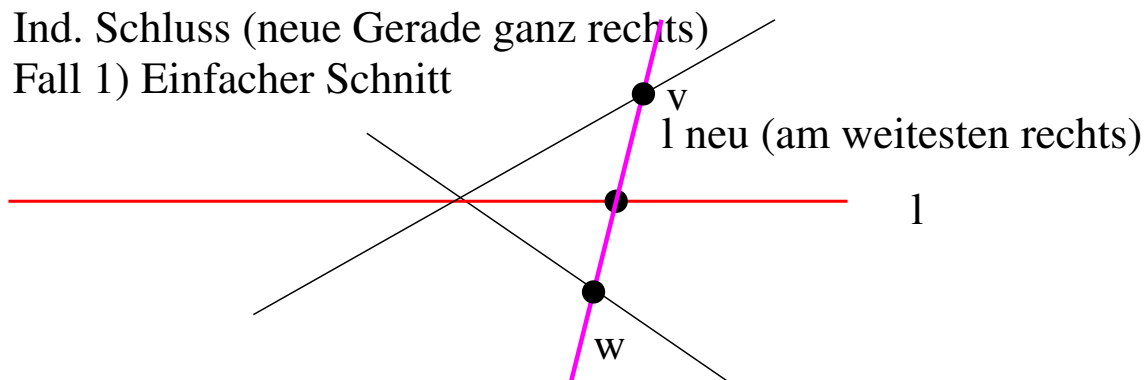


Ind. Anf.



Ind. Schluss (neue Gerade ganz rechts)

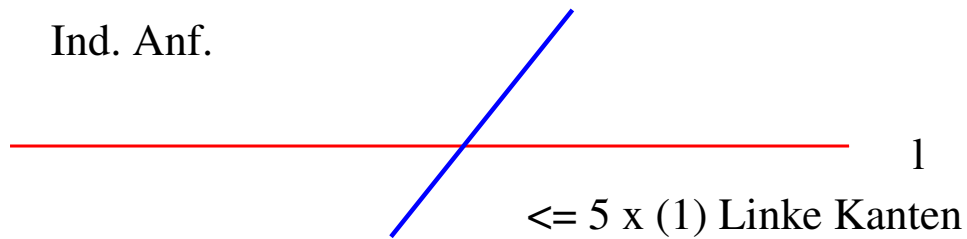
Fall 1) Einfacher Schnitt



# Induktiv linke Kanten zählen

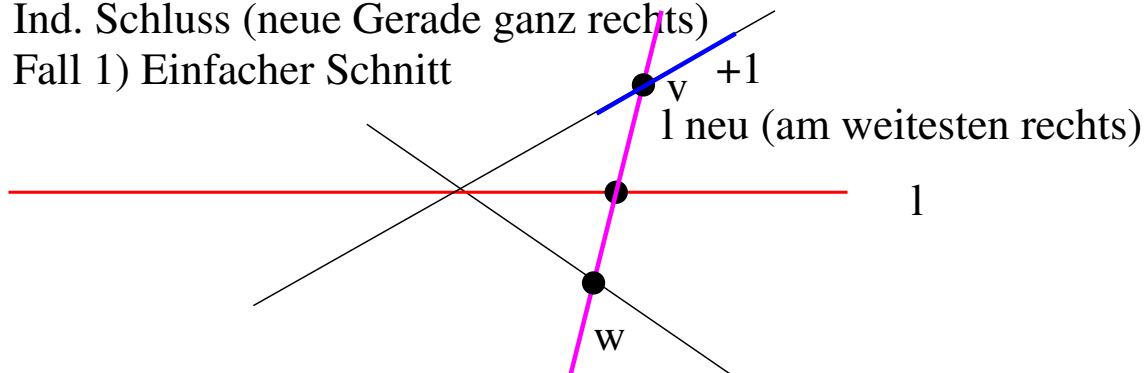


Ind. Anf.



Ind. Schluss (neue Gerade ganz rechts)

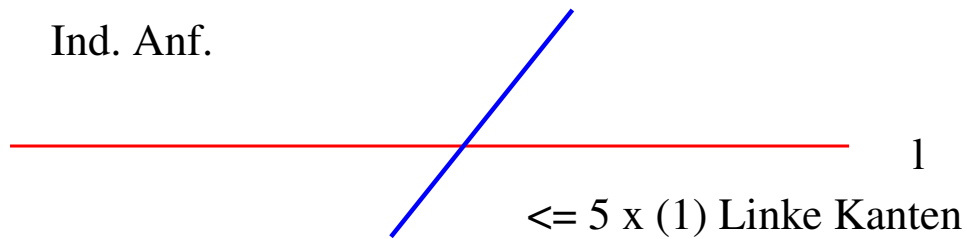
Fall 1) Einfacher Schnitt



# Induktiv linke Kanten zählen

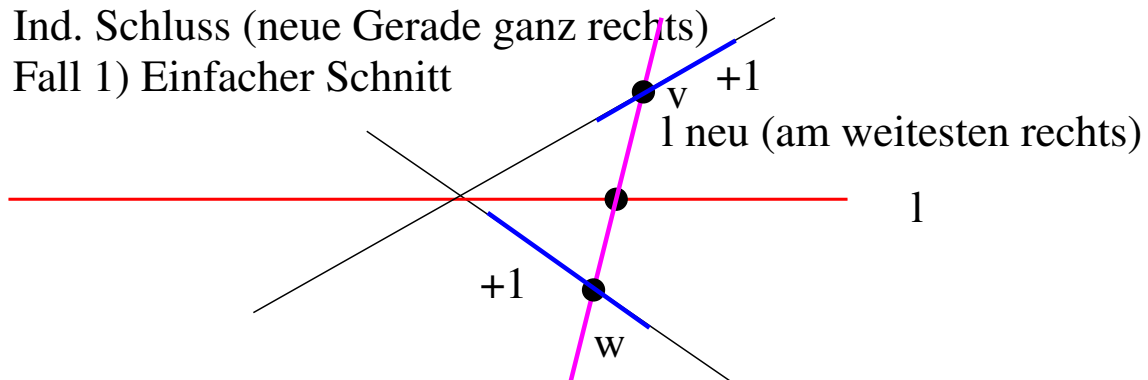


Ind. Anf.



