

Offline Bewegungsplanung: Translation und Rotation

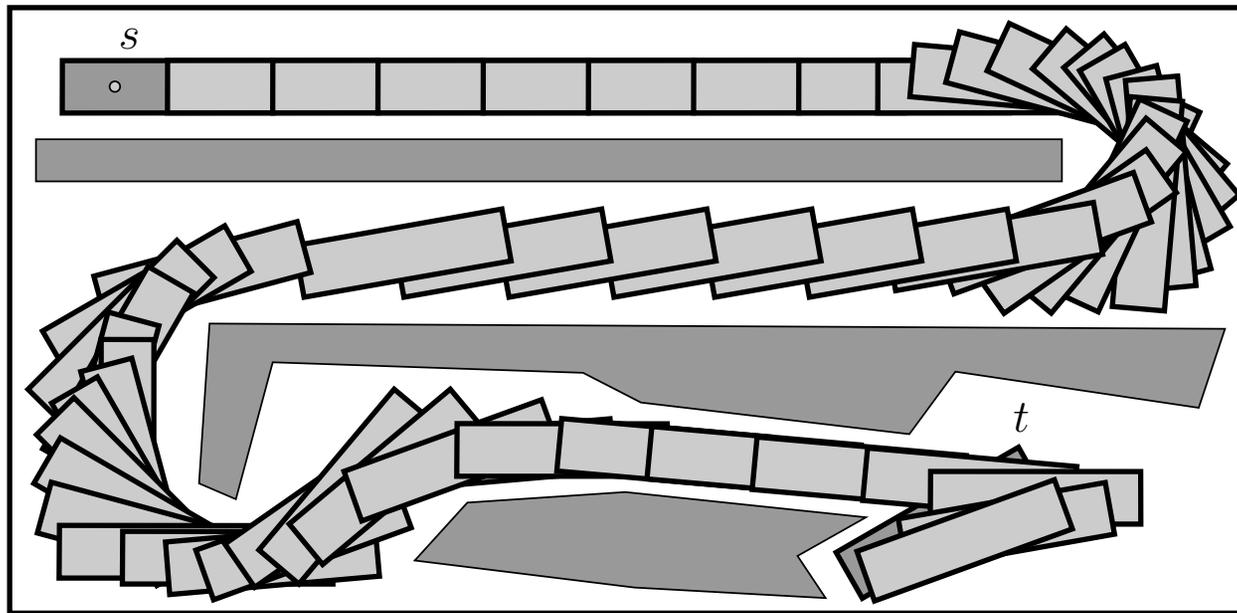
Elmar Langetepe
University of Bonn

Jetzt: Translation und Rotation!

- Konvexer Roboter, m Ecken■
- Polygonale Szene, n Ecken■
- Bewegung, Translation und Rotation gleichzeitig■
- Startpunkt S , Endpunkt T ■
- Kollisionsfreie Bewegung?■
- Wie aufwendig ist die Berechnung? Untere Schranke!■
- Kann ich einen Weg angeben? Obere Schranke!■

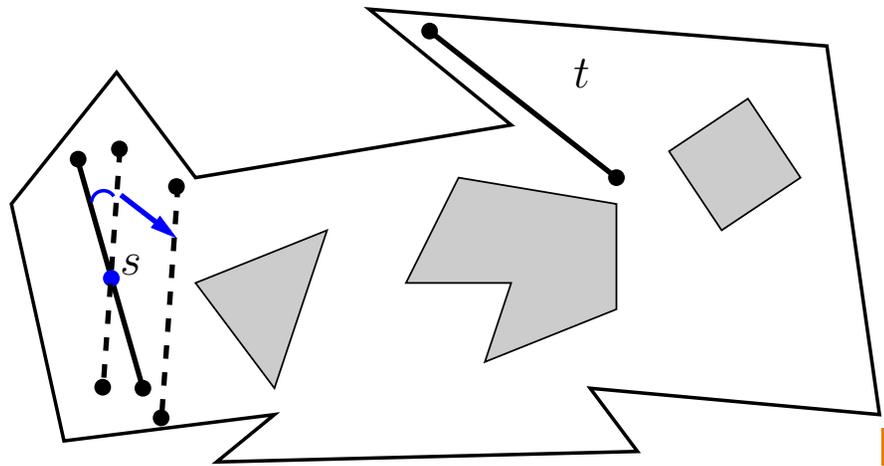
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



