

Grundlagen der Algorithmische Geometrie SS 2015  
Übungsblatt 8  
Universität Bonn, Institut für Informatik I

Abgabe: Montag 15.06.2015, bis 14:30 Uhr

- Die Lösungen können bis zum Abgabetermin in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang in dem kleinen Raum auf der linken Seite). Bitte immer gut sichtbar auf dem Deckblatt die Übungsgruppennummer und den Namen angeben.
- Es werden nur Einzelabgaben angenommen.

**Aufgabe 1: Voronoi Diagramm**

4 Punkte

Zeigen Sie:

Das Voronoi-Diagramm  $VD(P)$  einer Punktmenge  $P$  hat folgende Eigenschaften:

- a) Ein Punkt  $q$  ist Knoten des Voronoi-Diagramms  $VD(P)$  genau dann, wenn der größte leere Kreis  $C_P(q)$  mit  $q$  als Mittelpunkt drei oder mehr Punkte aus  $P$  auf dem Rand enthält.
- b) Der Bisektor zwischen zwei Punkten  $p_i$  und  $p_j$  aus  $P$  trägt genau dann zu einer Kante von  $VD(P)$  bei (d.h.  $p_i p_j$  ist eine Kante in der Delaunay-Zerlegung), wenn ein Punkt  $q$  auf dem Bisektor existiert, so dass  $C_P(q)$  sowohl  $p_i$  als auch  $p_j$  auf dem Rand enthält aber keinen anderen Punkt aus  $P$  weder im Innern noch auf dem Rand liegt.

**Aufgabe 2: Delaunay Triangulation**

4 Punkte

Sei  $S$  eine Menge von  $n$  Punkten in der Ebene, von denen keine vier auf einem Kreis liegen. Der *Gabriel-Graph*  $G(S)$  auf der Knotenmenge  $S$  ist folgendermaßen definiert. Für  $p, q \in S$  mit  $p \neq q$  gilt, dass  $\{p, q\}$  genau dann eine Kante von  $G(S)$  ist, falls für alle  $r \in S \setminus \{p, q\}$  gilt:

$$|pr|^2 + |rq|^2 > |pq|^2$$

Anders ausgedrückt: Innerhalb des Kreises mit Durchmesser  $pq$  liegt kein anderer Punkt aus  $S$ . Zeigen Sie:

- a) Alle Kanten des *minimalen Spannbaums* von  $S$  sind auch Kanten von  $G(S)$ .

- b) Alle Kanten von  $G(S)$  sind auch Kanten der *Delaunay-Triangulierung* von  $S$ .
- c) Eine Delaunay-Kante  $\{p, q\}$  ist genau dann eine Gabriel-Kante, wenn die Strecke  $\overline{pq}$  den im Voronoi-Diagramm auftretenden Abschnitt des Bisektors von  $p$  und  $q$  schneidet.

**Aufgabe 3: Delaunay DAG**

4 Punkte

Konstruieren Sie den Delaunay-DAG zu der gegebenen Punktmenge. Dabei seien die Punkte in der Reihenfolge ihres Einfügens bezeichnet.

