

Übungsblatt 9

Aufgabe 9.1: Komplexität Voronoi-Diagramme und Triangulationen (4 Punkte)

Gegeben seien n Punkte in allgemeiner Lage in der Ebene. Zeigen Sie:

1. Das Voronoi-Diagramm der n Punkte hat genau $2n - r - 2$ viele Knoten und $3n - r - 3$ viele Kanten, wobei r die Anzahl der Ecken auf der konvexen Hülle der n Punkte ist.
2. Jede Triangulation der n Punkte hat genau $3n - r - 3$ viele Kanten.
3. Geben Sie ein möglichst einfaches Beispiel einer Triangulation von Punkten in der Ebene an, bei dem jeder Knoten genau Grad 5 hat. Wieviele Punkte muss eine solche Triangulation mindestens besitzen? Wieviele Punkte muss die konvexe Hülle haben?

Aufgabe 9.2: Komplexität einzelner Voronoi-Regionen (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass zu jedem $n > 3$ eine Menge von n Punkten in der Ebene existiert, so dass auf dem Rand einer Voronoi-Region $n - 1$ Knoten des Voronoi-Diagramms liegen.

Aufgabe 9.3: Minimale Triangulationen und Delaunay (4 Punkte)

Als *Minimum-Weight-Triangulation* einer Punktmenge M bezeichnet man diejenige Triangulation von M , bei der die Summe der euklidischen Längen aller Kanten minimal ist. Zeigen Sie durch ein Gegenbeispiel, daß die *Delaunay-Triangulation* im allgemeinen keine Minimum-Weight-Triangulation ist.