Ind. Schluss (neue Gerade ganz rechts)

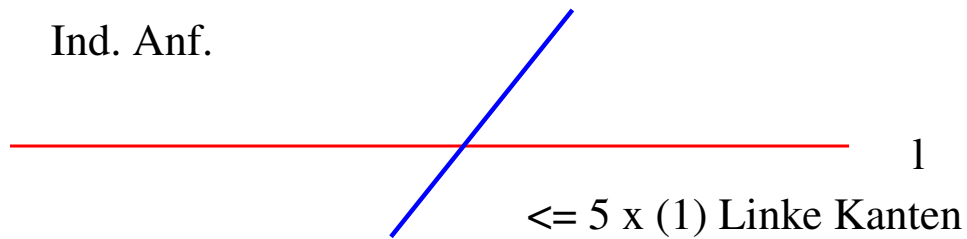
Fall 1) Einfacher Schnitt



# Induktiv linke Kanten zählen

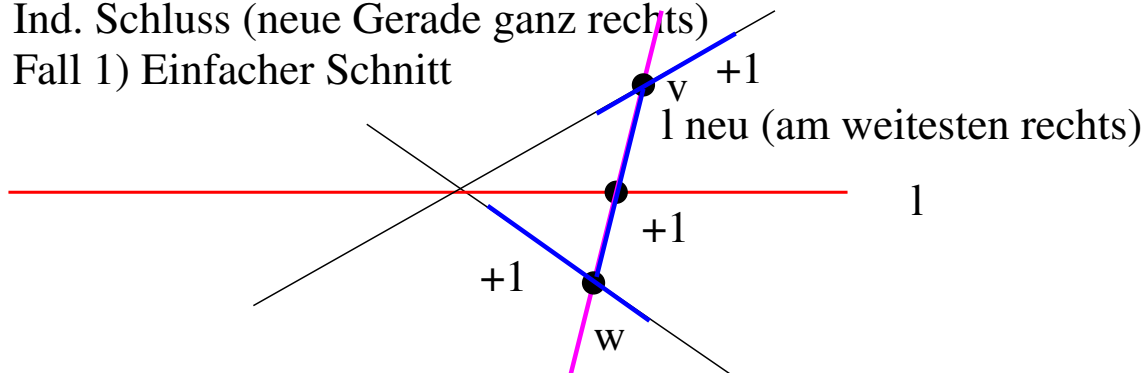


Ind. Anf.

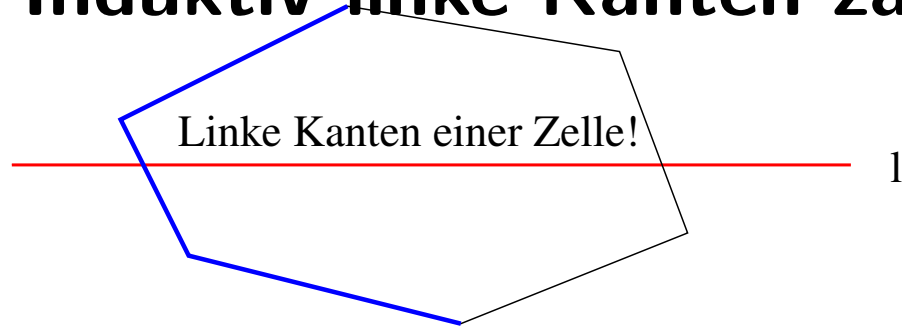


Ind. Schluss (neue Gerade ganz rechts)

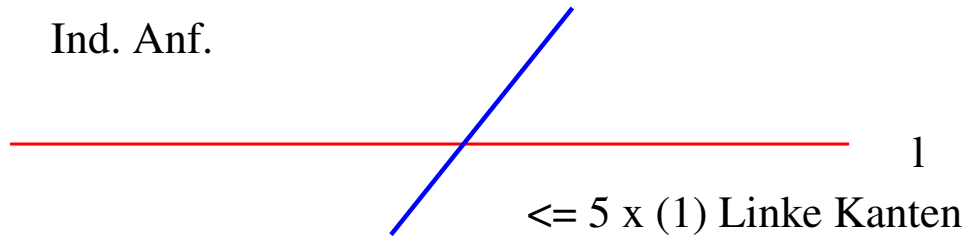
Fall 1) Einfacher Schnitt



# Induktiv linke Kanten zählen

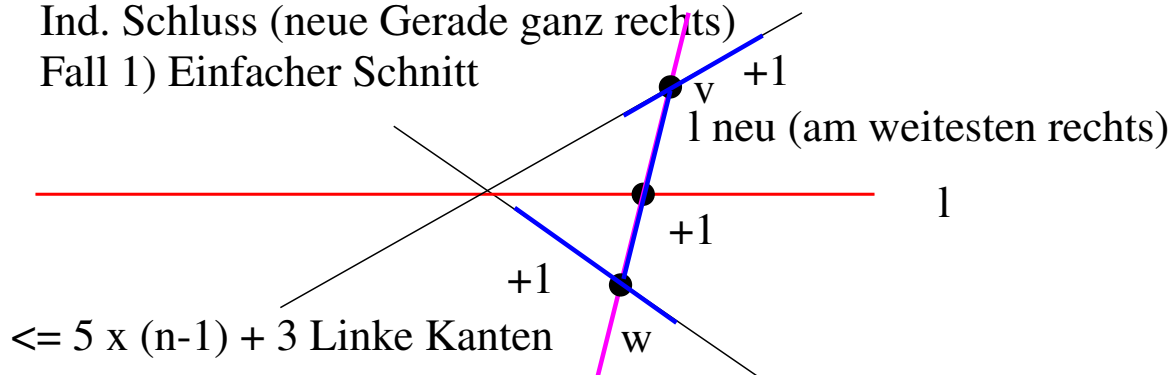


Ind. Anf.



