

# Offline Bewegungsplanung: Kritische Orientierungen

Elmar Langetepe  
University of Bonn

# Weitere Vorgehensweise!

# Weitere Vorgehensweise!

- Bis jetzt:

# Weitere Vorgehensweise!

- Bis jetzt:
  - Graph  $V^\theta$  für feste Orientierung

# Weitere Vorgehensweise!

- Bis jetzt:
  - Graph  $V^\theta$  für feste Orientierung
  - Zusammenhang in  $V^\theta$  und  $\partial C_{frei}^\theta$  sind identisch

# Weitere Vorgehensweise!

- Bis jetzt:
  - Graph  $V^\theta$  für feste Orientierung
  - Zusammenhang in  $V^\theta$  und  $\partial C_{frei}^\theta$  sind identisch
  - Nötige Änderungen:

# Weitere Vorgehensweise!

- Bis jetzt:
  - Graph  $V^\theta$  für feste Orientierung
  - Zusammenhang in  $V^\theta$  und  $\partial C_{frei}^\theta$  sind identisch
  - Nötige Änderungen: Anzahl  $O(mn\lambda_6(mn))$  Orientierungen,

# Weitere Vorgehensweise!

- Bis jetzt:
  - Graph  $V^\theta$  für feste Orientierung
  - Zusammenhang in  $V^\theta$  und  $\partial C_{frei}^\theta$  sind identisch
  - Nötige Änderungen: Anzahl  $O(mn\lambda_6(mn))$  Orientierungen, Aktualisierung für alle diese:  $O(mn\lambda_6(mn) \log(mn))$

# Weitere Vorgehensweise!

- Bis jetzt:
  - Graph  $V^\theta$  für feste Orientierung
  - Zusammenhang in  $V^\theta$  und  $\partial C_{frei}^\theta$  sind identisch
  - Nötige Änderungen: Anzahl  $O(mn\lambda_6(mn))$  Orientierungen, Aktualisierung für alle diese:  $O(mn\lambda_6(mn) \log(mn))$
  - Leider nur Obermenge berechnet:

# Weitere Vorgehensweise!

- Bis jetzt:
  - Graph  $V^\theta$  für feste Orientierung
  - Zusammenhang in  $V^\theta$  und  $\partial C_{frei}^\theta$  sind identisch
  - Nötige Änderungen: Anzahl  $O(mn\lambda_6(mn))$  Orientierungen, Aktualisierung für alle diese:  $O(mn\lambda_6(mn) \log(mn))$
  - Leider nur Obermenge berechnet: Kandidaten (z.B. Krit. Platz.)

# Weitere Vorgehensweise!

- Bis jetzt:
  - Graph  $V^\theta$  für feste Orientierung
  - Zusammenhang in  $V^\theta$  und  $\partial C_{frei}^\theta$  sind identisch
  - Nötige Änderungen: Anzahl  $O(mn\lambda_6(mn))$  Orientierungen, Aktualisierung für alle diese:  $O(mn\lambda_6(mn) \log(mn))$
  - Leider nur Obermenge berechnet: Kandidaten (z.B. Krit. Platz.)
  - Eventuell nicht frei!

# Weitere Vorgehensweise!

- Bis jetzt:
  - Graph  $V^\theta$  für feste Orientierung
  - Zusammenhang in  $V^\theta$  und  $\partial C_{frei}^\theta$  sind identisch
  - Nötige Änderungen: Anzahl  $O(mn\lambda_6(mn))$  Orientierungen, Aktualisierung für alle diese:  $O(mn\lambda_6(mn) \log(mn))$
  - Leider nur Obermenge berechnet: Kandidaten (z.B. Krit. Platz.)
  - Eventuell nicht frei!
- Aufgabe:

