

# Offline Bewegungsplanung: Translation und Rotation

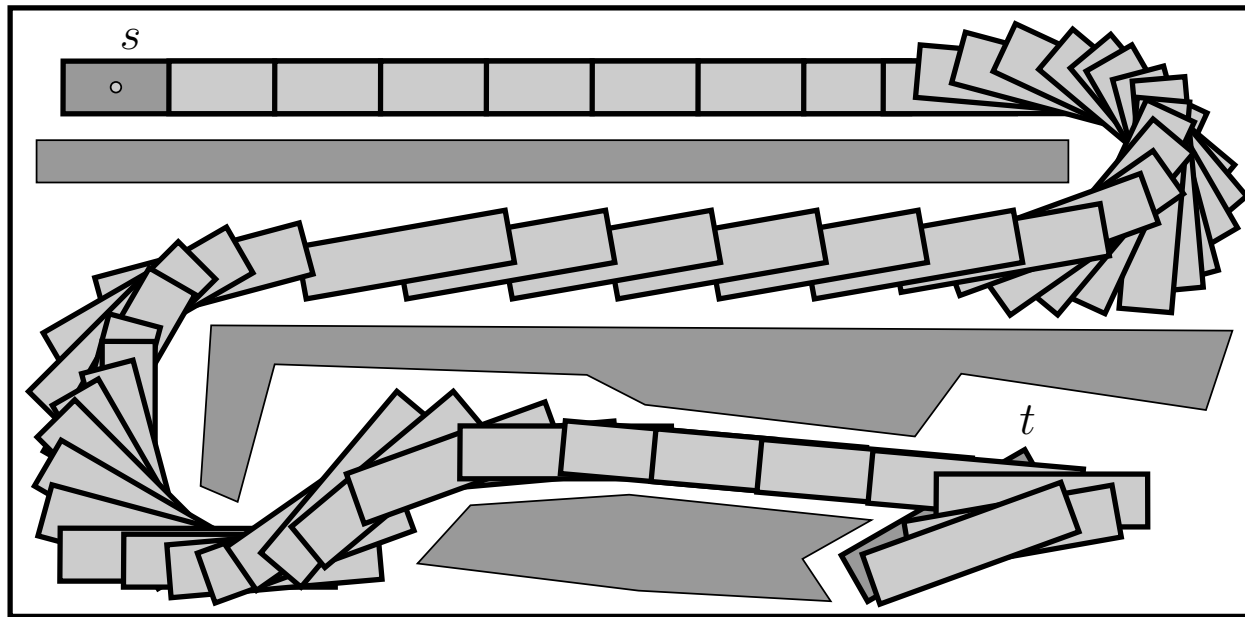
Elmar Langetepe  
University of Bonn

# Jetzt: Translation und Rotation!

- Konvexer Roboter,  $m$  Ecken■
- Polygonale Szene,  $n$  Ecken■
- Bewegung, Translation und Rotation gleichzeitig■
- Startpunkt  $S$ , Endpunkt  $T$ ■
- Kollisionsfreie Bewegung?■
- Wie aufwendig ist die Berechnung? Untere Schranke!■
- Kann ich einen Weg angeben? Obere Schranke!■

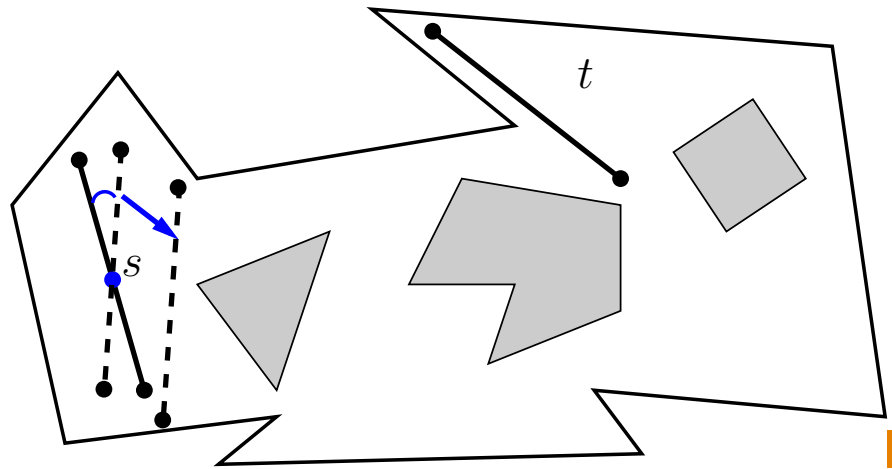
# Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von  $A$  nach  $B$  mit Rotation und Translation