Ind. Schluss (neue Gerade ganz rechts)

Fall 1) Einfacher Schnitt

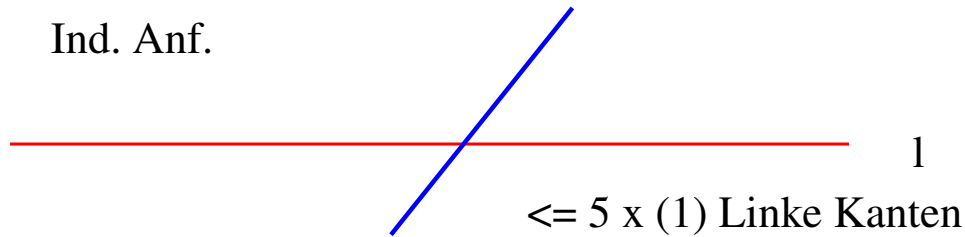




# Induktiv linke Kanten zählen

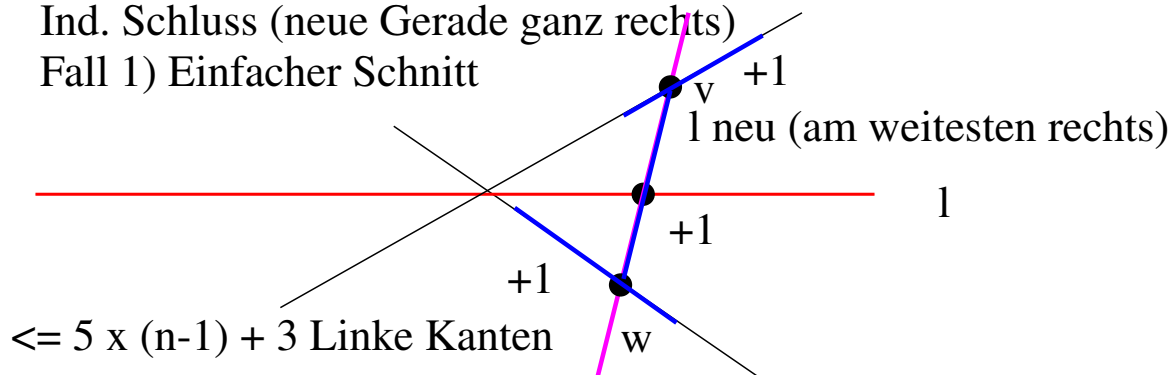


Ind. Anf.



Ind. Schluss (neue Gerade ganz rechts)

Fall 1) Einfacher Schnitt

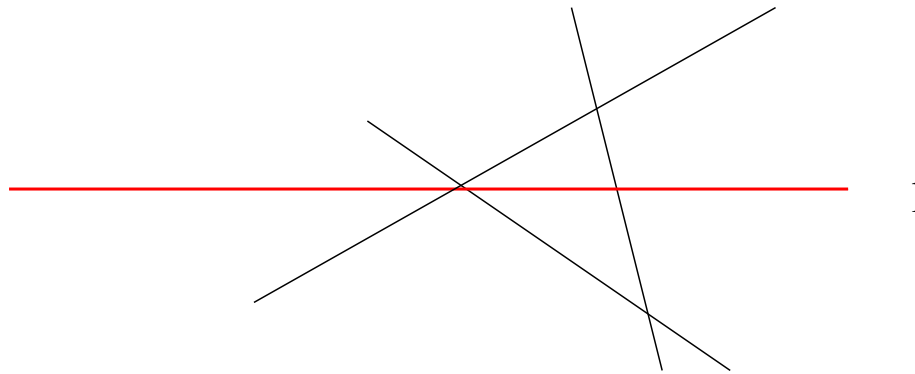


# Induktiv linke Kanten zählen

# Induktiv linke Kanten zählen

Ind. Schluss (WC)

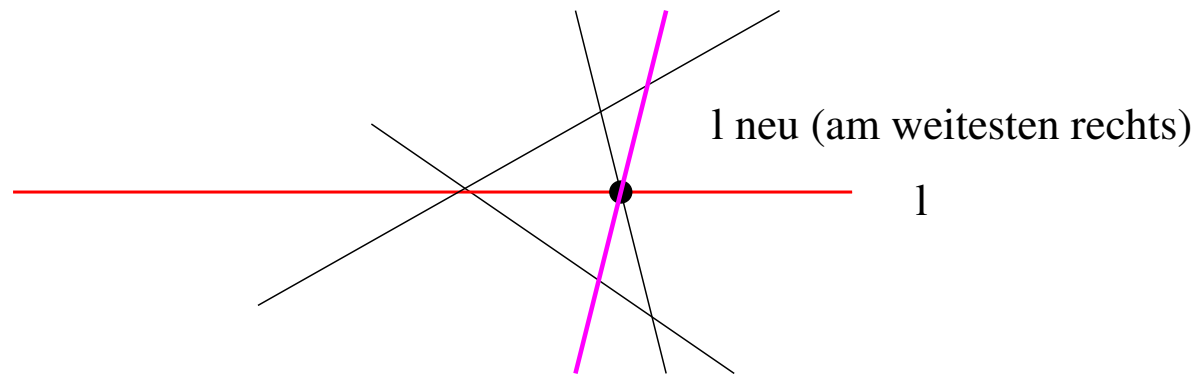
Fall 2) Schnitt mit einer Kante



# Induktiv linke Kanten zählen

Ind. Schluss (WC)

