Prof. Dr. Heiko Röglin
Anna Großwendt
Clemens Rösner
Institut für Informatik

Übungsblatt 5

Aufgabe 5.1

2+2+2+2 Punkte

Gegeben seien zwei DFAs $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_0^1, F_1)$ und $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_0^2, F_2)$ über demselben Alphabet Σ.

(a) Konstruieren Sie einen DFA, der die Sprache $L(M_1) \cup L(M_2)$ entscheidet.

(b) Konstruieren Sie einen DFA, der die Sprache $L(M_1) \cap L(M_2)$ entscheidet.

(c) Konstruieren Sie einen DFA, der die Sprache $\overline{L(M_1)} := \Sigma^* \setminus L(M_1)$ entscheidet.

(d) Es sei L eine Sprache, die von einem DFA entschieden wird. Gibt es dann auch für jede Teilmenge $L' \subseteq L$ einen DFA, der L' entscheidet?

Aufgabe 5.2

3+3 Punkte

(a) Seien $k \in \mathbb{N}$ eine (feste) Zahl und $L \subseteq \{0,1\}^k$ eine Sprache über dem Alphabet $\{0,1\}$. Zeigen Sie, dass es einen DFA M gibt, der L entscheidet und höchstens einen akzeptierenden Zustand besitzt.

(b) Geben Sie eine feste Zahl $k \in \mathbb{N}$ und eine reguläre Sprache $L \subseteq \{0,1\}^*$ an, die nur Wörter der Länge höchstens k enthält, sodass kein DFA mit höchstens einem akzeptierenden Zustand existiert, der L entscheidet, und zeigen Sie die geforderten Bedingungen.

Aufgabe 5.3

2+2+2 Punkte + 6 Zusatzpunkte

Welche der folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{0, \dots, 9\}$ können von einem DFA entschieden werden? Beweisen Sie Ihre Aussage. Nutzen Sie, wenn möglich, das Pumping Lemma.

(a) $L_1 = \{w \in \Sigma^* : \text{Das vorletzte Zeichen von } w \text{ ist 7.}\}$

(b) $L_2 = \{w \in \Sigma^* : |w|_1 = |w|_2\}$. Dabei bezeichne $|w|_y$ für ein Wort $w \in \Sigma^*$ und ein Zeichen $y \in \Sigma$ die Anzahl der Vorkommen von y in w.

(c) $L_3 = \{w \in \Sigma^* : w \text{ ist Dezimaldarstellung einer durch 3 teilbaren Zahl } n \in \mathbb{N}\}$.

(d) $L_4 = \{w \in \Sigma^* : w \text{ ist Dezimaldarstellung einer durch 43 teilbaren Zahl } n \in \mathbb{N}\}$.