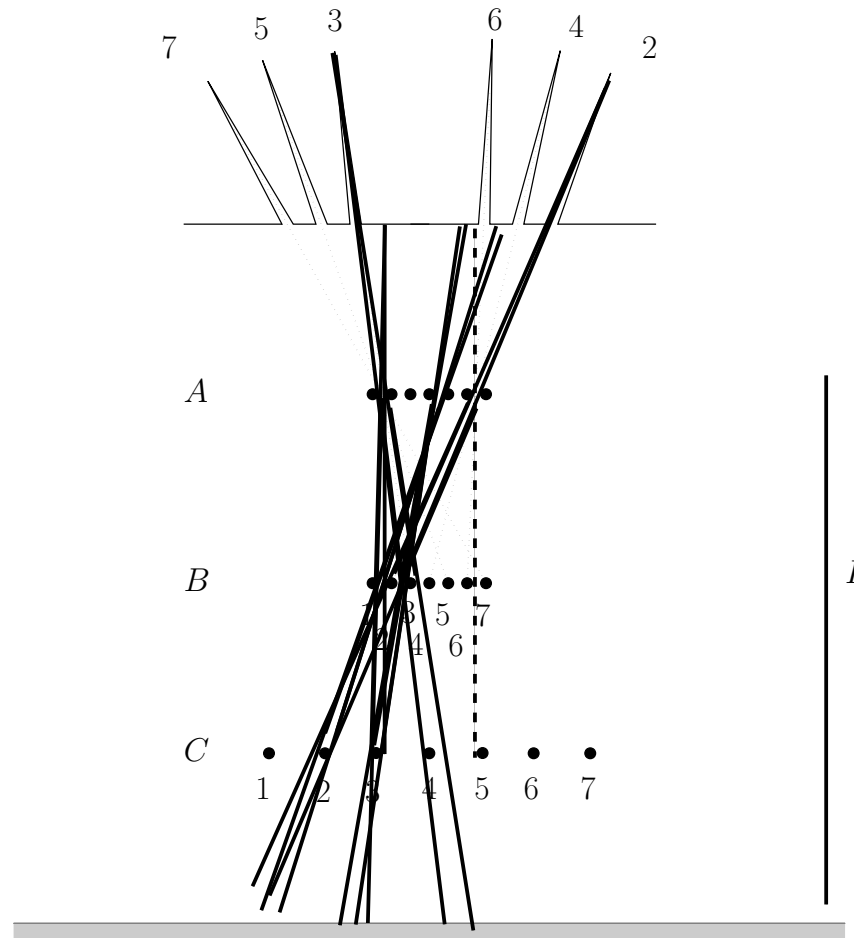
# Untere Schranke! Th. 2.25

- Liniensegment bewegen
- Von  $s$  nach  $t$  in Szene mit  $n$  Kanten
- Mindestens  $\Omega(n^2)$  Bewegungsschritte
- Translation, Rotation im Wechsel
- Konstruktiv!