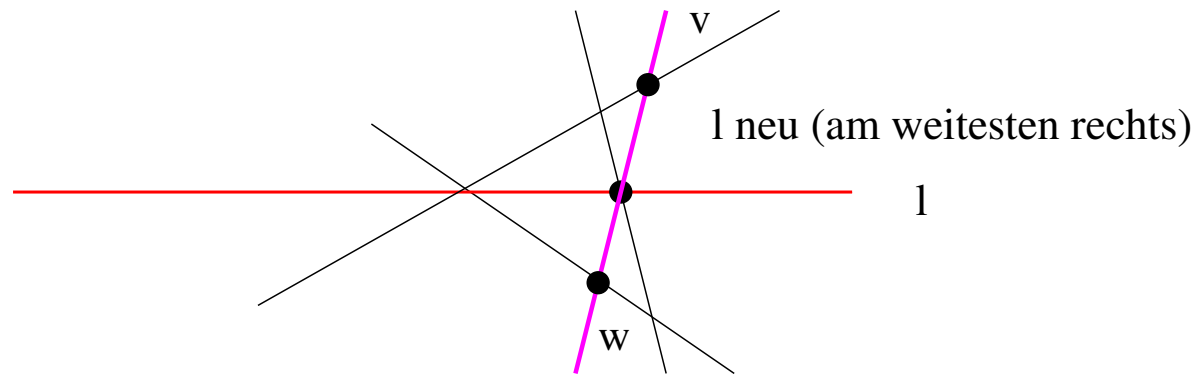
Fall 2) Schnitt mit einer Kante



# Induktiv linke Kanten zählen

Ind. Schluss (WC)

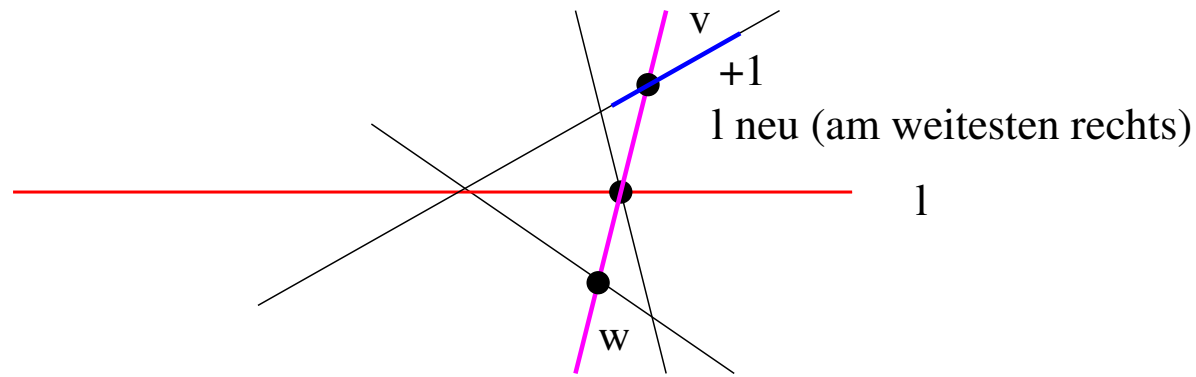
Fall 2) Schnitt mit einer Kante



# Induktiv linke Kanten zählen

Ind. Schluss (WC)

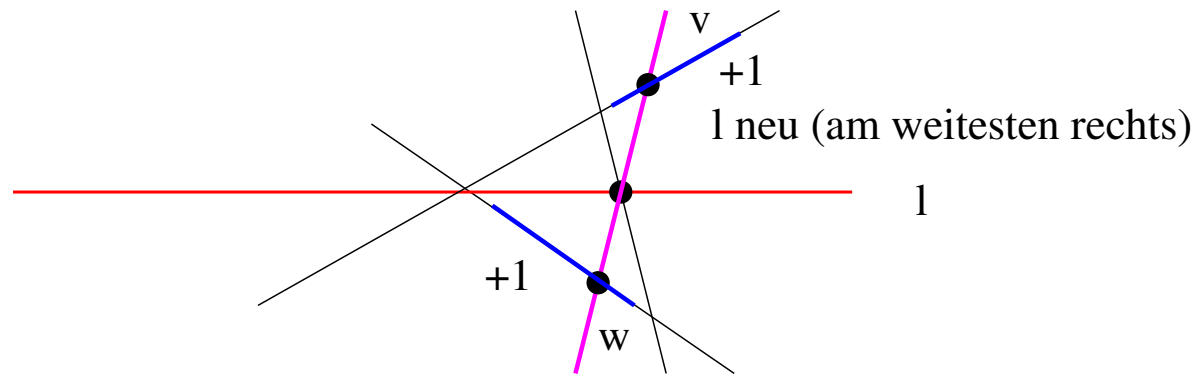
Fall 2) Schnitt mit einer Kante



# Induktiv linke Kanten zählen

Ind. Schluss (WC)

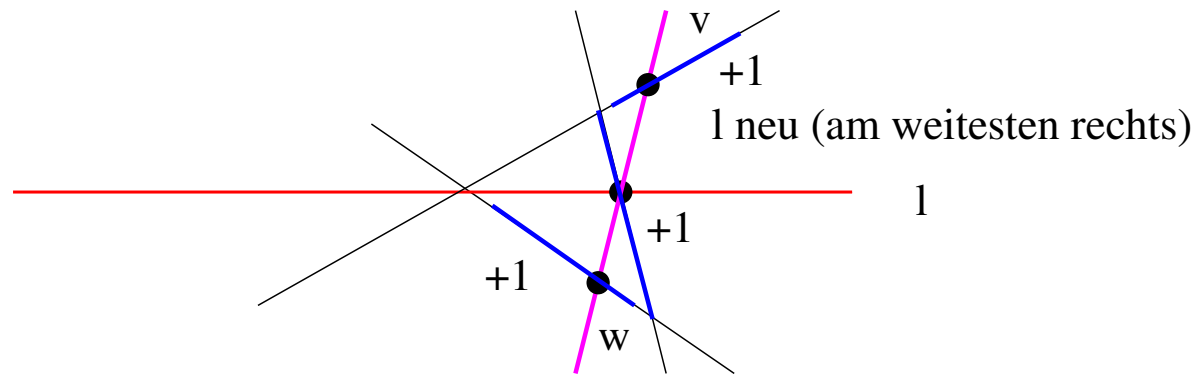
Fall 2) Schnitt mit einer Kante



# Induktiv linke Kanten zählen

Ind. Schluss (WC)