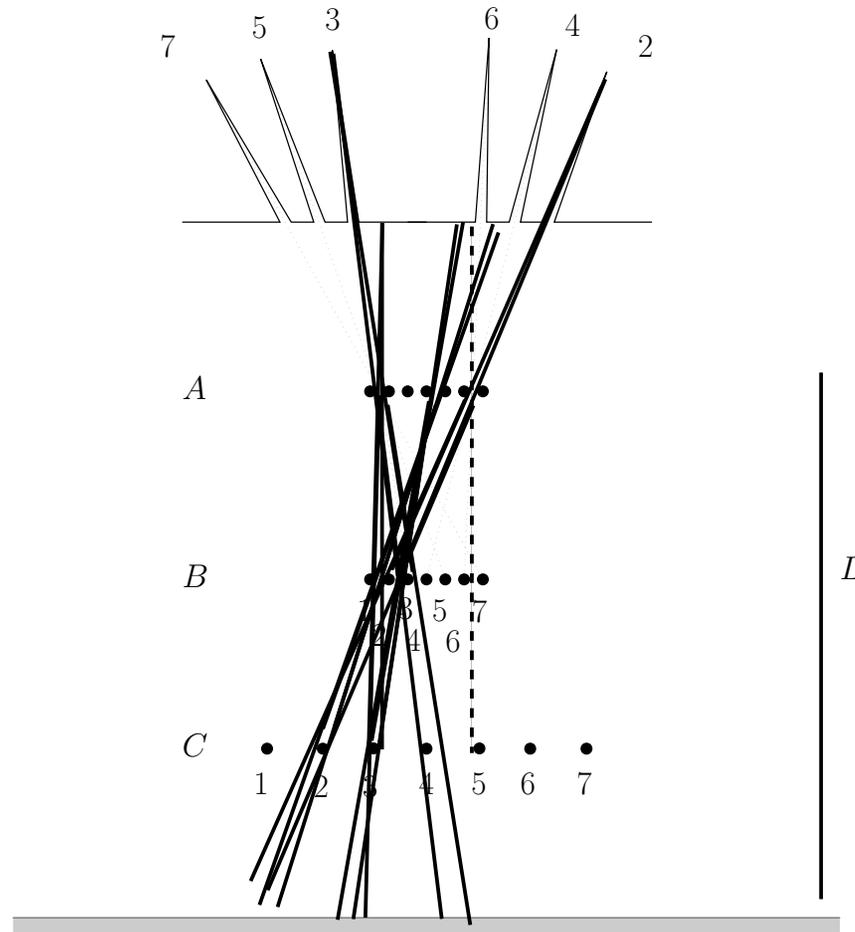
Untere Schranke! Th. 2.25

- Liniensegment bewegen
- Von s nach t in Szene mit n Kanten
- Mindestens $\Omega(n^2)$ Bewegungsschritte
- Translation, Rotation im Wechsel
- Konstruktiv!



