

## Übungsblatt 1

### Aufgabe 1.1

4 Punkte

In den Semesterferien möchtest du an der Adria Surfen lernen. Du hast die Möglichkeit, ein Surfbrett für 30 EUR pro Tag oder für 330 EUR für die ganze Saison zu mieten. Wenn du das Surfbrett gleich am ersten Tag für die ganze Saison mietest, könnte es passieren, dass du feststellst, Surfen ist nicht deine Sache. Du hättest dann Kosten von 330 EUR, obwohl 30 EUR ausreichend gewesen wären, d.h. einen Verlustfaktor von 11. Deine Entscheidung wird dadurch erschwert, dass du jeden Tag mit dem Einsetzen der jährlichen Algenplage rechnen musst, so dass du nicht weißt, wie lang dein Urlaub noch dauert. Es scheint, egal wie du dich verhältst, deine Entscheidung ist beliebig schlecht.

Finden Sie eine Strategie, bei der man höchstens doppelt so viel ausgeben muss wie jemand, der die Zukunft kennt, also genau weiß, an welchem Tag die Algenplage eintreten wird.

### Aufgabe 1.2

5 Punkte

Bei BIN PACKING sind  $n$  Objekte mit Gewichten  $w_1, \dots, w_n \in [0, 1]$  und eine unbegrenzte Anzahl an Eimern (*Bins*) mit Kapazität 1 gegeben. Ziel ist es, die  $n$  Objekte in so wenig wie möglich Eimer zu packen. Formal ausgedrückt suchen wir die kleinste Zahl  $k$ , für die die Menge  $\{1, \dots, n\}$  in  $k$  Klassen  $S_1, \dots, S_k$  partitioniert werden kann, sodass für jeden Index  $i \in \{1, \dots, k\}$  die Ungleichung  $\sum_{j \in S_i} w_j \leq 1$  erfüllt ist. Dieses Problem ist  $\mathcal{NP}$ -schwer.

Bei der Online-Variante von BIN PACKING muss jedes Objekt  $i$  einem Eimer zugeteilt werden, ohne die Anzahl  $n$  der Objekte oder die Gewichte der Objekte  $i + 1, \dots, n$  zu kennen.

Geben Sie einen strikt 2-kompetitiven Online-Algorithmus für BIN PACKING an.

### Aufgabe 1.3

5 Punkte

Beweisen Sie, dass kein deterministischer Online-Algorithmus für das BIN PACKING-Problem besser als  $4/3$ -kompetitiv ist.

**Hinweis:** Betrachten Sie die Sequenz  $\sigma$  der Länge  $2m$  für beliebiges  $m \in \mathbb{N}$ . Die ersten  $m$  Einträge der Sequenz betragen  $1/2 - \epsilon$ . Die letzten  $m$  Einträge sind gegeben durch  $1/2 + \epsilon$ . Betrachte Sie zunächst die verkürzte Sequenz  $\sigma'$  bestehend aus den ersten  $m$  Einträgen von  $\sigma$ . Nehmen Sie an, dass der Online-Algorithmus hier  $b$  Eimer befüllt.

### Aufgabe 1.4

1+1+4 Punkte

Beweisen Sie die folgenden drei Aussagen über Paging-Algorithmen:

- LIFO ist kein Markierungsalgorithmus.
- FIFO ist kein Markierungsalgorithmus.
- FIFO ist  $k$ -kompetitiv.