Fall 2) Schnitt mit einer Kante

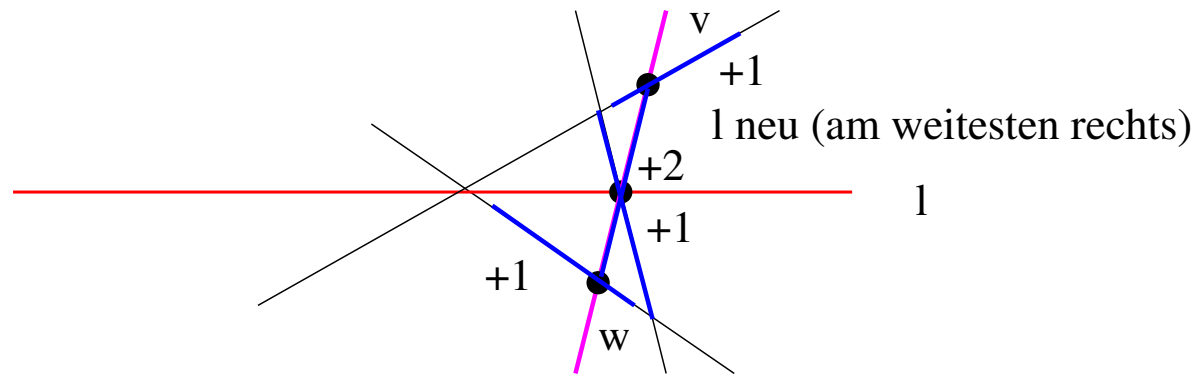




# Induktiv linke Kanten zählen

Ind. Schluss (WC)

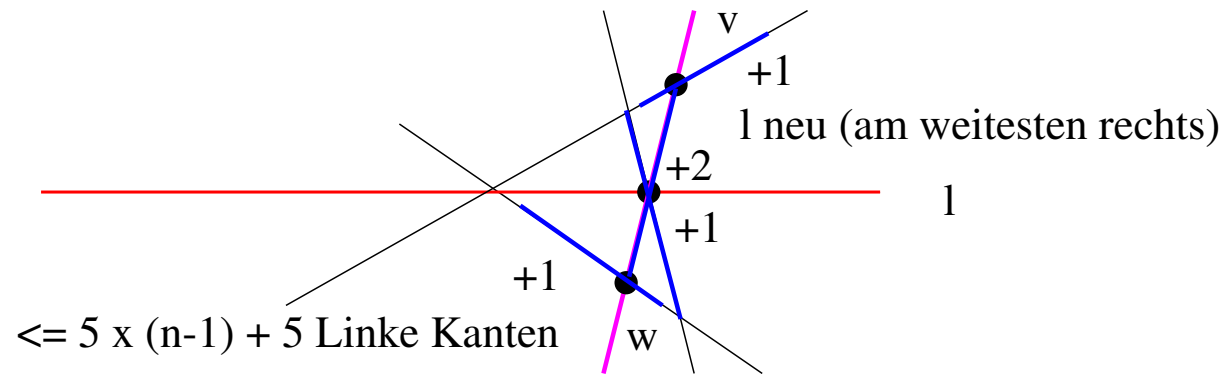
Fall 2) Schnitt mit einer Kante



# Induktiv linke Kanten zählen

Ind. Schluss (WC)

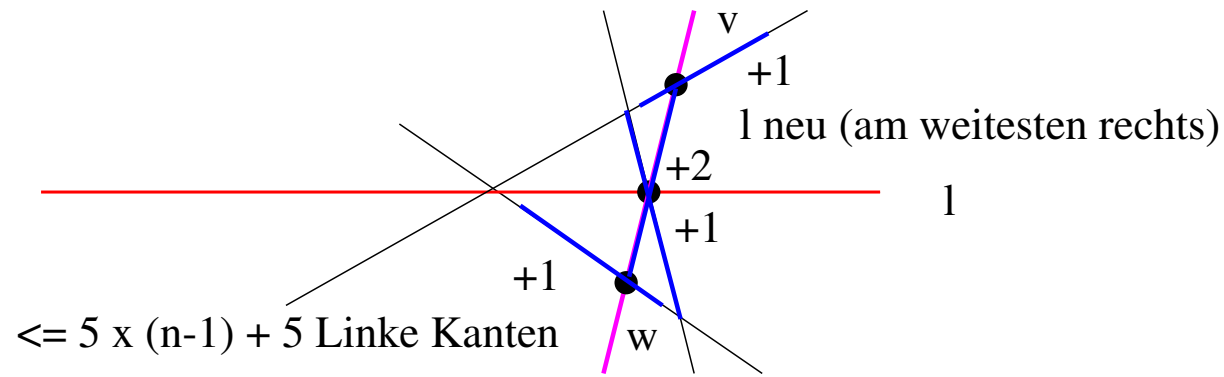
Fall 2) Schnitt mit einer Kante



# Induktiv linke Kanten zählen

Ind. Schluss (WC)