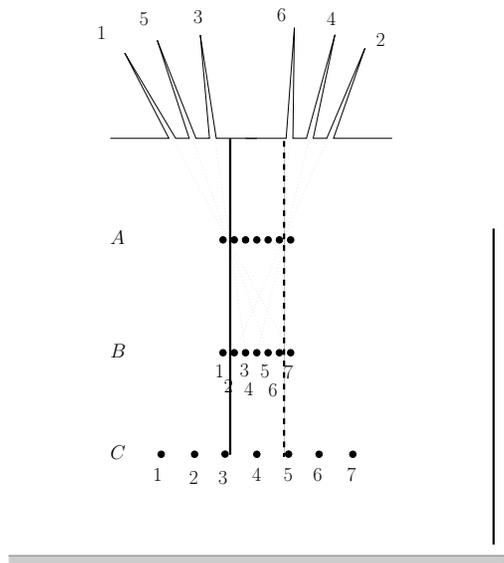
Untere Schranke! Th. 2.24

LowerBound.html

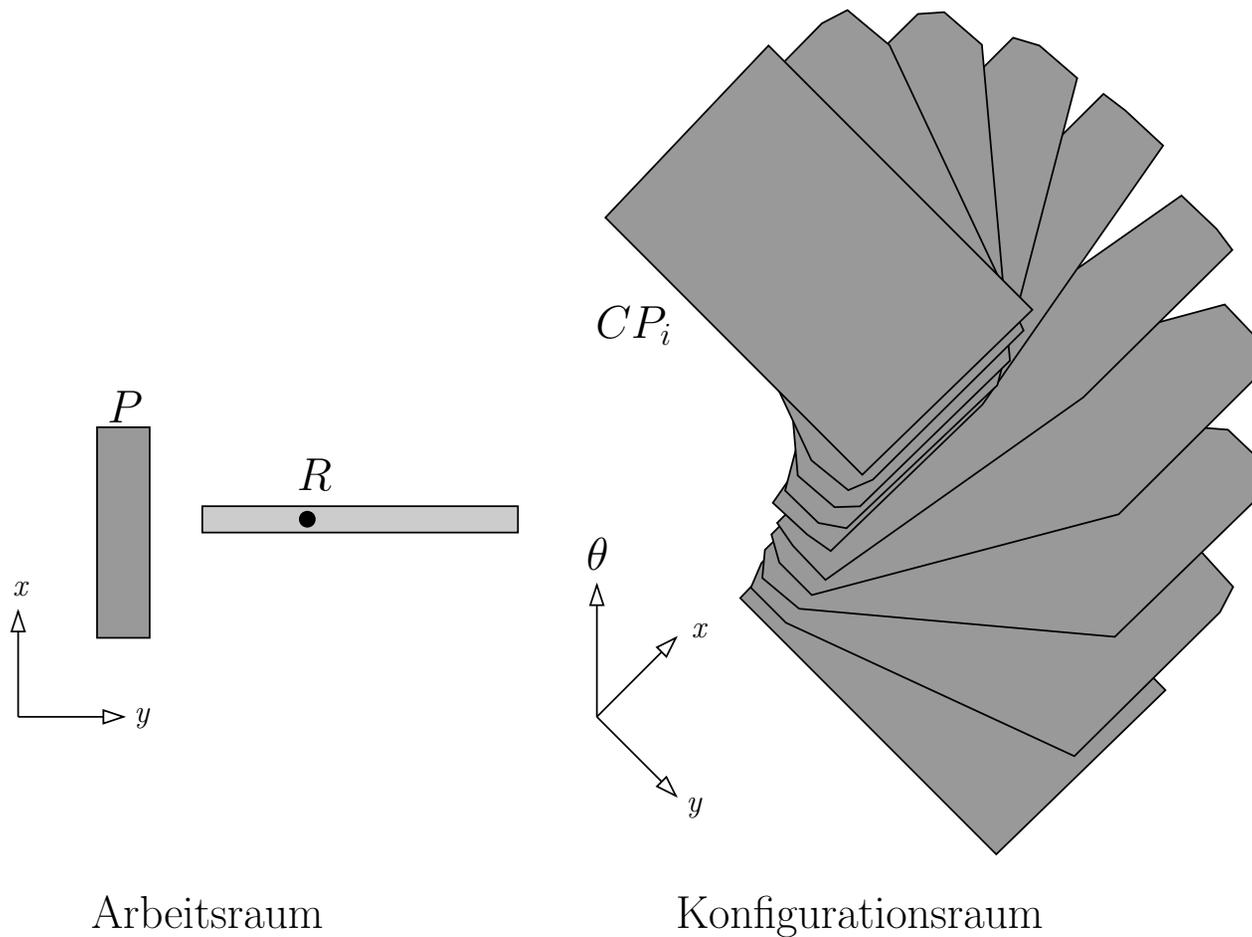


Untere Schranke! Th. 2.24

- Einen B Block überwinden, in die Kerbe
- Dazu: Sukzessive Reihe von A Blöcken überwinden
- Dazu: Sukzessive Reihe von C Blöcken überwinden
- Nächster B Block: zurück!!
- $\Omega(n)$ für jeden B -Block! n Blöcke: $\Omega(n^2)$

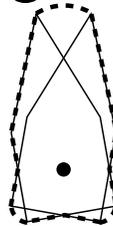