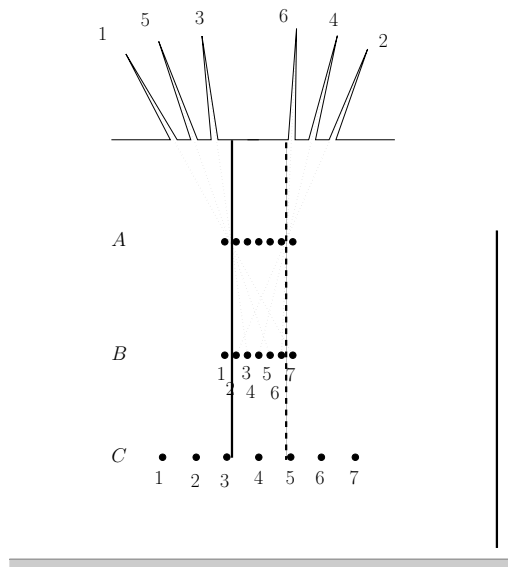
# Untere Schranke! Th. 2.24

LowerBound.html

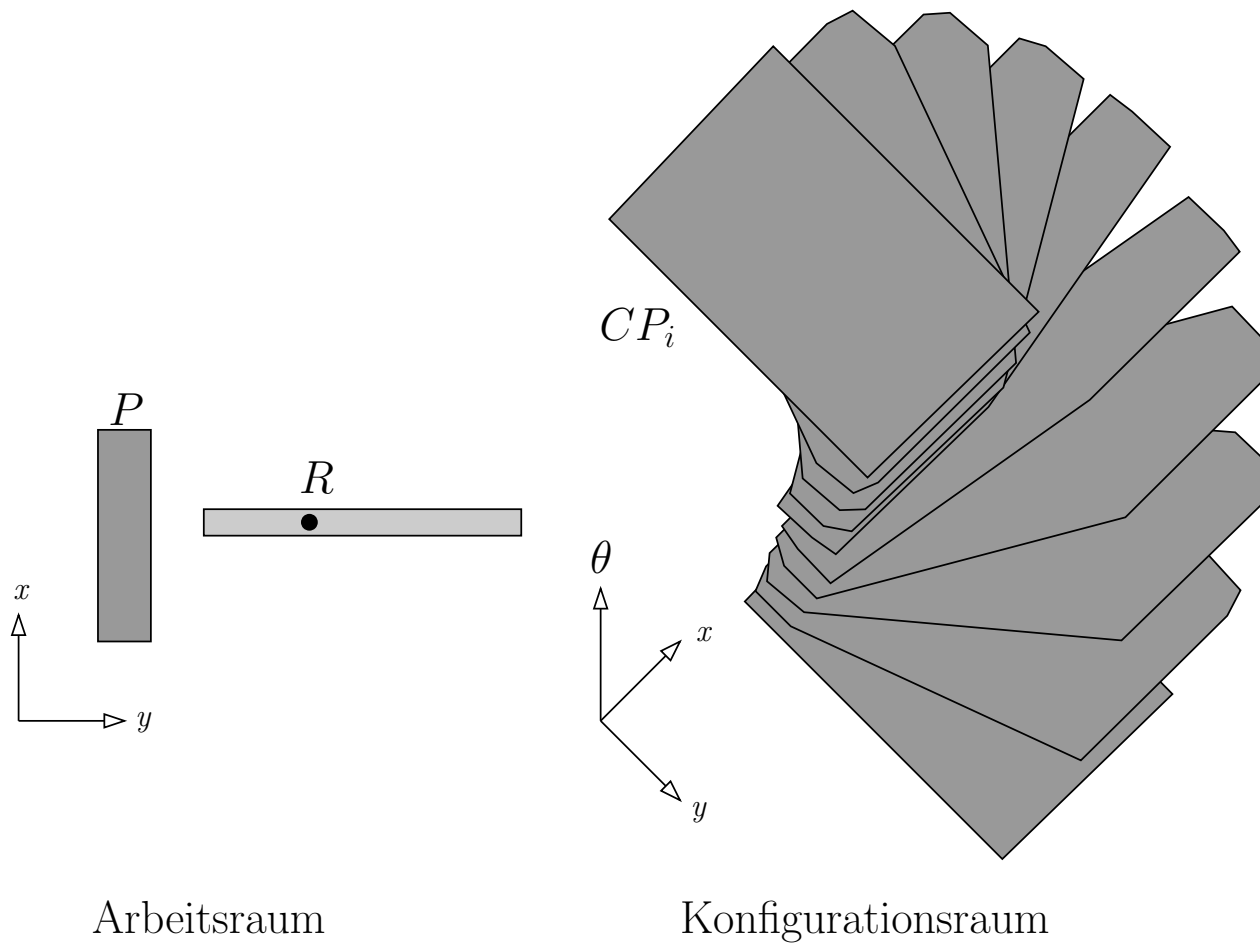


# Untere Schranke! Th. 2.24

- Einen  $B$  Block überwinden, in die Kerbe
- Dazu: Sukzessive Reihe von  $A$  Blöcken überwinden
- Dazu: Sukzessive Reihe von  $C$  Blöcken überwinden
- Nächster  $B$  Block: zurück!!
- $\Omega(n)$  für jeden  $B$ -Block!  $n$  Blöcke:  $\Omega(n^2)$

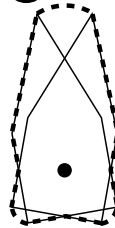


