

Übungsblatt 8

Aufgabe 8.1

2+2+2 Punkte

In dieser Aufgabe betrachten wir eine Verallgemeinerung von One-Way-Trading und Online-Suche. Anstatt eines festen Wechselkurses p_i ist in jedem Schritt i eine beliebige Funktion $p_i : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben. Tauscht man x Euro, so erhält man dafür $p_i(x)$ Dollar.

- (a) Welche Bedingung müssen die Funktionen p_i erfüllen, damit Theorem 5.1 weiterhin gilt.
- (b) Geben Sie eine Sequenz σ von monoton wachsenden Funktionen an, für die Theorem 5.1 a) nicht gilt.
- (c) Geben Sie eine Sequenz σ von monoton wachsenden Funktionen an, für die Theorem 5.1 b) nicht gilt.

Aufgabe 8.2

4+4 Punkte

- (a) Zeigen Sie, dass es keinen deterministischen Online-Algorithmus für Online-Suche gibt, der einen besseren strikten kompetitiven Faktor als $\sqrt{\varphi}$ erreicht, wenn m und M mit $\varphi = \frac{M}{m}$ bekannt sind.
- (b) Zeigen Sie außerdem, dass es keinen deterministischen Online-Algorithmus für Online-Suche gibt, der einen strikt kompetitiven Faktor kleiner als den trivialen Faktor φ erreicht, wenn nur $\varphi = \frac{M}{m}$ nicht aber m und M bekannt sind.

Aufgabe 8.3

4+4 Punkte

Wir betrachten eine spezielle Variante des One-Way-Trading-Problems, bei der der Spieler k -mal einen Teil seines Budgets zum aktuellen Wechselkurs tauschen darf, $k \geq 1$. Ist die Sequenz zu Ende und der Spieler hat noch nicht sein komplettes Budget getauscht, dann wird der Rest zum schlechtest möglichen Wechselkurs m getauscht.

- (a) Geben Sie eine deterministische Strategie mit möglichst gutem kompetitiven Faktor an, wenn m und M bekannt sind.
- (b) Geben Sie eine deterministische Strategie mit möglichst gutem kompetitiven Faktor an, wenn nur $\varphi = \frac{M}{m}$ bekannt ist.

Aufgabe 8.4

2 Punkte

Wir betrachten die Schranken für die kompetitiven Faktoren der Algorithmen EXPO und Threat für den Fall, dass das Intervall $[m, M]$, aus dem die Wechselkurse stammen, bekannt ist. Zeigen Sie, dass die Schranke von Threat asymptotisch um den Faktor $\ln 2$ kleiner ist als die Schranke von EXPO.

Hinweis: Verwenden Sie die Entwicklung $W(x) = \ln x - \ln \ln x + o(1)$ der Lambert-W-Funktion.