Berechne 3D Konfigurationsraum? Ein Hindernis!



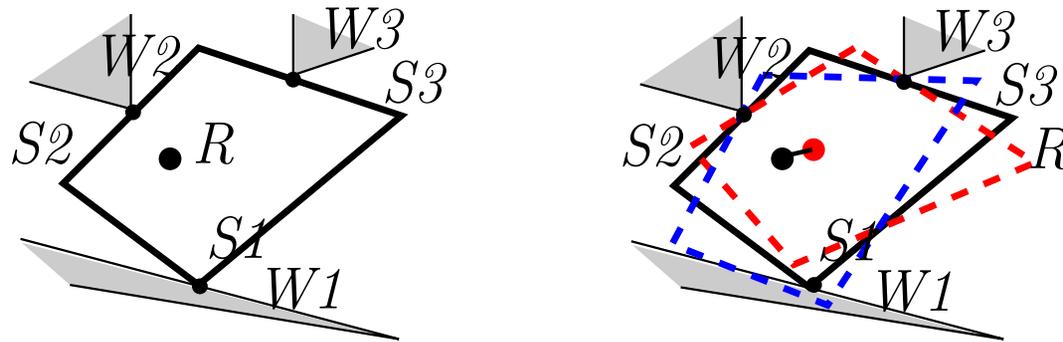
Ideen!

- Konfigurationsraum berechnen:■
 - – Problem: Kurven als Kanten■
- Diskrete Orientierungen: $\theta_i = i \cdot \frac{360^\circ}{k}$, $0 \leq i \leq k - 1$ ■
 - Vereinigung ■
 - Problem: $(x, y, \theta_i), (x, y, \theta_{i+1})$ in C_{frei} , dazwischen nicht!■
 - Abhilfe: Vergrößern! ■
 - Keine Korrekte Bahnplanung!■