# Berechne 3D Konfigurationsraum? Ein Hindernis!



# Ideen!

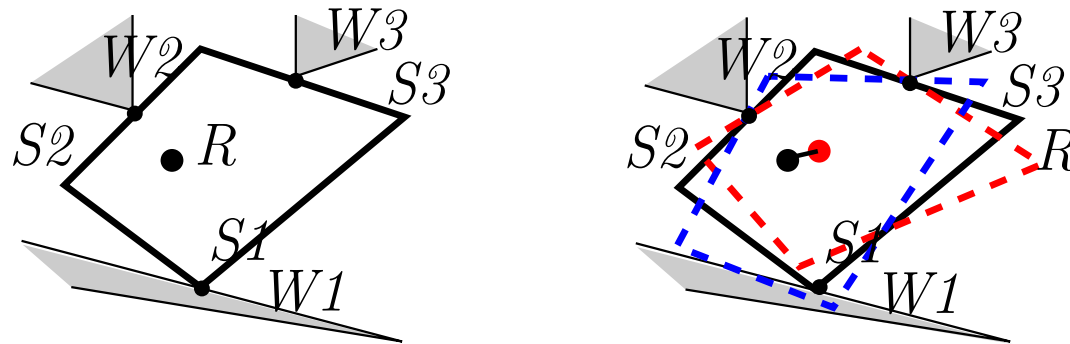
- Konfigurationsraum berechnen:■
  - – Problem: Kurven als Kanten■
- Diskrete Orientierungen:  $\theta_i = i \cdot \frac{360^\circ}{k}$ ,  $0 \leq i \leq k - 1$ ■
  - Vereinigung ■
  - Problem:  $(x, y, \theta_i), (x, y, \theta_{i+1})$  in  $C_{\text{frei}}$ , dazwischen nicht!■
  - Abhilfe: Vergrößern! ■
  - Keine Korrekte Bahnplanung!■





