

Grundlagen der Algorithmischen Geometrie SS 2014  
Übungsblatt 10  
Universität Bonn, Institut für Informatik I

**Aufgabe 1: Binärzähler (4 Punkte)**

Betrachten Sie einen Binärzähler, der in Einer-Inkrement-Zählschritten von 0 bis  $n$  hochzählt. Dabei treten pro Zählschritt unterschiedlich viele Überträge im Binärsystem auf. Ein Elementarschritt sei definiert als die Umschaltung genau eines Bits ('0  $\rightarrow$  1' oder '1  $\rightarrow$  0').

Zeigen Sie: Beim Hochzählen eines Binärzählers von 0 bis  $n$  braucht man *im Mittel* pro Zählschritt höchstens konstant viele Elementarschritte. Wie groß ist diese Konstante?

**Aufgabe 2: Voronoi Diagramm (4 Punkte)**

Seien  $p = (p_x, p_y)$  und  $q = (q_x, q_y)$  zwei Punkte in der Ebene. Seien  $l_p^+$  bzw.  $l_q^+$  die Geraden durch  $p$  bzw.  $q$  mit Steigung  $+1$ . Seien  $l_p^-$  bzw.  $l_q^-$  die Geraden durch  $p$  bzw.  $q$  mit Steigung  $-1$ . Sei  $G$  das Innere des Vierecks, dessen Eckpunkte  $p, q, l_p^+ \cap l_q^-, l_p^- \cap l_q^+$  sind.

Zeigen Sie: Für jeden Punkt  $r \in G$  existiert im Voronoi-Diagramm von  $\{p, q, r\}$  bezüglich der  $L_1$ -Norm kein Voronoi-Knoten.

**Aufgabe 3: Voronoi Diagramm (4 Punkte)**

Sei  $V(S)$  das Voronoidiagramm einer Menge  $S$  von  $n$  Punkten in der Ebene, wobei  $n \geq 3$ . Zeigen Sie:

- a) Die Anzahl der Voronoiknoten ist höchstens  $2n - 5$ .
- b) Die Anzahl der Voronoikanten ist höchstens  $3n - 6$ .