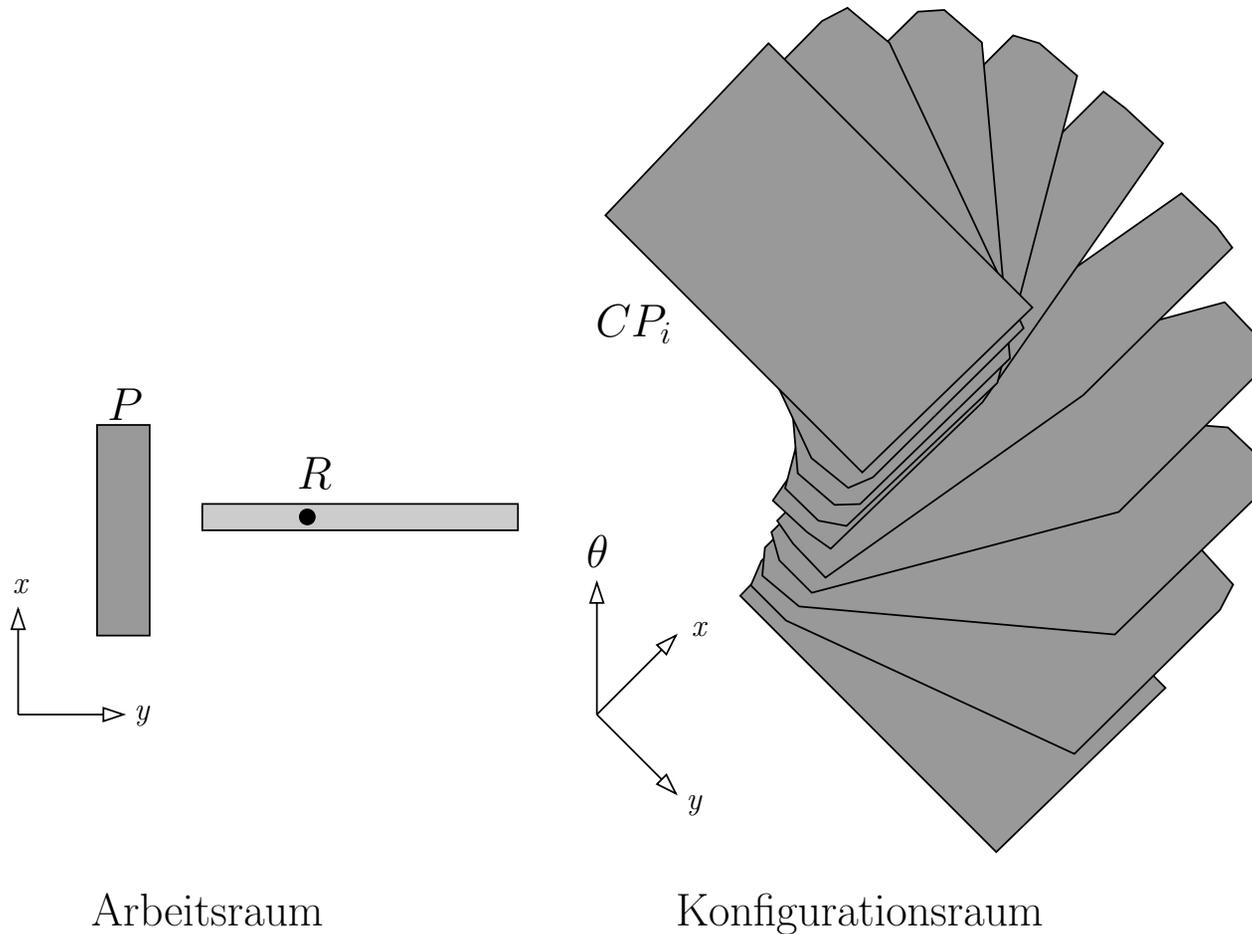
Kritische Platzierung: 2.3.1

- Ansatz: Wann ändert sich der Konfigurationsraum substantiell
- Neue *Kante*, neuer Knoten
- Definition: Kritische Platzierungen
- Zum Beispiel bei Kontakten mit Hindernissen!



Änderung des Konfigurationsraumes!

Auch bei Wechsel parallel und nicht-parallel! Neue Knoten



Kritische Platzierungen Def.: 2.27

R konvexer Roboter m Ecken, P_i polygonale Hindernisse

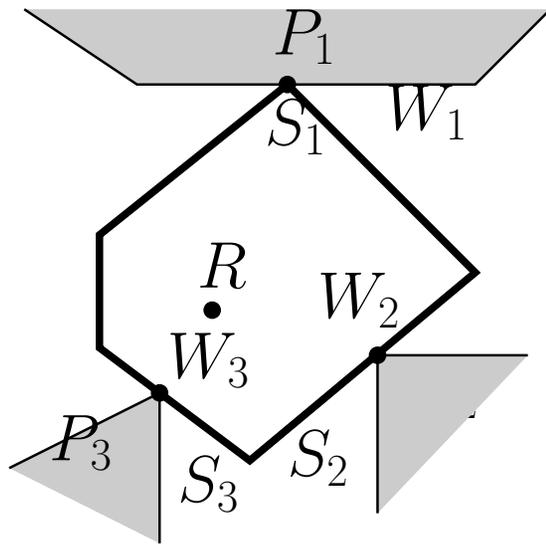
Kontaktpaar $O = (W, S)$, W berührt S

- i) W ist eine Hinderniskante und S eine Roboterecke (Typ I) oder
- ii) W ist eine Hindernisecke und S eine Roboterkante (Typ II) oder
- iii) W ist eine Hindernisecke und S eine Roboterecke (Typ III)