Fall 2) Schnitt mit einer Kante

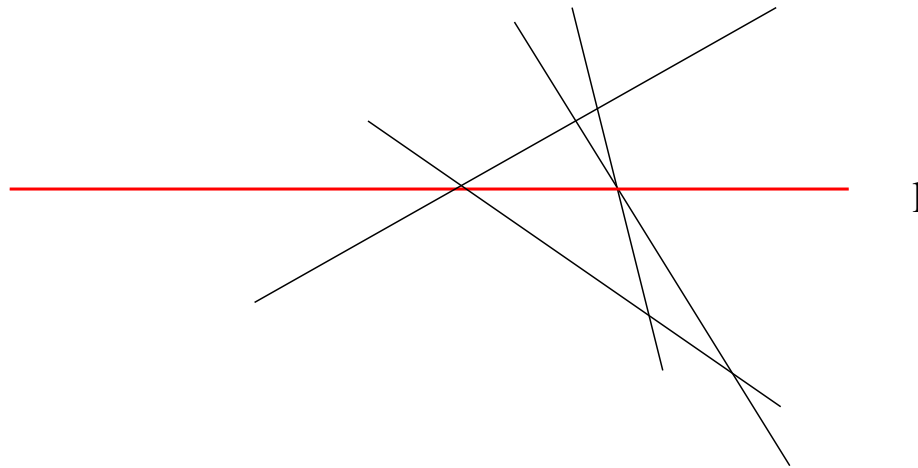


# Induktiv linke Kanten zählen

# Induktiv linke Kanten zählen

Ind. Schluss (WC)

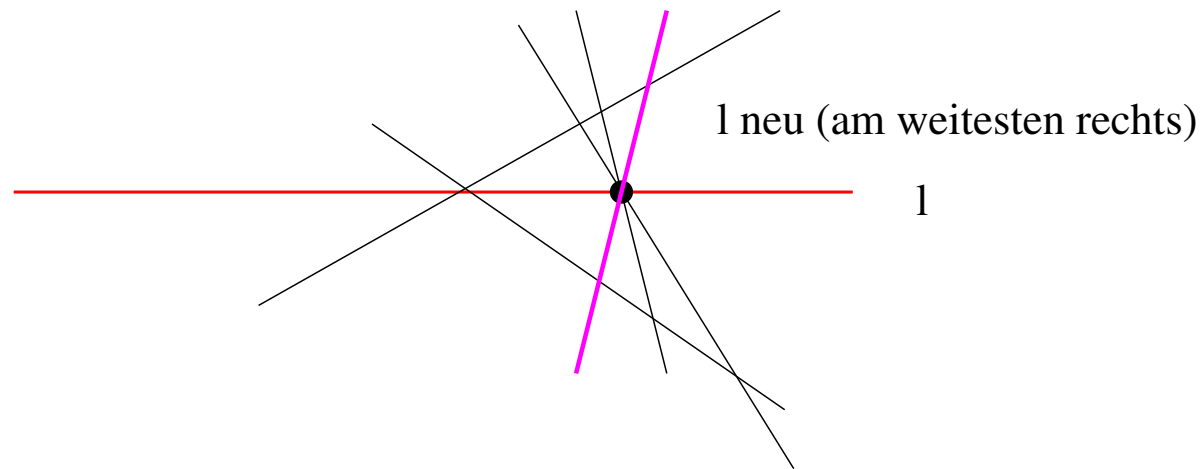
Fall 3) Schnitt mit mehr als einer Kante



# Induktiv linke Kanten zählen

Ind. Schluss (WC)

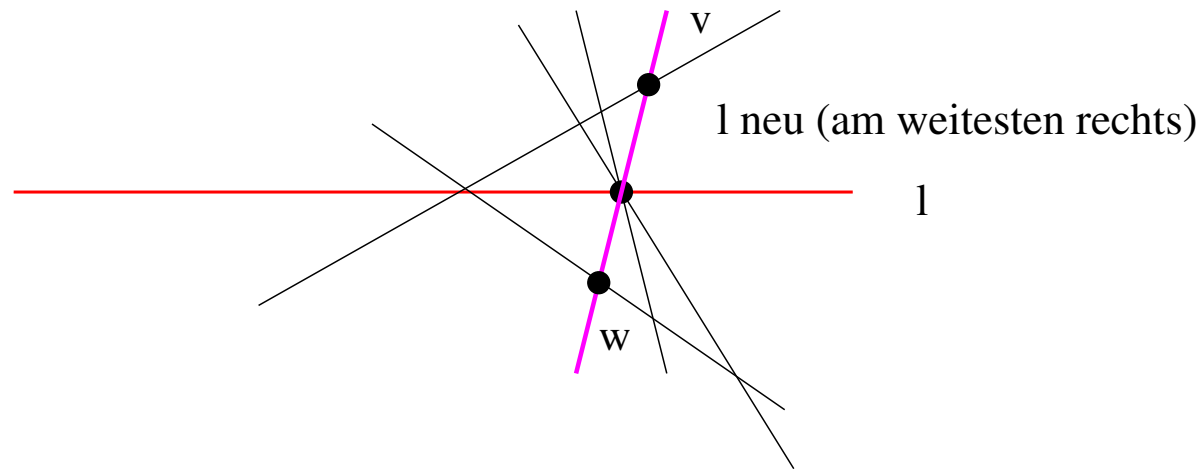
Fall 3) Schnitt mit mehr als einer Kante



# Induktiv linke Kanten zählen

Ind. Schluss (WC)