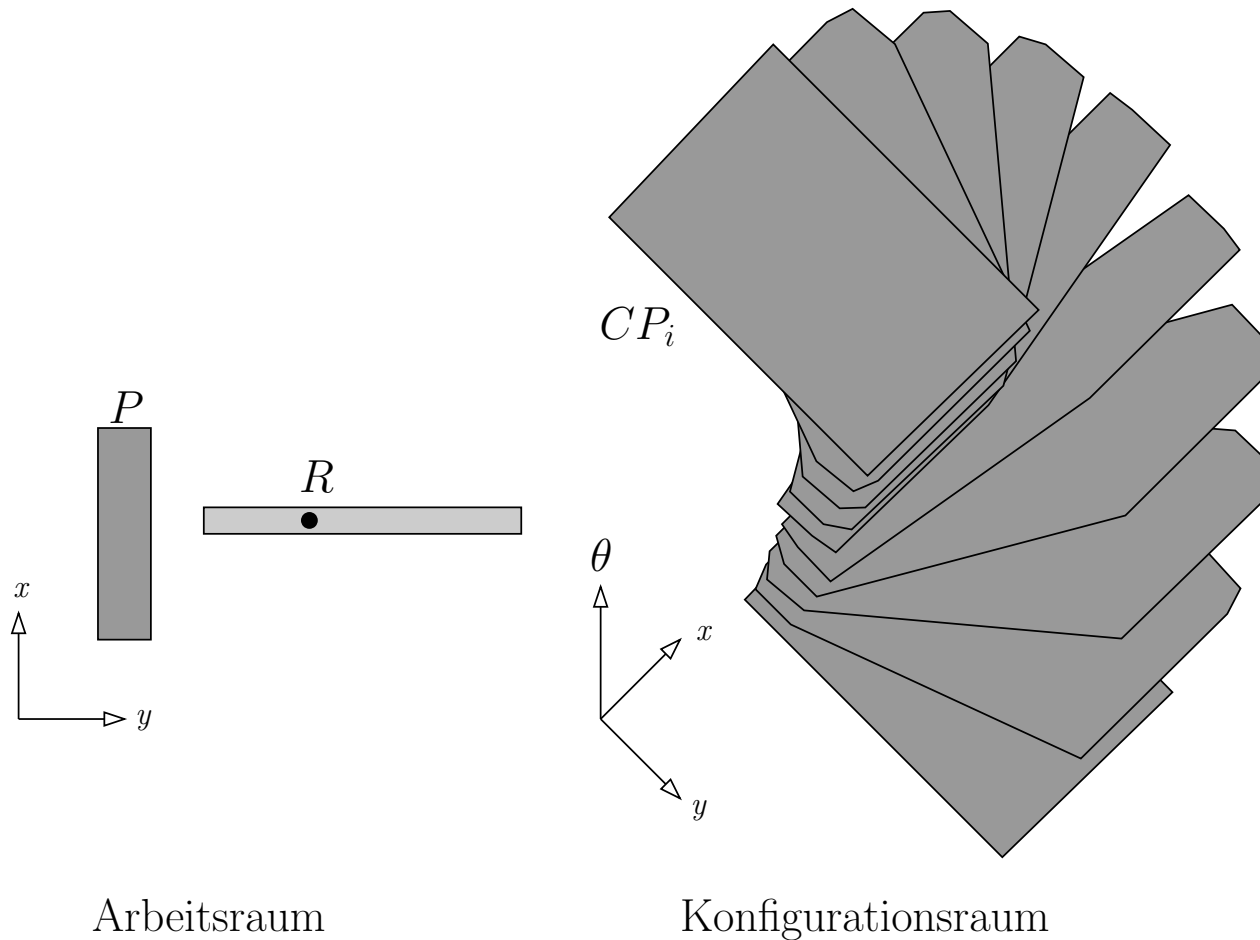
## Kritische Platzierung: 2.3.1

- Ansatz: Wann ändert sich der Konfigurationsraum substantiell
- Neue *Kante*, neuer Knoten
- Definition: Kritische Platzierungen
- Zum Beispiel bei Kontakten mit Hindernissen!



# Änderung des Konfigurationsraumes!

Auch bei Wechsel parallel und nicht-parallel! Neue Knoten



## Kritische Platzierungen **Def.: 2.27**

$R$  konvexer Roboter  $m$  Ecken,  $P_i$  polygonale Hindernisse

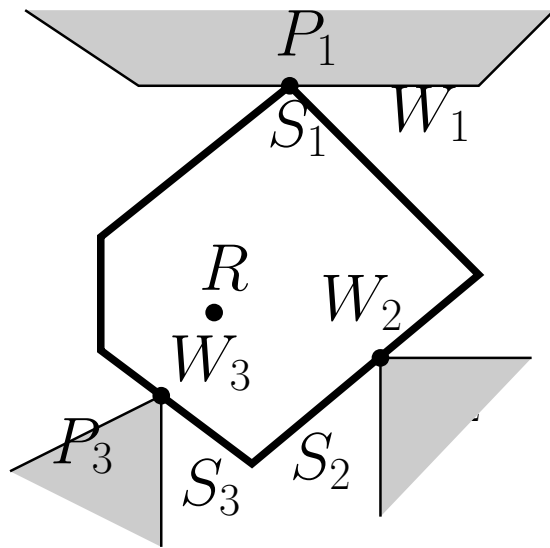
Kontaktpaar  $O = (W, S)$ ,  $W$  berührt  $S$