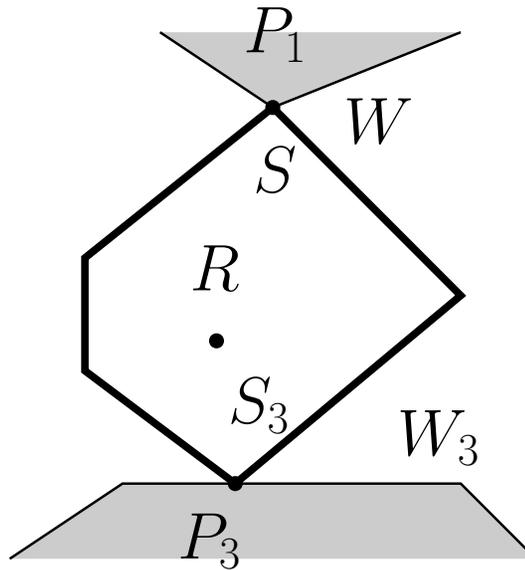
Freie Platzierung (x, y, θ) : Kritische Platzierung

- drei paarweise verschiedene Kontaktpaare vom Typ I oder II oder
- Kontaktpaar vom Typ III und Kontaktpaar vom Typ I oder II

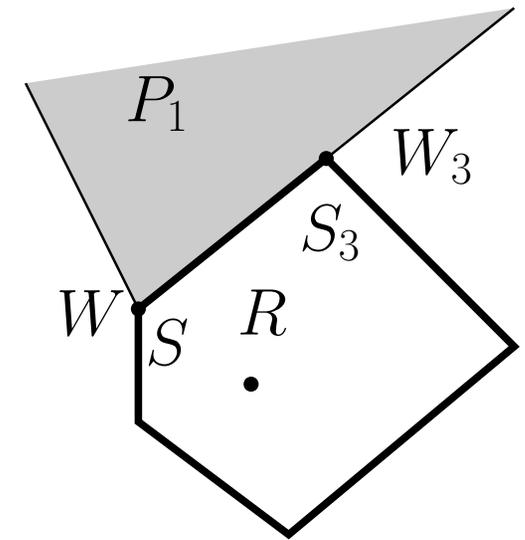
Kritische Platzierungen Def.: 2.27



(i)



