Grundlagen der Algorithmischen Geometrie SS 2014
Übungsblatt 05
Universität Bonn, Institut für Informatik I

Aufgabe 1: Triangulation eines Polygons (4 Punkte)

Wir nennen zwei Triangulationen eines einfachen Polygons *unterschiedlich*, wenn sie nicht genau die gleiche Kantenmenge haben. In diesem Sinne können also auch graphentheoretisch isomorphe Triangulationen unterschiedlich sein. Zu jedem Polgon P bezeichne $t(P)$ die Anzahl der unterschiedlichen Triangulationen von P.

a) Zeigen Sie, dass es zu jeder natürlichen Zahl $n > 3$ ein einfaches Polygon P mit n Eckpunkten gibt, so dass $t(P) = 1$ gilt.

b) Beweisen Sie, dass jedes streng konvexe, einfache Polygon P mit n Ecken die Zahl $t(P)$ unter allen einfachen Polygonen mit n Ecken maximiert.

c) Bezeichne $t(n)$ die Zahl unterschiedlicher Triangulationen eines streng konvexen, einfachen Polygons mit n Ecken. FÂ¸r $n = 2$ definieren wir $t(n) = 1$. Beweisen Sie die Rekursionsformel $t(n) = \sum_{i=2}^{n-1} t(i)t(n+1-i)$.

Aufgabe 2: Sichtbare Kanten (4 Punkte)

Betrachten Sie ein beliebiges einfaches Polygon P und einen Punkt p. Existiert stets eine Kante von P, die vollständig von p gesehen wird, wenn

1. der Punkt p im Inneren von P liegt?
2. der Punkt p außerhalb von P liegt?
3. der Punkt p außerhalb der konvexen Hülle von P liegt?

Beweisen oder widerlegen Sie die jeweilige Aussage.

Aufgabe 3: Wächter für die Hälfte (4 Punkte)

Wie viele Wächter benötigt man im schlimmsten Fall, um mindestens die Hälfte der Fläche eines einfachen Polygons mit n Ecken zu bewachen?

Beweisen Sie für Ihr Ergebnis $w(n)$, dass $w(n)$ Wächter für jedes Polygon mit n Ecken ausreichen, und dass es jeweils ein Polygon mit n Ecken gibt, für das weniger Wächter nicht reichen. Sie können sich dabei auf Polygone mit $n = 6k$ Ecken, $k \in \mathbb{N}$, beschränken.