Institut für Informatik
Prof. Dr. Heiko Röglin
Clemens Rösner

Algorithmen und Berechnungskomplexität II
Sommersemester 2014
Abgabe: 02.07.2014, 12:30 Uhr

Übungsblatt 11

Aufgabe 11.1

8 Punkte

Ein *Hamiltonkreis* in einem Graphen $G = (V, E)$ ist ein Kreis, der jeden Knoten $v \in V$ genau einmal besucht. Bei dem Problem `HC` (Hamiltonian Circuit) besteht die Eingabe aus einem ungerichteten Graphen $G = (V, E)$, für den entschieden werden soll, ob er einen Hamiltonkreis enthält oder nicht. Zeigen Sie, dass das Problem `HC` $\mathcal{NP}$-vollständig ist.

Hinweis: Geben Sie eine polynomielle Reduktion eines bekannten $\mathcal{NP}$-vollständigen Problems auf `HC` an. Es eignet sich beispielsweise `3-SAT`.

Aufgabe 11.2

4 Punkte

Wir betrachten das *Problem des Handlungsreisenden* `TSP` (Travelling Salesman Problem). Eine Eingabe für das `TSP` ist ein vollständiger ungerichteter Graph $G = (V, E)$ mit $n \geq 3$ Knoten und einer Kantengewichtung $w : E \to \mathbb{R}_+$. Bei der Entscheidungsvariante des `TSP` stellen wir die Frage, ob für einen gegebenen Wert $t \in \mathbb{R}_+$ ein Hamiltonkreis T in G existiert, dessen Gewicht $\sum_{e \in E(T)} w(e)$ höchstens t ist. Zeigen Sie, dass die Entscheidungsvariante des `TSP` $\mathcal{NP}$-vollständig ist.

Aufgabe 11.3

6 Punkte

Wir betrachten die Variante `2-SAT` des Erfüllbarkeitsproblems `SAT`, bei der jede Klausel aus höchstens 2 Literalen besteht. Zeigen Sie, dass die Entscheidungsvariante von `2-SAT` in $\mathcal{P}$ liegt und eine erfüllende Belegung in polynomieller Zeit gefunden werden kann, sofern eine solche existiert.

Präsenzaufgabe

Wir betrachten das 3-dimensionale Matching Problem (`3DM`). Eine Eingabe besteht aus drei paarweise disjunkten Mengen U, V und W gleicher Kardinalität und einer Relation $T \subseteq U \times V \times W$. Gefragt ist, ob es eine Teilmenge M von T mit $|M| = |U|$ gibt, sodass $u \neq u'$, $v \neq v'$ und $w \neq w'$ für alle $(u, v, w), (u', v', w') \in M$ mit $(u, v, w) \neq (u', v', w')$ gilt. Zeigen Sie, dass `3DM` $\mathcal{NP}$-vollständig ist.