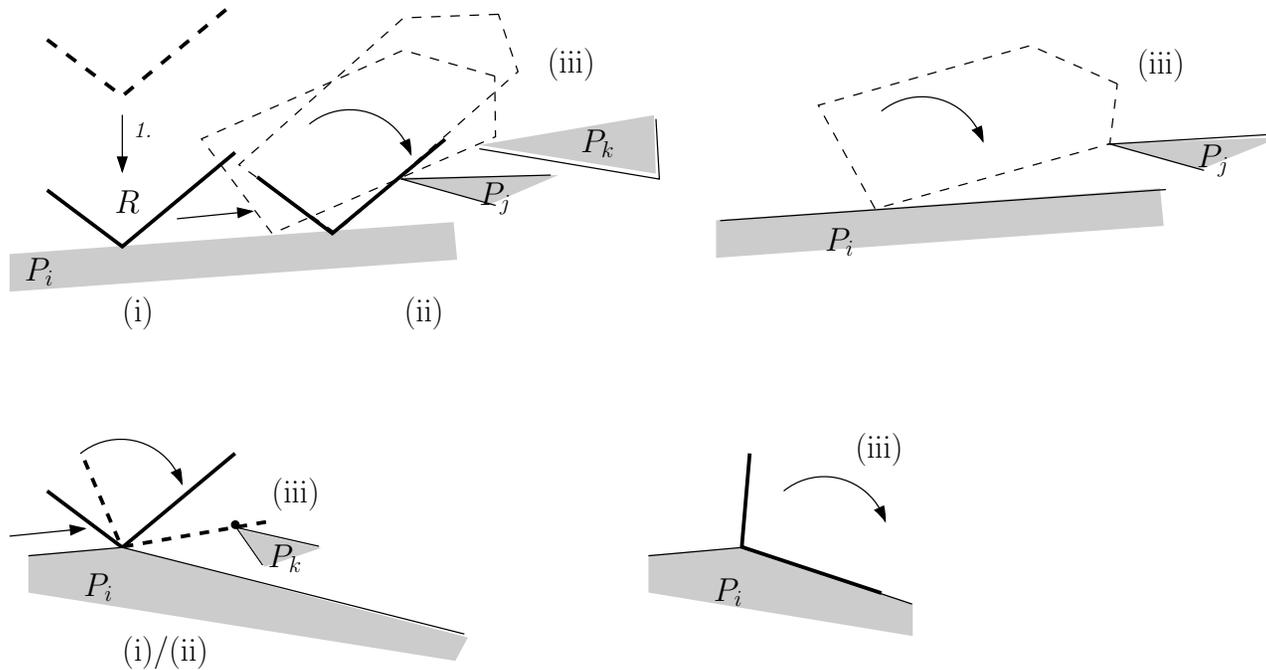
(ii)



(iii)

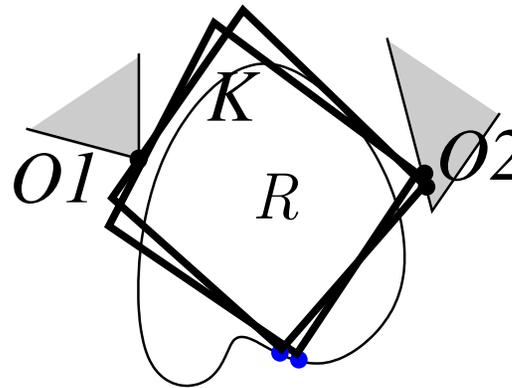
Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von C_{frei} besitzt Krit. Platzierung! ■



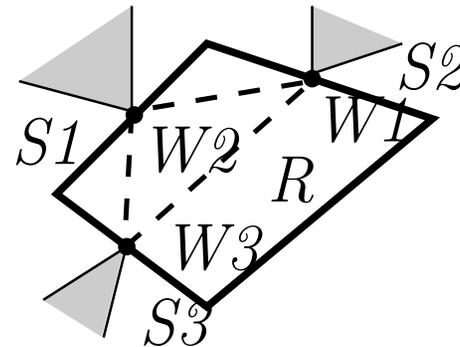
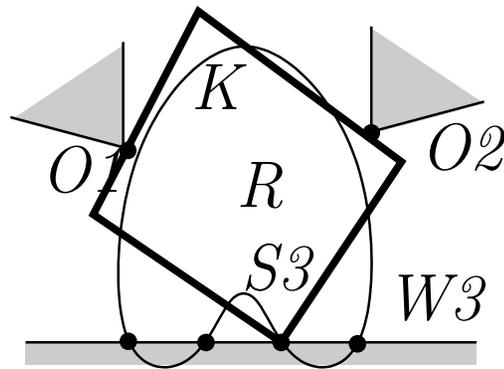
Kurven in C_{frei} ! **Bem. 2.29**

- Zwei Kontakte behalten
- Kurve eines Referenzpunktes (x, y)
- Parametrisierung: Grad 4 (Übungsaufgabe)



Anzahl Kontakte: **Kor. 2.30**

- Drei Kontaktpaare $O_i = (W_i, S_i)$ ■
- 2 Fälle: Zwei festhalten oder die Hindernisse bewegen■
- Kurve Grad 4 (Bem. 2.29) und Grad 1 schneiden■
- Höchstens vier mal kommt das vor!■
- Typ III und Typ I/II?■

