Prof. Dr. Heiko Röglin
Anna Großwendt
Clemens Rösner
Institut für Informatik

Übungsblatt 4

Aufgabe 4.1

2+2 Punkte

(a) Geben Sie die durch die Grammatik $G = (\{a, b\}, \{S, A, B\}, S, P)$ definierte Sprache L an. P enthalte dabei die folgenden Ableitungsregeln:

$$S \to A, \quad A \to aA\,, aBa, \quad B \to aB\,, b$$

Geben Sie ohne Begründung an, ob G eine reguläre Grammatik oder L eine reguläre Sprache ist.

(b) Geben Sie eine reguläre Grammatik an, die die Sprache

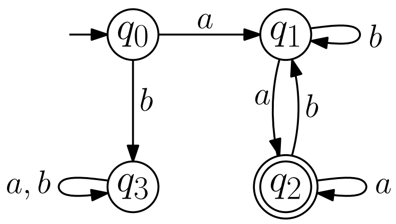
$$L = \left\{w \in \{a, b\}^* \,:\, |w| \geq 2 \text{ und das zweite Zeichen von } w \text{ ist } b\right\}$$

erzeugt.

Aufgabe 4.2

3+3 Punkte

(a) Geben Sie die Sprache L an, die der folgende DFA entscheidet. Eine kurze Begründung anstelle eines Beweises genügt.



(b) Geben Sie einen DFA an, der die folgende Sprache L entscheidet.

$$L = \left\{w \in \{0, \ldots, 9\}^* \,:\, w \text{ ist Dezimaldarstellung einer durch 5 teilbaren Zahl } n \in \{100, \ldots, 200\}\right\}$$

Aufgabe 4.3

3+3 Punkte

Zeigen Sie, dass es keinen DFA gibt, der folgende Sprachen entscheidet.

(a) $A_1 = \{www \mid w \in \{a, b\}^*\}$

(b) $A_2 = \{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$

Aufgabe 4.4

2+2 Punkte + 3+3 Zusatzpunkte

Wir betrachten die Grammatiken $G_1 = (\{0, 1\}, \{S_1, A_1, B_1\}, S_1, P_1)$ und $G_2 = (\{0, 1\}, \{S_2, A_2, B_2\}, S_2, P_2)$, wobei P_1 die Ableitungsregeln

$$S_1 \to \varepsilon\,, 0A_1\,, 1A_1, \quad A_1 \to 0B_1, \quad B_1 \to \varepsilon\,, 0A_1\,, 1A_1$$

und P_2 die Ableitungsregeln

$$S_2 \to \varepsilon\,, 1A_2, \quad A_2 \to \varepsilon\,, 0B_2\,, 1B_2, \quad B_2 \to 1A_2$$

enthalte.

(a) Geben Sie eine Grammatik für die Sprache $L(G_1) \cup L(G_2)$ an.

(b) Geben Sie eine Grammatik für die Sprache $L(G_1) \cap L(G_2)$ an.

(c) Gegeben seien zwei beliebige Grammatiken $G_3 = (\Sigma, V_3, S_3, P_3)$ und $G_4 = (\Sigma, V_4, S_4, P_4)$ mit $V_3 \cap V_4 = \emptyset$. Geben Sie eine Grammatik G an, die die Sprache $L(G_3) \cup L(G_4)$ erzeugt.

(d) Gegeben seien zwei beliebige reguläre Grammatiken $G_3 = (\Sigma, V_3, S_3, P_3)$ und $G_4 = (\Sigma, V_4, S_4, P_4)$ mit $V_3 \cap V_4 = \emptyset$ und mit $L(G_3) \cap L(G_4) \neq \emptyset$. Geben Sie eine reguläre Grammatik G an, die die Sprache $L(G_3) \cap L(G_4)$ erzeugt.