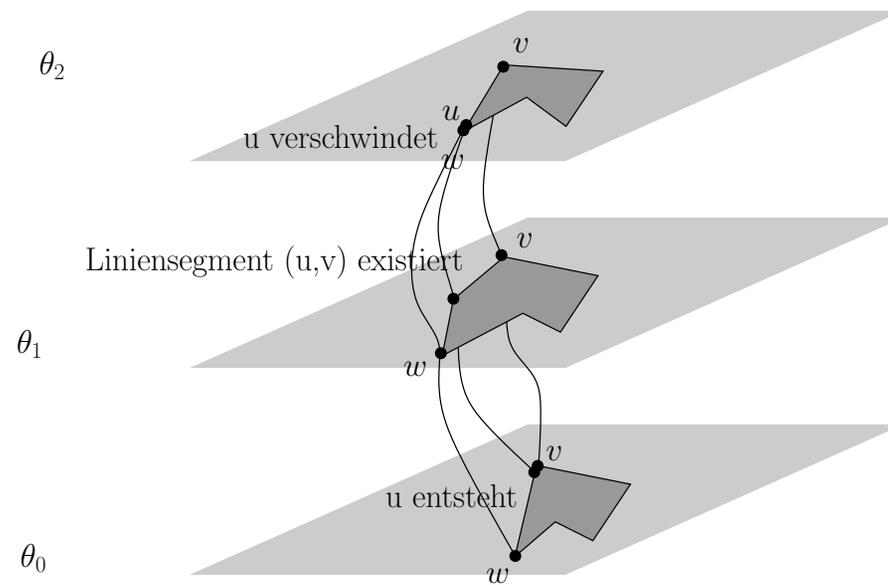
# Weitere Vorgehensweise!

- Bis jetzt:
  - Graph  $V^\theta$  für feste Orientierung
  - Zusammenhang in  $V^\theta$  und  $\partial C_{frei}^\theta$  sind identisch
  - Nötige Änderungen: Anzahl  $O(mn\lambda_6(mn))$  Orientierungen, Aktualisierung für alle diese:  $O(mn\lambda_6(mn) \log(mn))$
  - Leider nur Obermenge berechnet: Kandidaten (z.B. Krit. Platz.)
  - Eventuell nicht frei!
- Aufgabe:
  - Alle diese Informationen in einer Struktur für die Bahnplanung abspeichern, zusammenfassen

– Dabei: Die freien herausfiltern

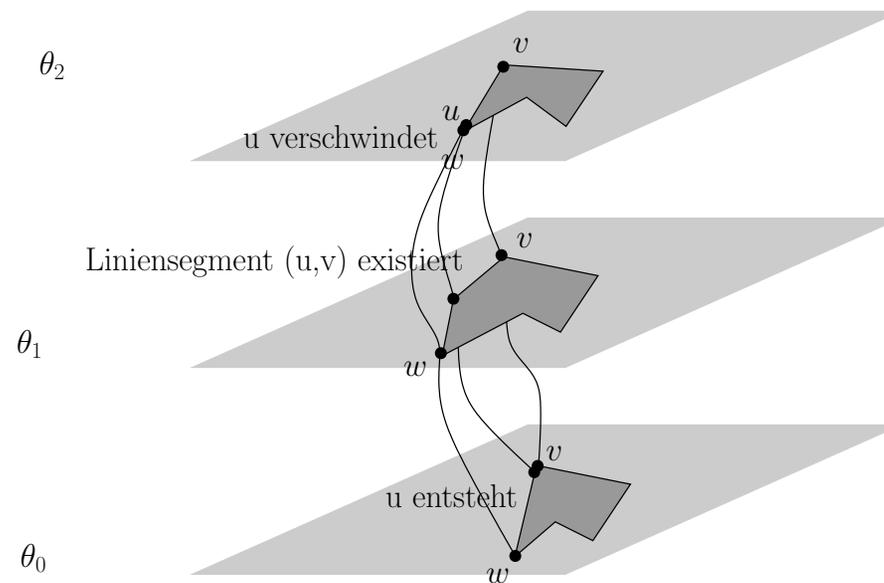
- Dabei: Die freien herausfiltern
- Bahnplanung mit Struktur

