Grundlagen der Algorithmischen Geometrie SS 2016
Übungsblatt 10
Universität Bonn, Institut für Informatik I

Abgabe: Montag 27.06.2016, bis 14:30 Uhr — Besprechung: 11.7-15.7.

- *Die Lösungen können bis zum Abgabetermin in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang in dem kleinen Raum auf der linken Seite). Bitte immer gut sichtbar auf dem Deckblatt die Übungsgruppennummer und den oder die Namen angeben.*
- *Abgaben sind in Gruppen von bis zu 3 Personen möglich.*

Aufgabe 1: Schnitte von Sichtbarkeitspolygonen (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass genau eine der folgenden drei Aussagen wahr ist.

a) Für ein beliebiges einfaches Polygon P und zwei beliebige Punkte p, q aus P gilt: Ist der Schnitt der Sichtbarkeitspolygone $\text{vis}_P(p)$ und $\text{vis}_P(q)$ nicht leer, so ist er konvex.

b) Für ein beliebiges einfaches Polygon P und zwei beliebige Punkte p, q aus P gilt: Ist der Schnitt der Sichtbarkeitspolygone $\text{vis}_P(p)$ und $\text{vis}_P(q)$ nicht leer, so ist er wegzusammenhängend (für je zwei Punkte aus dem Schnitt gibt es einen sie verbindenden, stetigen Weg, der ganz im Schnitt liegt).

c) Für ein beliebiges Polygon P mit Löchern und zwei beliebige Punkte p, q aus P gilt: Ist der Schnitt der Sichtbarkeitspolygone $\text{vis}_P(p)$ und $\text{vis}_P(q)$ nicht leer, so ist er wegzusammenhängend.

Aufgabe 2: Polygon-Strassen (4 Punkte)

Sei P ein einfaches Polygon mit einem Startpunkt s und einem Zielpunkt t auf dem Rand von P. Sei L der Pfad auf dem Rand von P der im Uhrzeigersinn von s nach t verläuft und sei R der Pfad auf dem Rand von P der entgegen dem Uhrzeigersinn von s nach t verläuft. Das Polygon P wird *Straße* genannt, wenn für jeden Punkt p auf L ein Punkt auf R existiert, von dem aus p gesehen werden kann und umgekehrt.

Ein Polygon S heisst *sternförmig*, wenn ein Punkt $q \in S$ existiert, von dem aus ganz S gesehen werden kann.

Ist ein sternförmiges Polygon S bei einer beliebigen Wahl von s und t auf dem Rand von S eine Straße? Zeigen Sie, dass für jeden Punkt s auf dem Rand von S ein Zielpunkt t existiert, derart dass S eine Straße ist.

Aufgabe 3: Polygone mit leerem Kern (4 Punkte)

Bestimmen Sie die kleinste natürliche Zahl $n \geq 3$ mit der Eigenschaft, dass es ein einfaches Polygon P mit n Ecken gibt, welches einen leeren Kern besitzt. Beweisen Sie Ihr Ergebnis.

Aufgabe 4: Konvexe Hülle und Voronoi-Diagramme (4 Punkte)

Sei $S \subset \mathbb{R}^2$ eine Menge von n Punkten in allgemeiner Lage und sei $r = |S \cap \mathrm{ch}(S)|$ die Anzahl der Ecken seiner konvexen Hülle. Zeigen Sie, dass das Voronoi-Diagramm von S genau $2n - 2 - r$ Knoten und $3n - 3 - r$ Kanten besitzt.