Grundlagen der Algorithmischen Geometrie SS 2016
Übungsblatt 11
Universität Bonn, Institut für Informatik I

Abgabe (freiwillig): Montag 11.07.2016, bis 14:30 Uhr Besprechung: 18.7-22.7.

- *Die Lösungen können bis zum Abgabetermin in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang in dem kleinen Raum auf der linken Seite). Bitte immer gut sichtbar auf dem Deckblatt die Übungsgruppennummer und den oder die Namen angeben.*
- *Abgaben sind in Gruppen von bis zu 3 Personen möglich.*
- *Dieser Übungszettel ist* ***nicht*** *mehr für der Übungserfolg relevant. Die Abgabe erfolgt freiwillig bei Interesse an Korrektur. Besprochen wird der Zettel ohnehin.*

Aufgabe 1: Voronoi-Diagramme und konvexe Hülle II

Sie haben für das Voronoi-Diagramm einer Punktmenge S in der euklidischen Ebene gelernt, dass ein Punkt $p \in S$ genau dann eine unbeschränkte Voronoi-Region besitzt, wenn p auf dem Rand der konvexen Hülle von S liegt.

Welche Aussagen kann man diesbezüglich über Voronoi-Diagramme unter der L_1-Metrik machen? Beweisen Sie Ihre Behauptung.

Aufgabe 2: Eigenschaften von Voronoi-Diagrammen

Zeigen Sie:
Das Voronoi-Diagramm VD(P) einer Punktmenge P hat folgende Eigenschaften:

a) Ein Punkt q ist Knoten des Voronoi-Diagramms VD(P) genau dann, wenn der größte leere Kreis $C_P(q)$ mit q als Mittelpunkt drei oder mehr Punkte aus P auf dem Rand enthält.

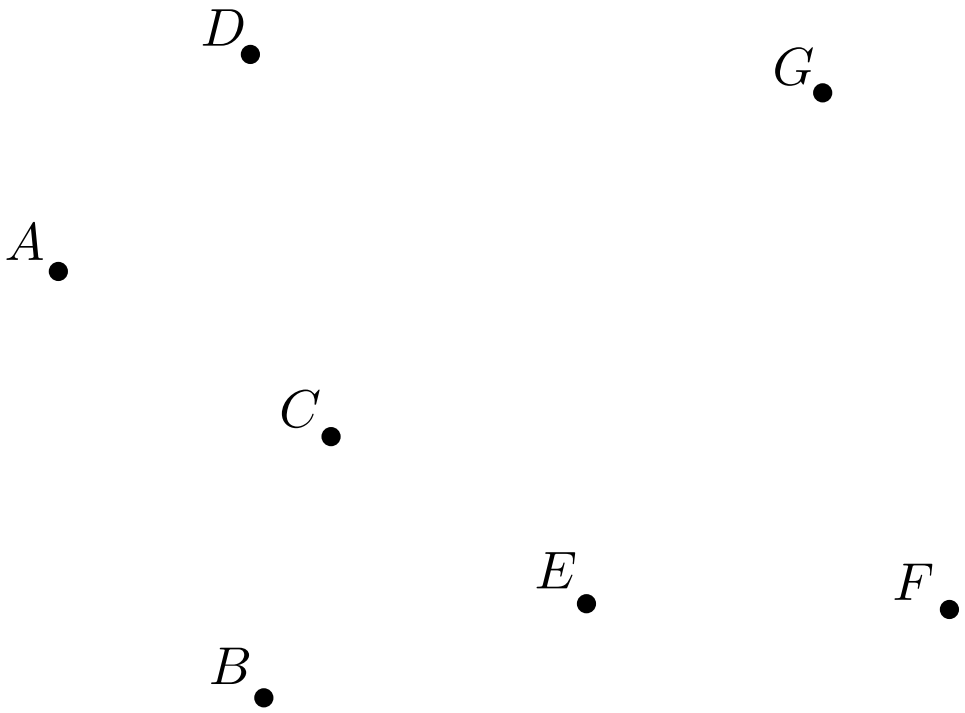
b) Der Bisektor zwischen zwei Punkten p_i und p_j aus P trägt genau dann zu einer Kante von VD(P) bei (d.h. p_ip_j ist eine Kante in der Delaunay-Zerlegung), wenn ein Punkt q auf dem Bisektor existiert, so dass $C_P(q)$ sowohl p_i als auch p_j auf dem Rand enthält aber keinen anderer Punkt aus P weder im Innern noch auf dem Rand liegt.

Aufgabe 3: Voronoi-Spezialfall

Zeigen Sie, dass zu jedem $n > 3$ eine Menge von n Punkten in der Ebene existiert, so dass auf dem Rand einer Voronoi-Region $n - 1$ Knoten des Voronoi-Diagramms liegen.

Aufgabe 4: Voronoi-Diagramme und Delaunay-Triangulation

a) Geben Sie das Voronoi-Diagramm, die Delaunay-Triangulierung und den minimalen Spannbaum der abgebildeten Punktmenge an. (Die Delaunay-Triangulierung ist der duale Graph des Voronoi-Diagramms!)

b) Betrachten Sie das Voronoi-Diagramm der abgebildeten Punktmenge. Welche Voronoi-Regionen sind zu welchen benachbart, welche sind beschränkt bzw. unbeschränkt?

c) Zeigen Sie, dass zu jedem $n > 3$ eine Menge von n Punkten in der Ebene existiert, so dass der Rand einer Voronoi-Region $n - 1$ Voronoi-Knoten besitzt.