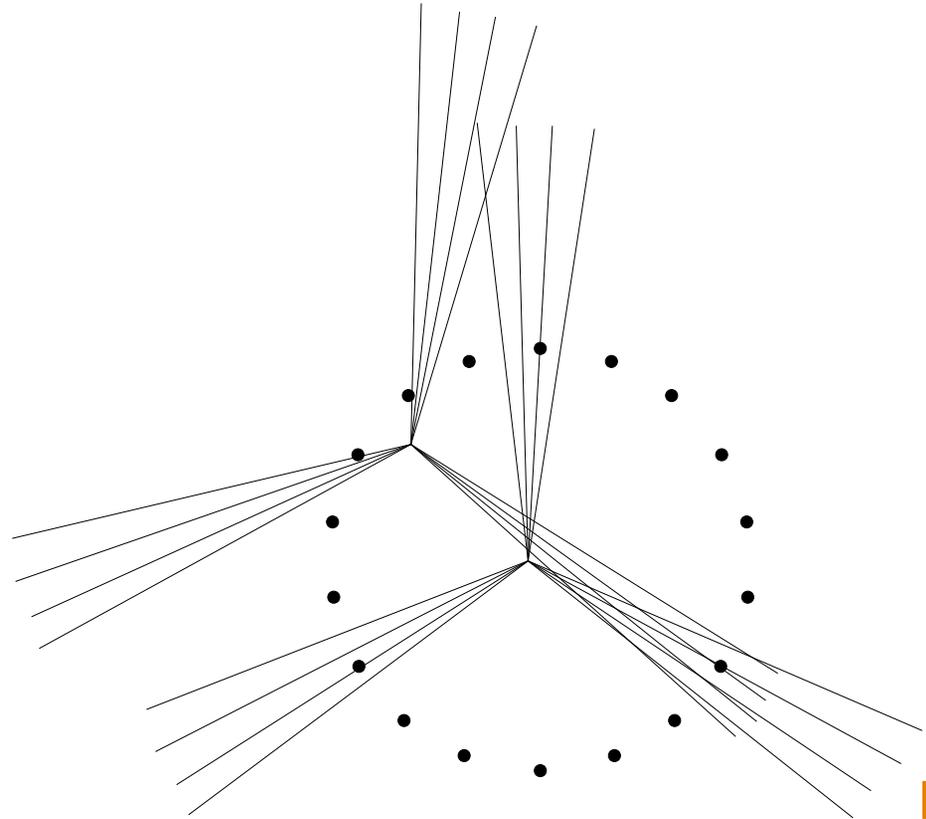


Anzahl Krit. Platzierungen: Th. 2.31

- $|R| = m, \sum |P_i| = n$
- Ecke/Kante, Kante/Ecke, Ecke/Ecke ■
- $2mn$ Kontaktpaare Typ I/II ■
- Je drei auswählen: $\binom{2mn}{3} \in O(m^3n^3)$ ■
- 4 mal vorkommen: $O(m^3n^3)$ ■
- Typ III und Typ I/II: $O(\binom{mn}{2})$ ■
- Konvexität nicht genutzt ■

Anzahl Krit. Platzierungen: Th. 2.31

$\Omega(m^3 n^3)$ konstruktiv: $\binom{m}{3}$ mal $\binom{n}{3}$



R konvex! Krit. Platzierungen: Th. 2.32

- $|R| = m$ konvex, $\sum |P_i| = n$ ■
- Anzahl Kritische Platzierungen: $O(mn \lambda_6(mn))$ ■
- $\lambda_6(mn) \in O(mn \log^*(mn))$ ■ subquadratisch ■
- Davenport-Schinzel-Sequenzen ■
- Wichtige Elemente für Bahnplanung ■
- Beweis Komplexität ■
- Berechnen! ■