Abgabe: 06.12.16 bis 10.15 Uhr
Besprechung: 12.12.-16.12.16

Prof. Dr. Stefan Kratsch
Eva-Maria Hols
Institut für Informatik

Übungsblatt 7

Aufgabe 7.1: Reguläre Grammatiken (2+2+4 Punkte)

Geben Sie reguläre Grammatiken für die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ an:

a) Die Sprache aller Wörter, die maximal viermal die 1 enthalten.

b) Die Sprache aller Wörter, bei denen die Zahl 0 nicht zweimal hintereinandersteht.

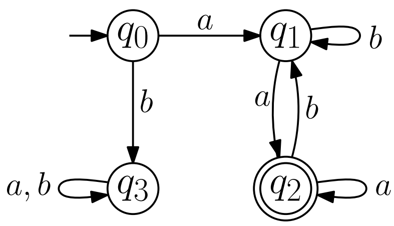
Vergessen Sie nicht, jeweils alle vier Komponenten zu definieren.

c) Geben Sie für die Sprachen in **a)** und **b)** jeweils einen DFA an.

Auch hier alle Komponenten angeben. Für die Zustandsüberführungsfunktion genügt es einen Übergangsgraphen anzugeben. Bedenken Sie hierbei, dass $\delta\colon Q \times \Sigma \longrightarrow Q$ eine Funktion ist, also *jedes* Tupel aus $Q \times \Sigma$ auf einen Zustand abbildet.

Aufgabe 7.2: Endliche Automaten (3+3+2 Punkte)

a) Geben Sie die Sprache L an, die der folgende DFA entscheidet. Eine kurze Begründung anstelle eines Beweises genügt.



b) Geben Sie einen DFA an, der die folgende Sprache L entscheidet.

$$L = \{w \in \{0, 1, \ldots, 9\}^* \mid w \text{ ist Dezimaldarstellung einer durch 5 teilbaren Zahl } n \in \{100, 101, \ldots, 200\}\}$$

c) Geben Sie für die beiden Sprachen in **a)** und **b)** jeweils eine reguläre Grammatik an.

Aufgabe 7.3: Zustandsüberführungsfunktion (4 Punkte)

Sei $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein beliebiger endlicher Automat. Zeigen Sie, dass für beliebige Wörter $a, b \in \Sigma^*$ und einen beliebigen Zustand $q \in Q$ gilt: $\delta^*(q, ab) = \delta^*(\delta^*(q, a), b)$.

Hinweis: Nutzen Sie vollständige Induktion über die Länge des Wortes a.

Aufgabe 7.4: Pumping Lemma (3+3 Punkte)

Zeigen Sie, mit Hilfe des Pumping Lemmas, dass es keinen DFA gibt, der folgende Sprachen entscheidet.

a) $A_1 = \{www \mid w \in \{a, b\}^*\}$

b) $A_2 = \{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$