- i)  $W$  ist eine Hinderniskante und  $S$  eine Roboterecke (Typ I) oder
- ii)  $W$  ist eine Hindernisecke und  $S$  eine Roboterkante (Typ II) oder
- iii)  $W$  ist eine Hindernisecke und  $S$  eine Roboterecke (Typ III)

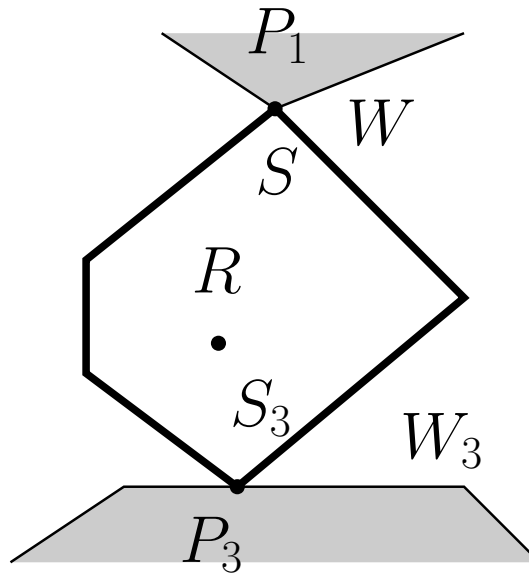
Freie Platzierung  $(x, y, \theta)$ : Kritische Platzierung

- drei paarweise verschiedene Kontaktpaare vom Typ I oder II oder
- Kontaktpaar vom Typ III und Kontaktpaar vom Typ I oder II

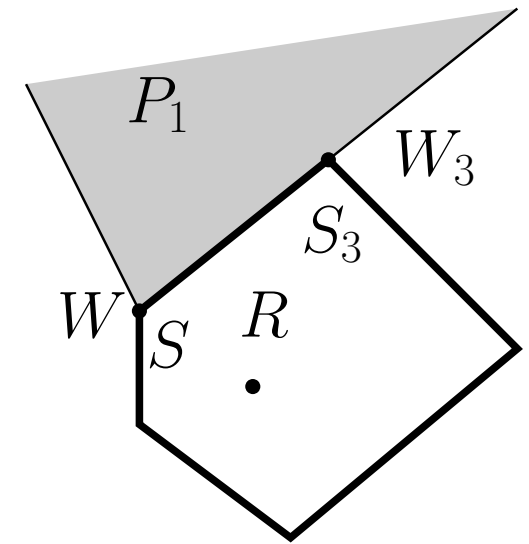
# Kritische Platzierungen Def.: 2.27



(i)



