Grundlagen der alg. Geometrie
Sommersemester 2018

**Abgabe: optional in Übungen**
**Besprechung: 30.05. - 01.06.**

Prof. Dr. Rolf Klein
Barbara Schwarzwald
*Institut für Informatik*

# Übungsblatt 5

## Aufgabe 5.1: K5 auf dem Torus (4 Punkte)

Betrachten Sie den Graph $K_5$ (vollständiger ungerichteter Graph über 5 Knoten, wobei vollständig bedeutet, dass jeder Knoten mit jedem anderen Knoten verbunden ist). $K_5$ ist nicht planar, d.h. er ist in der Ebene nicht kreuzungsfrei darstellbar. Nun wollen wir einen anderen Raum für die Einbettung betrachten:

**a)** Ist $K_5$ auf einem Torus kreuzungsfrei geometrisch darstellbar? Skizzieren Sie ihre Lösung!

**b)** Wie sieht der duale Graph zu $K_5$ auf dem Torus aus?

## Aufgabe 5.2: Untere Schranke Konvexe Hülle (4 Punkte)

Zum Beweis der unteren Schranke $\Omega(n \log n)$ für die Konstruktion der *konvexen Hülle* von $n$ Punkten werden Punkte auf einer Parabel verteilt. Danach wird die konvexe Hülle dieser Punkte berechnet, wodurch die $X$-Koordinaten sortiert ausgegeben werden können, siehe Beweis von *Lemma 4.2*. Gilt diese Argumentation auch, wenn man die Punkte durch $(x_i, x_i)$ auf einer Geraden $Y = X$ verteilt und noch einen zusätzlichen Punkt $(0, 1)$ einführt?

## Aufgabe 5.3: Konvexe Hülle und Durchmesser (4 Punkte)

Sei $S$ eine Menge von $n$ Punkten in der Ebene. Der maximale Abstand zwischen je zwei Punkten aus $S$ wird auch $diam(S)$, Durchmesser von $S$, genannt.

Zeigen Sie: Der Durchmesser von $S$ entspricht dem Durchmesser der konvexen Hülle von $S$ und die Punkte mit maximalem Abstand liegen auf dem Rand der konvexen Hülle.