

Algorithmen und Berechnungskomplexität II, SS 13
Aufgabenblatt 7
Universität Bonn, Institut für Informatik, Abteilung I

- Die Lösungen können bis Mittwoch, 19.06., 12:15 Uhr in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang im kleinen Raum auf der linken Seite). Gebt bitte immer gut sichtbar auf dem Deckblatt die Gruppennummer (A-I) an, wie auf der Vorlesungswebseite angegeben.
- Abgabe in festen Gruppen von 2-3 Personen ist erlaubt.

Aufgabe 19: 2-SAT (4 Punkte)

Für eine gegebene aussagenlogische Formel $\alpha = k_1 \wedge \dots \wedge k_\ell$ vom Grad ≤ 2 über m Variablen x_1, \dots, x_m konstruieren wir den Graphen $G = (V, E)$ wie folgt.

Für jede Variable $x_i, 1 \leq i \leq m$, enthält V je einen Knoten „ x_i “ und einen Knoten „ $\neg x_i$ “. Weiterhin enthält E genau dann eine gerichtete Kante (v, w) , wenn es in α eine zu $v \Rightarrow w$ äquivalente Klausel gilt.

Hinweis: Eine Klausel $(x \vee y)$ ist zu $\neg x \Rightarrow y$ und zu $\neg y \Rightarrow x$ äquivalent, wohingegen eine Klausel (x) bzw. $(x \vee x)$ zu $\neg x \Rightarrow x$ äquivalent ist.

- Zeigen Sie: Wenn G einen gerichteten Kreis K enthält mit $x_i \in K$ und $\neg x_i \in K$ für ein $i, 1 \leq i \leq m$, dann ist α unerfüllbar.
- Benutzen Sie vollständige Induktion über m um zu zeigen, dass wenn α unerfüllbar ist G einen gerichteten Kreis K enthält, mit $x_i \in K$ und $\neg x_i \in K$ für ein $i, 1 \leq i \leq m$.

Folgern Sie aus den obigen Aussagen, dass 2-SAT in P liegt.

Bitte wenden!

Aufgabe 20: Nichtdeterministische Turingmaschinen (4 Punkte)

- a) Wir betrachten die folgende NTM N . Wie bislang ist q_1 der Startzustand und q_3 der Endzustand.

δ	0	1	\sqcup
q_1	$(q_1, 0, 1), (q_3, 0, 0)$	$(q_2, 1, 1)$	$(q_3, 0, 0)$
q_2	$(q_1, 0, 1), (q_3, 0, 0)$	$(q_3, 1, -1)$	$(q_3, 0, 0)$

Welche Sprache entscheidet die NTM N aus dem obigen Beispiel und welche Zeitkomplexität hat die Maschine?

- b) Beschreiben Sie einen polynomiellen Verifizierer M , gemäß Definition 47, für das Partition-Problem. Welches Zertifikat wird von M verwendet?

Aufgabe 21: Simulation einer NTM (4 Punkte)

Formulieren Sie ein Konstruktionsschema, um eine nichtdeterministische $p()$ -zeitbeschränkte Turingmaschine N durch eine deterministische Turingmaschine D zu simulieren, wobei die Laufzeit von D in $2^{O(p())}$ liegt.