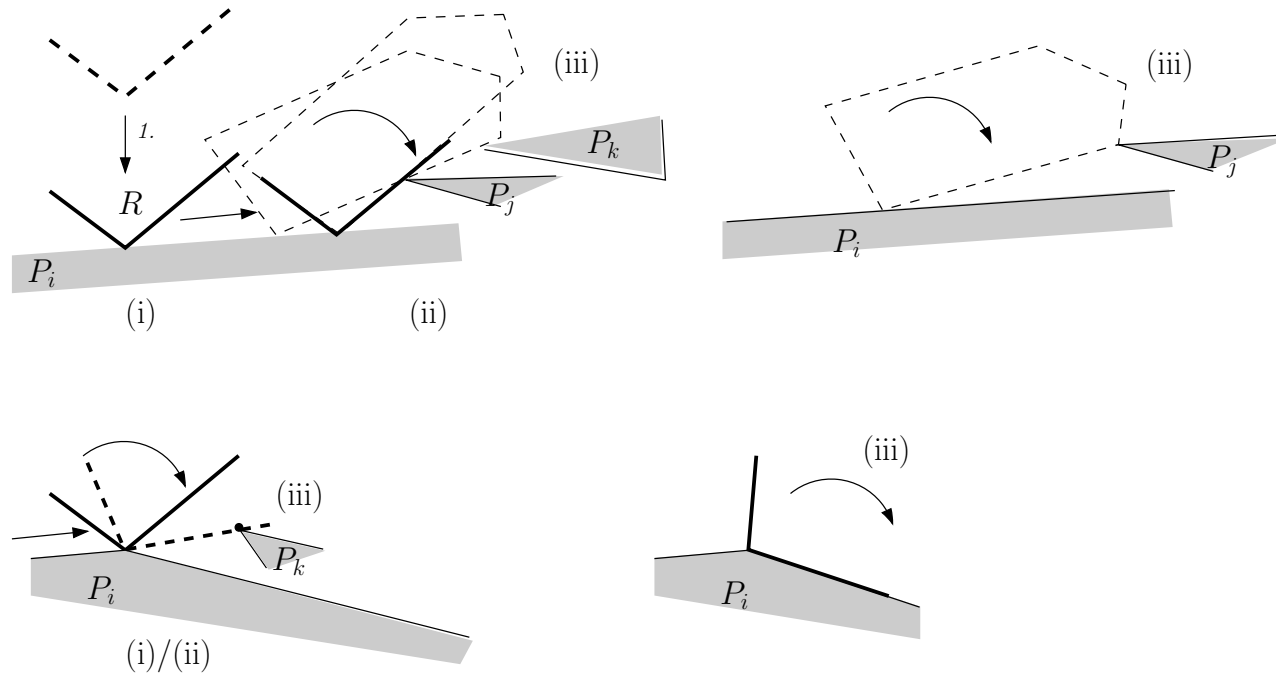
(ii)



(iii)

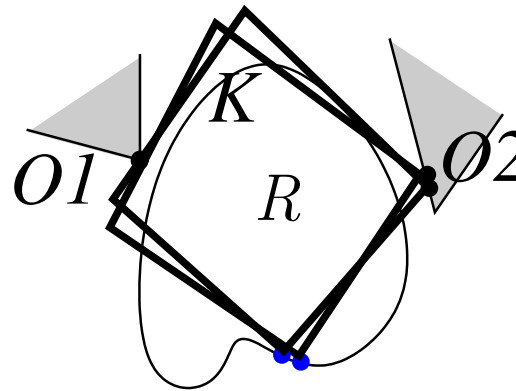
# Zelle $C_{frei}$ : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von  $C_{frei}$  besitzt Krit. Platzierung! ■



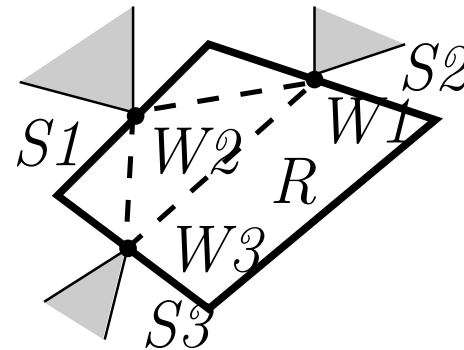
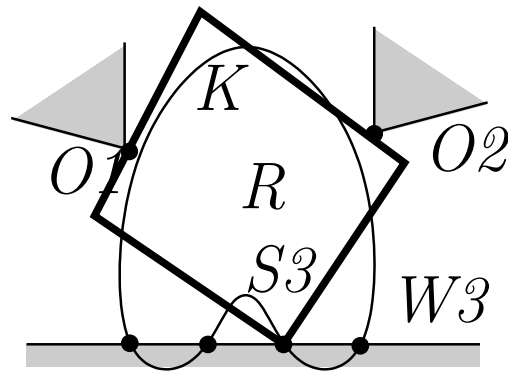
# Kurven in $C_{frei}$ ! **Bem. 2.29**

- Zwei Kontakte behalten
- Kurve eines Referenzpunktes  $(x, y)$
- Parametrisierung: Grad 4 (Übungsaufgabe)



