

Grundlagen der Algorithmische Geometrie SS 2015  
Übungsblatt 1  
Universität Bonn, Institut für Informatik I

Abgabe: Montag 20.04.2015, bis 14:30 Uhr

- Die Lösungen können bis zum Abgabetermin in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang in dem kleinen Raum auf der linken Seite). Bitte immer gut sichtbar auf dem Deckblatt die Übungsgruppennummer und den Namen angeben.
- Es werden nur Einzelabgaben angenommen.

**Aufgabe 1: Eindimensionaler Sweep**

4 Punkte

Betrachten Sie folgendes Problem:

*Input:* Ein Integer-Array  $A$  der Länge  $n$ .

*Gesucht ist:* Eine längste zusammenhängende, monoton steigende Teilsequenz.

Oder formal: Gesucht sind Indizes  $i$  und  $j$ , ( $0 \leq i \leq j < n$ ) mit der Eigenschaft, dass für jedes  $k$  mit  $i \leq k < j$  gilt:  $A[k] \leq A[k + 1]$ , und für alle Indizes  $a \leq b$  mit dieser Eigenschaft gilt:  $b - a \leq j - i$ .

Geben Sie einen Sweep-Algorithmus an, der das Problem mit Zeitaufwand  $O(n)$  löst, beschreiben Sie die Sweep-Status-Struktur und die Ereignisstruktur und beweisen Sie die Korrektheit, indem Sie zeigen, dass eine geeignete Invariante immer erfüllt ist.

**Aufgabe 2: Maximum Subvektor mit Divide&Conquer**

4 Punkte

Gegeben ist ein Integer-Array  $A$  der Länge  $n$ .

Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus an, der einen Maximum Subvektor von  $A$  mit dem *Divide&Conquer* Verfahren bestimmt.

Diskutieren Sie die Korrektheit und Laufzeit.

**Aufgabe 3: Eindimensionaler Sweep**

4 Punkte

Gegeben ist eine Liste  $L$  mit  $n$  abgeschlossenen Intervallen der Form

$$[a, b] := \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\} \text{ für } a, b \in \mathbb{R}.$$

Gesucht sind alle Paare bestehend aus je zwei Intervallen von  $L$ , die sich überlappen.

- (i) Geben Sie einen trivialen Algorithmus mit seiner Laufzeit an, der das Problem löst.
- (ii) Geben Sie einen möglichst effizienten Sweep-Algorithmus für das Problem an. Begründen Sie die Korrektheit und Laufzeit.