# Struktur: Kantengraph **Def.: 2.43**



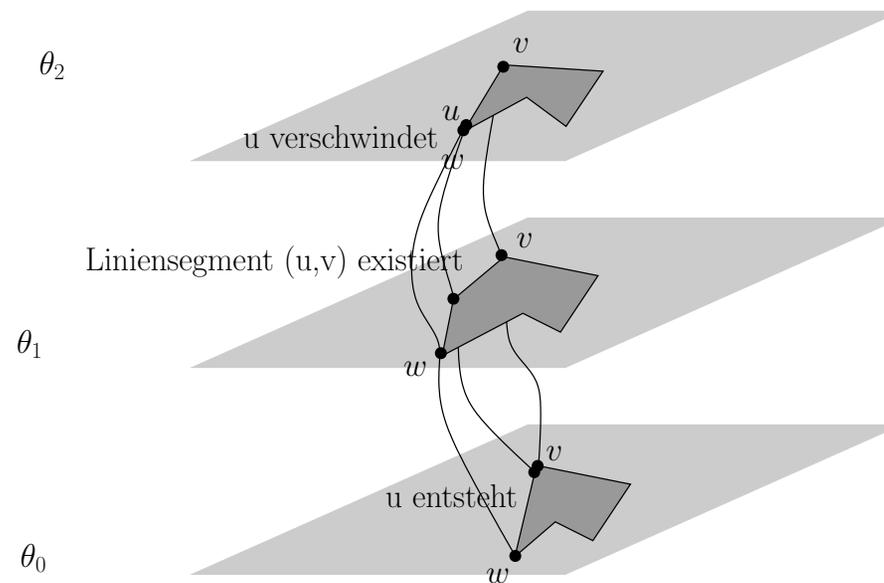
# Struktur: Kantengraph **Def.: 2.43**

- Wie lange überlebt ein Knoten in  $C_{frei}^\theta$



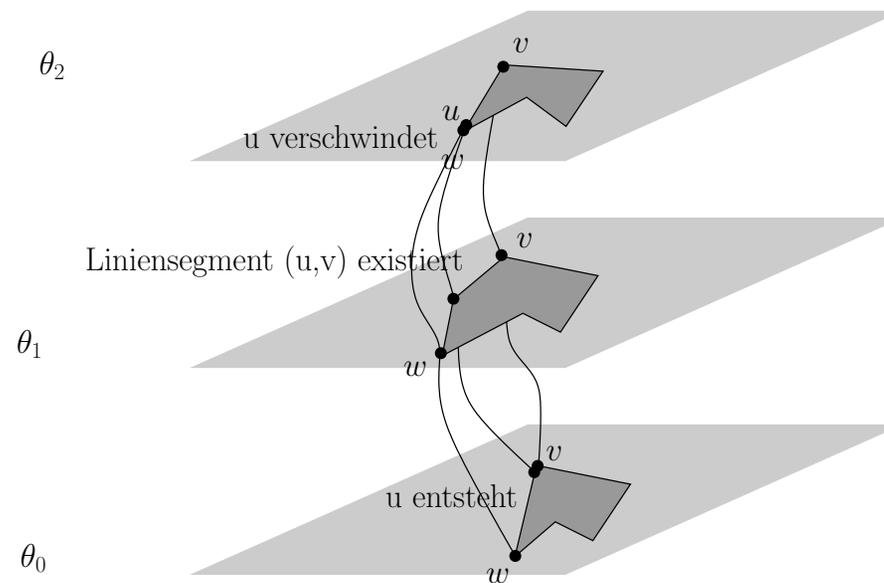
# Struktur: Kantengraph **Def.: 2.43**

- Wie lange überlebt ein Knoten in  $C_{frei}^\theta$
- Wie lange überlebt eine Kante zwischen Knoten in  $C_{frei}^\theta$



# Struktur: Kantengraph **Def.: 2.43**

- Wie lange überlebt ein Knoten in  $C_{frei}^\theta$
- Wie lange überlebt eine Kante zwischen Knoten in  $C_{frei}^\theta$
- Bilden eine gekrümmte Fläche in  $C_{frei}$ ?



# Formal: Kantengraph Def.: 2.42

## Formal: Kantengraph Def.: 2.42

- $\theta_0$  nicht-kritische Orientierung,  $u$  Knoten in  $V^{\theta_0}$  (Beschriftung)

## Formal: Kantengraph Def.: 2.42

- $\theta_0$  nicht-kritische Orientierung,  $u$  Knoten in  $V^{\theta_0}$  (Beschriftung)
- Lebensdauer von  $u$ : max. Intervall  $L(u) = (\theta_1, \theta_2) \ni \theta_0$ , Knoten  $u$  kommt in jedem Knotengraph  $V^\theta$ ,  $\theta \in L(u)$ , vor