## Anzahl Kontakte: **Kor. 2.30**

- Drei Kontaktpaare  $O_i = (W_i, S_i)$ ■
- 2 Fälle: Zwei festhalten oder die Hindernisse bewegen■
- Kurve Grad 4 (Bem. 2.29) und Grad 1 schneiden■
- Höchstens vier mal kommt das vor!■
- Typ III und Typ I/II?■



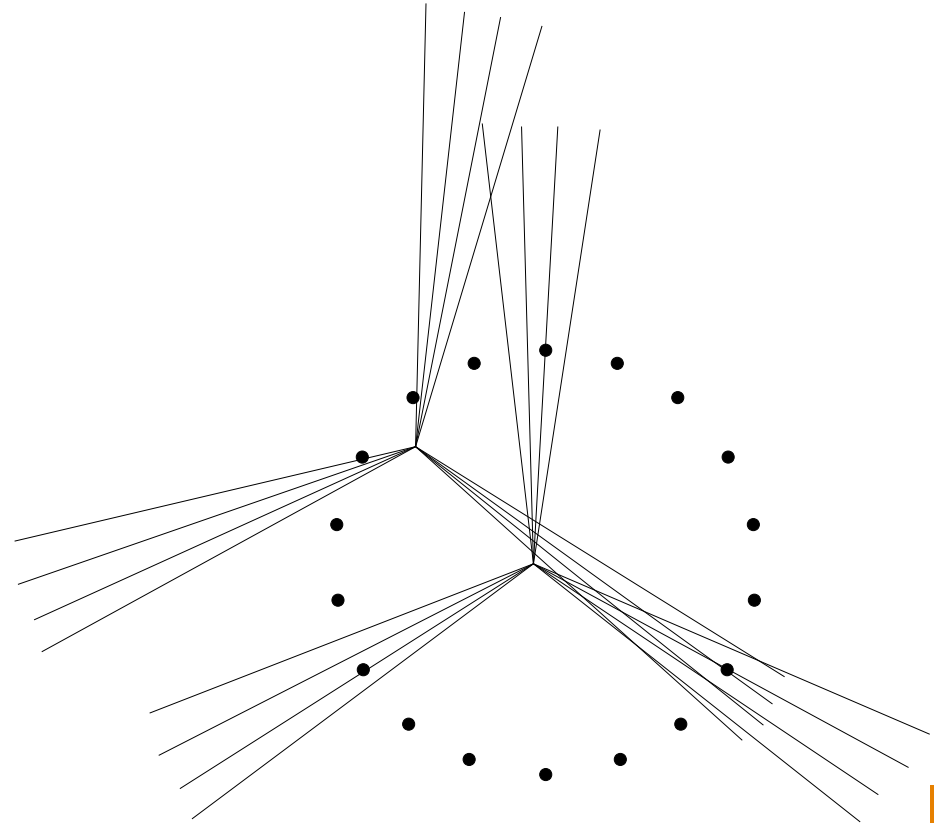
## Anzahl Krit. Platzierungen: Th. 2.31

- $|R| = m, \sum |P_i| = n$
- Ecke/Kante, Kante/Ecke, Ecke/Ecke ■
- $2mn$  Kontaktpaare Typ I/II ■
- Je drei auswählen:  $\binom{2mn}{3} \in O(m^3n^3)$  ■
- 4 mal vorkommen:  $O(m^3n^3)$  ■
- Typ III und Typ I/II:  $O(\binom{mn}{2})$  ■
- Konvexität nicht genutzt ■



# Anzahl Krit. Platzierungen: Th. 2.31

$\Omega(m^3 n^3)$  konstruktiv:  $\binom{m}{3}$  mal  $\binom{n}{3}$



## $R$ konvex! Krit. Platzierungen: Th. 2.32

- $|R| = m$  konvex,  $\sum |P_i| = n$  ■
- Anzahl Kritische Platzierungen:  $O(mn \lambda_6(mn))$  ■
- $\lambda_6(mn) \in O(mn \log^*(mn))$  ■ subquadratisch ■
- Davenport-Schinzel-Sequenzen ■
- Wichtige Elemente für Bahnplanung ■
- Beweis Komplexität ■
- Berechnen! ■