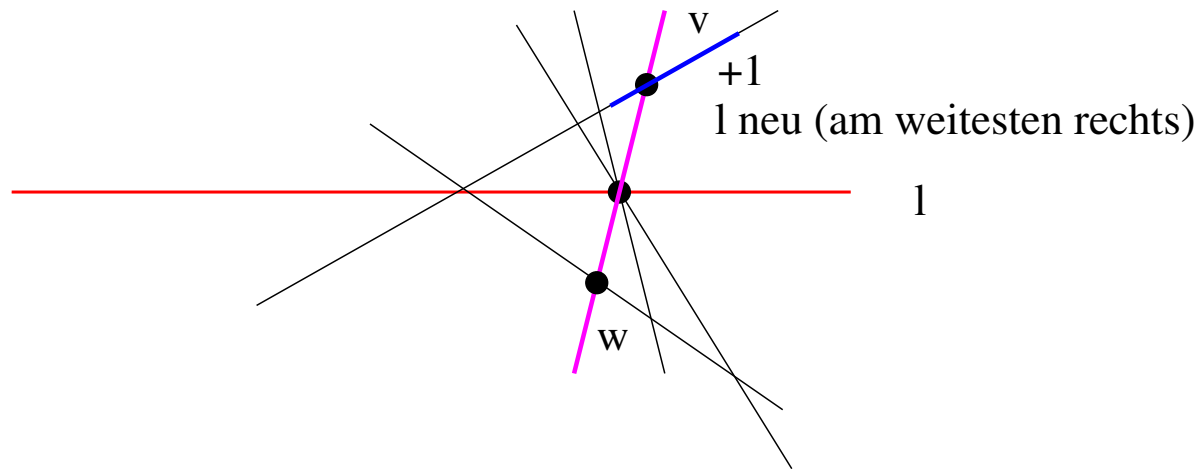
Fall 3) Schnitt mit mehr als einer Kante



# Induktiv linke Kanten zählen

Ind. Schluss (WC)

Fall 3) Schnitt mit mehr als einer Kante

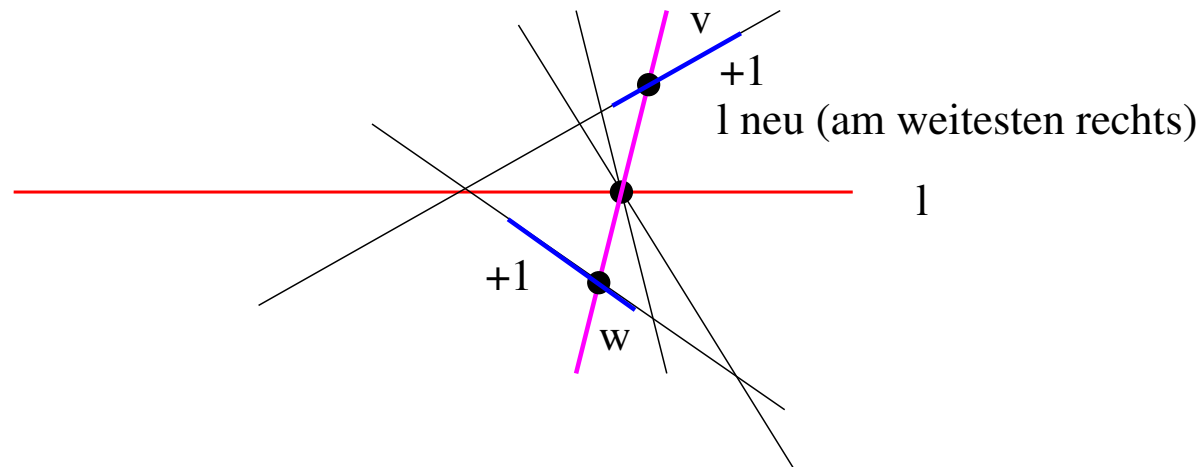




# Induktiv linke Kanten zählen

Ind. Schluss (WC)

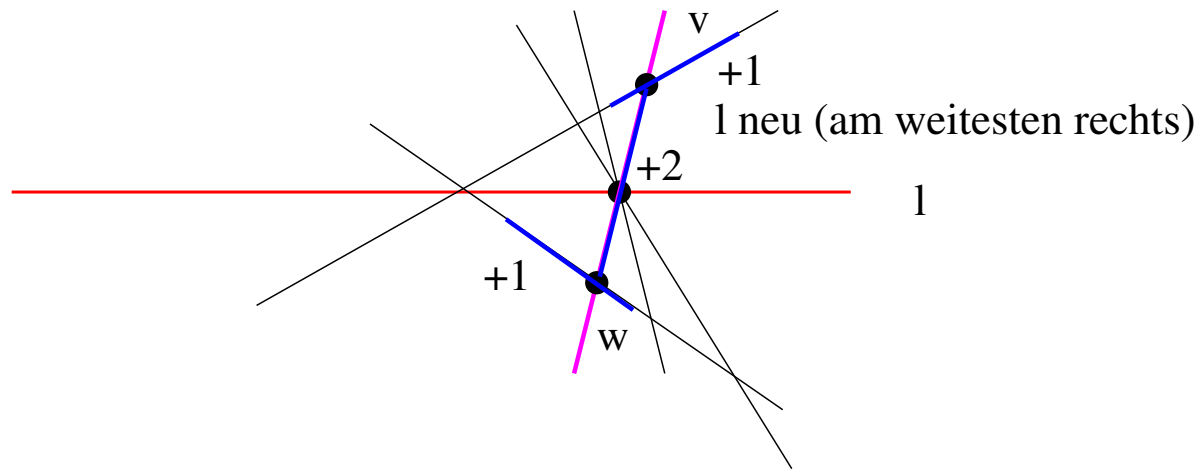
Fall 3) Schnitt mit mehr als einer Kante



# Induktiv linke Kanten zählen

Ind. Schluss (WC)