## Formal: Kantengraph Def.: 2.42

- $\theta_0$  nicht-kritische Orientierung,  $u$  Knoten in  $V^{\theta_0}$  (Beschriftung)
- Lebensdauer von  $u$ : max. Intervall  $L(u) = (\theta_1, \theta_2) \ni \theta_0$ , Knoten  $u$  kommt in jedem Knotengraph  $V^\theta$ ,  $\theta \in L(u)$ , vor
- Kantengraph  $E$ :

## Formal: Kantengraph Def.: 2.42

- $\theta_0$  nicht-kritische Orientierung,  $u$  Knoten in  $V^{\theta_0}$  (Beschriftung)
- Lebensdauer von  $u$ : max. Intervall  $L(u) = (\theta_1, \theta_2) \ni \theta_0$ , Knoten  $u$  kommt in jedem Knotengraph  $V^\theta$ ,  $\theta \in L(u)$ , vor
- Kantengraph  $E$ :
  - erweiterte Knoten  $(u, L(u))$

## Formal: Kantengraph Def.: 2.42

- $\theta_0$  nicht-kritische Orientierung,  $u$  Knoten in  $V^{\theta_0}$  (Beschriftung)
- Lebensdauer von  $u$ : max. Intervall  $L(u) = (\theta_1, \theta_2) \ni \theta_0$ , Knoten  $u$  kommt in jedem Knotengraph  $V^\theta$ ,  $\theta \in L(u)$ , vor
- Kantengraph  $E$ :
  - erweiterte Knoten  $(u, L(u))$
  - Knoten  $(u, L(u))$  und  $(v, L(v))$  bilden Kante  $e$  in  $E$   $:\Leftrightarrow$  es ex.  $\theta \in L(u) \cap L(v)$  mit  $V^\theta$  hat Kante  $(u, v)$

## Formal: Kantengraph Def.: 2.42

- $\theta_0$  nicht-kritische Orientierung,  $u$  Knoten in  $V^{\theta_0}$  (Beschriftung)
- Lebensdauer von  $u$ : max. Intervall  $L(u) = (\theta_1, \theta_2) \ni \theta_0$ , Knoten  $u$  kommt in jedem Knotengraph  $V^\theta$ ,  $\theta \in L(u)$ , vor
- Kantengraph  $E$ :
  - erweiterte Knoten  $(u, L(u))$
  - Knoten  $(u, L(u))$  und  $(v, L(v))$  bilden Kante  $e$  in  $E$   $:\Leftrightarrow$  es ex.  $\theta \in L(u) \cap L(v)$  mit  $V^\theta$  hat Kante  $(u, v)$
  - Lebensdauer Kante  $e$ : max. Intervall  $L(e) = (\theta_1, \theta_2) \ni \theta_0$ , Kante  $(u, v)$  kommt in jedem Knotengraph  $V^\theta$ ,  $\theta \in L(e)$  vor

## Formal: Kantengraph Def.: 2.42

- $\theta_0$  nicht-kritische Orientierung,  $u$  Knoten in  $V^{\theta_0}$  (Beschriftung)
- Lebensdauer von  $u$ : max. Intervall  $L(u) = (\theta_1, \theta_2) \ni \theta_0$ , Knoten  $u$  kommt in jedem Knotengraph  $V^\theta, \theta \in L(u)$ , vor
- Kantengraph  $E$ :
  - erweiterte Knoten  $(u, L(u))$
  - Knoten  $(u, L(u))$  und  $(v, L(v))$  bilden Kante  $e$  in  $E \Leftrightarrow$  es ex.  $\theta \in L(u) \cap L(v)$  mit  $V^\theta$  hat Kante  $(u, v)$
  - Lebensdauer Kante  $e$ : max. Intervall  $L(e) = (\theta_1, \theta_2) \ni \theta_0$ , Kante  $(u, v)$  kommt in jedem Knotengraph  $V^\theta, \theta \in L(e)$  vor
  - $e = ((u, L(u)), (v, L(v)))$  und  $L(e)$  ergibt  $(e, L(e))$

# Berechnung der Krit. Orient. 2.3.3

## Berechnung der Krit. Orient. 2.3.3

Def: Menge  $T^*$ :

