Grundlagen der Algorithmischen Geometrie SS 2013
Übungsblatt 2
Universität Bonn, Institut für Informatik I

Aufgabe 1:

Gegeben seien n horizontale und disjunkte Liniensegmente, wobei die x-Werte aller Endpunkte paarweise verschieden sind. Zu jedem Liniensegment s werden diejenigen Liniensegmente gesucht, welche direkt unterhalb von s liegen, d. h. eine vertikale Gerade schneidet die beiden Liniensegmente aber kein anderes dazwischen.

Formulieren Sie einen $O(n \log n)$ *Sweep-Algorithmus*, der zu jedem Liniensegment s alle anderen berichtet, die von s in dem beschriebenen Sinne dominiert werden, und zeigen Sie, dass die Laufzeit optimal ist.

Aufgabe 2:

Wir möchten zu einer gegebenen Menge S von n Punkten im offenen Einheitsquadrat $(0,1) \times (0,1)$ effizient folgende Anfragen beantworten. Was ist zum Eingabewert $x \in (0,1)$ der Radius r der größten Kreisscheibe, die ganz in der oberen abgeschlossenen Halbebene $y \geq 0$ liegt, den Punkt $(x,0)$ berührt (also auf ihrem Rand enthält), und keine Punkte aus S im Inneren enthält?

Entwickeln Sie einen Algorithmus, der zu gegebener Punktmenge S in einer Vorbereitungszeit in $O(n \log n)$ eine Datenstruktur aufbaut, mit der er dann jede Anfrage obiger Art in Zeit $O(\log n)$ beantworten kann! Begründen Sie die Korrektheit und die Gültigkeit der oberen Laufzeitschranke!

Hinweis: Lösen Sie das Problem zunächst für jede Menge $S' = \{p\}$ mit $p \in S$. Das heißt, geben Sie jeweils eine Funktion r_p für den gesuchten Radius an. Betrachten Sie dann die untere Kontur des Arrangements aller dieser Funktionen r_p mit $p \in S$.

Aufgabe 3:

Sei S eine Menge von n disjunkten Liniensegmenten in der Ebene, und sei p ein Punkt, der nicht auf einem Liniensegment in S liegt. Ein Liniensegment s ist von p aus sichtbar, wenn es einen Punkt q auf s gibt, so dass das Liniensegment pq nicht ein Liniensegment in $S \setminus \{s\}$ schneidet.

Geben Sie ein Sweep-Verfahren an, das alle von p aus sichtbaren Liniensegmente ermittelt.