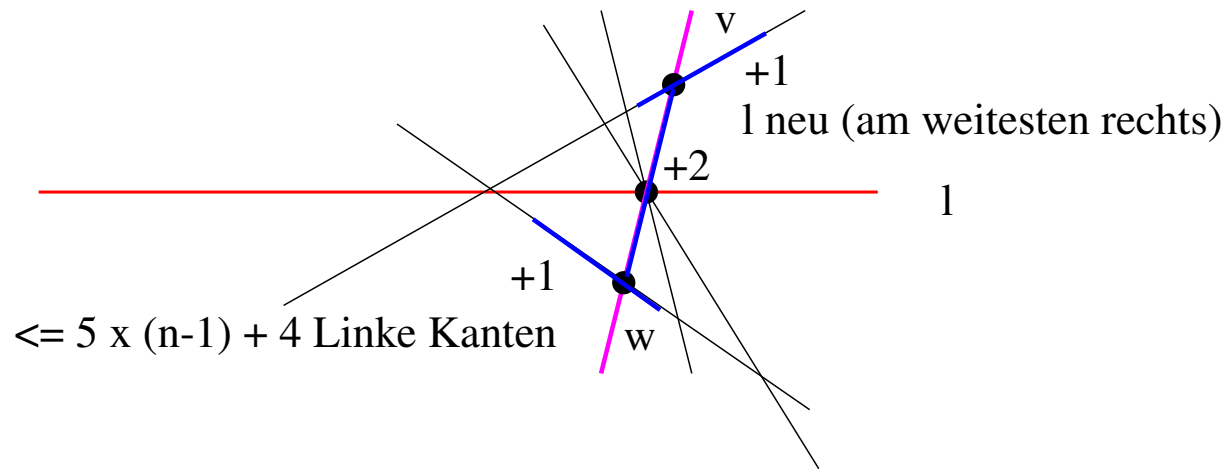
Fall 3) Schnitt mit mehr als einer Kante



# Induktiv linke Kanten zählen

Ind. Schluss (WC)

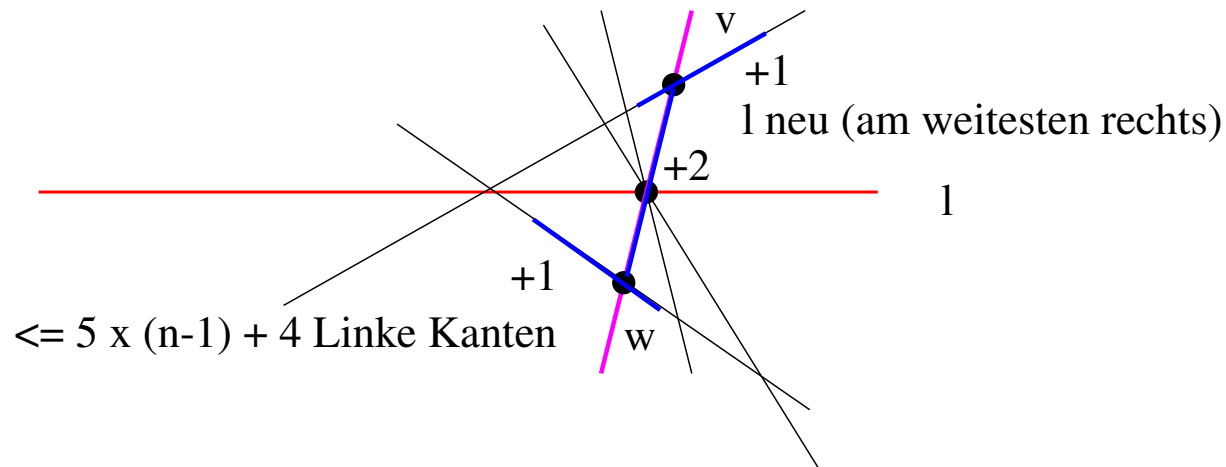
Fall 3) Schnitt mit mehr als einer Kante



# Induktiv linke Kanten zählen

Ind. Schluss (WC)

Fall 3) Schnitt mit mehr als einer Kante



Insgesamt nicht mehr als  $5n$  linke Kanten!

# Algorithmus Bearbeitungsreihenfolge

# Algorithmus Bearbeitungsreihenfolge

- Init.: Nachbarliste, Kandidatenliste, Horizontbäume:

# Algorithmus Bearbeitungsreihenfolge

- Init.: Nachbarliste, Kandidatenliste, Horizontbäume:  $O(n^2)$

# Algorithmus Bearbeitungsreihenfolge

- Init.: Nachbarliste, Kandidatenliste, Horizontbäume:  $O(n^2)$
- Kandidaten auswählen, Liste aktualisieren (Horizontbaum):



# Algorithmus Bearbeitungsreihenfolge

- Init.: Nachbarliste, Kandidatenliste, Horizontbäume:  $O(n^2)$
- Kandidaten auswählen, Liste aktualisieren (Horizontbaum):  $O(1)$

# Algorithmus Bearbeitungsreihenfolge

- Init.: Nachbarliste, Kandidatenliste, Horizontbäume:  $O(n^2)$
- Kandidaten auswählen, Liste aktualisieren (Horizontbaum):  $O(1)$
- Horizontbäume aktualisieren:

# Algorithmus Bearbeitungsreihenfolge

- Init.: Nachbarliste, Kandidatenliste, Horizontbäume:  $O(n^2)$
- Kandidaten auswählen, Liste aktualisieren (Horizontbaum):  $O(1)$
- Horizontbäume aktualisieren:  $O(n^2)$

# Algorithmus Bearbeitungsreihenfolge

- Init.: Nachbarliste, Kandidatenliste, Horizontbäume:  $O(n^2)$
- Kandidaten auswählen, Liste aktualisieren (Horizontbaum):  $O(1)$
- Horizontbäume aktualisieren:  $O(n^2)$
- Reihenfolge des Überschreitens: Bearbeitungsreihenfolge,

# Algorithmus Bearbeitungsreihenfolge

- Init.: Nachbarliste, Kandidatenliste, Horizontbäume:  $O(n^2)$
- Kandidaten auswählen, Liste aktualisieren (Horizontbaum):  $O(1)$
- Horizontbäume aktualisieren:  $O(n^2)$
- Reihenfolge des Überschreitens: Bearbeitungsreihenfolge,  $O(n^2)$

# Zusammenfassung Gesamtalgorithmus

- Horizontbäume aktualisieren:  $O(n^2)$
- Topol. Sweep:  $O(n^2)$
- Bearbeitungsreihenfolge:  $O(n^2)$
- Sweep Sichtbarkeitsgraph:  $O(n^2)$
- **Theorem 1.5::** Sichtbarkeitsgraph von  $n$  Liniensegmenten in  $O(n^2)$  berechenbar. Speicherbedarf  $O(n)$