Logik und diskrete Strukturen
Wintersemester 2015/16

Abgabe: Keine Abgabe

universitätbonn

Prof. Dr. Heiko Röglin
Anna Großwendt
Clemens Rösner
Institut für Informatik

Übungsblatt 12

Aufgabe 12.1

Verschlüsseln Sie den Vornamen eines Mitglieds Ihrer Abgabegruppe mittels RSA mit den Parametern $p = 5$ und $q = 7$. Verwenden Sie dabei die Zeichenkodierung aus dem Beispiel am Ende von Abschnitt 4.3.5 des Vorlesungsskriptes und geben Sie alle durchgeführten Rechenschritte sowie das öffentliche und das private Schlüsselpaar an.

Aufgabe 12.2

(a) Herr K. sucht eine neue Wohnung. Sie soll folgenden Anforderungen genügen:

X: Wenn die Küche und das Wohnzimmer klein sind, soll ein Esszimmer vorhanden sein.
Y: Wenn kein Esszimmer vorhanden ist und das Wohnzimmer klein ist, soll die Küche groß sein.
Z: Um die Mietkosten nicht aus dem Ruder laufen zu lassen, soll das Wohnzimmer klein sein, wenn ein Esszimmer vorhanden oder die Küche groß ist.

(I) Geben Sie eine aussagenlogische Formel φ an, die den Sachverhalt modelliert.

(II) Herr K. besichtigt eine Wohnung und stellt fest, dass diese über eine große Küche und ein großes Wohnzimmer, nicht aber über ein Esszimmer verfügt. Kommt die Wohnung für Herrn K. in Frage? Geben Sie dazu für φ eine entsprechende Bewertung an und entscheiden Sie, ob sie die Formel φ erfüllt.

(III) Bestimmen Sie alle Bewertungen, die φ erfüllen.

(b) Bei einem seiner aus Film und Fernsehen bekannten fantastischen Abenteuer besucht Adolar mit seinem aufblasbaren Raumschiff einen Planeten, auf dem zwei intelligente Spezies leben: eine, deren Angehörige stets lügen, und eine, deren Angehörige stets die Wahrheit sagen. Er begegnet drei Individuen A, B und C, die die folgenden Behauptungen aufstellen:

- A behauptet, B gehöre der lügenden Spezies an, C der die Wahrheit sagenden;
- B behauptet, A gehöre der lügenden Spezies an;
- C behauptet, weder A noch B gehörten der lügenden Spezies an.

Bestimmen Sie die Spezies, der A, B und C jeweils angehören, durch Angabe geeigneter aussagenlogischer Formeln und Bewertungen dafür.

(c) Entscheiden Sie für die folgenden Formeln, ob sie jeweils erfüllbar, gültig oder unerfüllbar sind.

(I) $\Big(x_2 \vee \big((x_1 \wedge x_2) \to x_3\big)\Big)$

(II) $\big((x_1 \to x_2) \leftrightarrow (\neg x_2 \to \neg x_1)\big)$

(III) $\Big((x_1 \to x_2) \leftrightarrow \big((x_1 \wedge \neg x_2) \to \mathbf{0}\big)\Big)$

(d) Wir betrachten die aussagenlogischen Formeln φ_n, gegeben durch

$$\varphi_n = \begin{cases} (x_n \leftrightarrow x_{n+2}) & \text{falls } n \text{ gerade}, \\ (x_n \leftrightarrow \neg x_{n-1}) & \text{falls } n \text{ ungerade}, \end{cases}$$

für alle $n \in \mathbb{N}$. Geben Sie eine Bewertung an, die φ_n für alle $n \in \mathbb{N}$ erfüllt.

Aufgabe 12.3

Sei φ eine aussagenlogische Formel. Zeigen Sie mittels struktureller Induktion, dass die Ungleichung

$$\sum_{i \in \mathbb{N}} |\varphi|_{x_i} \leq |\varphi|_(+ 1$$

gilt. Dabei gibt $|\varphi|_a$ an, wie oft das Zeichen a in der Formel φ enthalten ist.

Aufgabe 12.4

Sei $\varphi = \big(\neg(x_1 \leftrightarrow x_2) \wedge (\neg x_3 \vee x_1)\big)$.

(a) Bestimmen Sie anhand einer Wahrheitstafel eine zu φ äquivalente aussagenlogische Formel in disjunktiver Normalform.

(b) Bestimmen Sie mithilfe des ErzeugeKNF-Algorithmus aus der Vorlesung eine zu φ äquivalente aussagenlogische Formel in konjunktiver Normalform.

Aufgabe 12.5

Zeigen Sie mithilfe des Resolutionskalküls, dass $\varphi = (\neg B \wedge \neg C \wedge D) \vee (\neg B \wedge \neg D) \vee (C \wedge D) \vee B$ gültig ist.