## Berechnung der Krit. Orient. 2.3.3

Def: Menge  $T^*$ : Berechnet in  $O(mn\lambda_6(mn) \log(mn))$

## Berechnung der Krit. Orient. 2.3.3

Def: Menge  $T^*$ : Berechnet in  $O(mn\lambda_6(mn)\log(mn))$

1. Eckpunkte der unteren Konturen  $UK(A(O_i))$

## Berechnung der Krit. Orient. 2.3.3

Def: Menge  $T^*$ : Berechnet in  $O(mn\lambda_6(mn)\log(mn))$

1. Eckpunkte der unteren Konturen  $UK(A(O_i))$
2. Zyklische Tripel  $(O_j, O_k, O_l)$  mit Krit. Platz.

## Berechnung der Krit. Orient. 2.3.3

Def: Menge  $T^*$ : Berechnet in  $O(mn\lambda_6(mn)\log(mn))$

1. Eckpunkte der unteren Konturen  $UK(A(O_i))$
2. Zyklische Tripel  $(O_j, O_k, O_l)$  mit Krit. Platz.
3. Krit.Platzierung vom Typ: Ecke/Ecke plus Ecke/Kante

## Berechnung der Krit. Orient. 2.3.3

Def: Menge  $T^*$ : Berechnet in  $O(mn\lambda_6(mn)\log(mn))$

1. Eckpunkte der unteren Konturen  $UK(A(O_i))$
2. Zyklische Tripel  $(O_j, O_k, O_l)$  mit Krit. Platz.
3. Krit.Platzierung vom Typ: Ecke/Ecke plus Ecke/Kante
4. Orient.: Kante des erweiterten Hindernisse ist waagerecht

## Berechnung der Krit. Orient. 2.3.3

Def: Menge  $T^*$ : Berechnet in  $O(mn\lambda_6(mn)\log(mn))$

1. Eckpunkte der unteren Konturen  $UK(A(O_i))$
2. Zyklische Tripel  $(O_j, O_k, O_l)$  mit Krit. Platz.
3. Krit.Platzierung vom Typ: Ecke/Ecke plus Ecke/Kante
4. Orient.: Kante des erweiterten Hindernisse ist waagerecht
5. Orient.: Konv. Ecke von  $C_{frei}^\theta$  liegt unterhalb and. Ecken

## Berechnung der Krit. Orient. 2.3.3

Def: Menge  $T^*$ : Berechnet in  $O(mn\lambda_6(mn)\log(mn))$

1. Eckpunkte der unteren Konturen  $UK(A(O_i))$
  2. Zyklische Tripel  $(O_j, O_k, O_l)$  mit Krit. Platz.
  3. Krit.Platzierung vom Typ: Ecke/Ecke plus Ecke/Kante
  4. Orient.: Kante des erweiterten Hindernisse ist waagerecht
  5. Orient.: Konv. Ecke von  $C_{frei}^\theta$  liegt unterhalb and. Ecken
- 1 und 2 zu  $T^+$ : Obermenge von Krit. Platz. i)-ii) (Alg. 2.8)

## Berechnung der Krit. Orient. 2.3.3

Def: Menge  $T^*$ : Berechnet in  $O(mn\lambda_6(mn)\log(mn))$

1. Eckpunkte der unteren Konturen  $UK(A(O_i))$
  2. Zyklische Tripel  $(O_j, O_k, O_l)$  mit Krit. Platz.
  3. Krit.Platzierung vom Typ: Ecke/Ecke plus Ecke/Kante
  4. Orient.: Kante des erweiterten Hindernisse ist waagerecht
  5. Orient.: Konv. Ecke von  $C_{frei}^\theta$  liegt unterhalb and. Ecken
- 1 und 2 zu  $T^+$ : Obermenge von Krit. Platz. i)-ii) (Alg. 2.8)
  - 3 war Übungsaufgabe (und Alg. 2.9): Krit. Platz. iii)-iv)

## Berechnung der Krit. Orient. 2.3.3

Def: Menge  $T^*$ : Berechnet in  $O(mn\lambda_6(mn)\log(mn))$

1. Eckpunkte der unteren Konturen  $UK(A(O_i))$
  2. Zyklische Tripel  $(O_j, O_k, O_l)$  mit Krit. Platz.
  3. Krit. Platzierung vom Typ: Ecke/Ecke plus Ecke/Kante
  4. Orient.: Kante des erweiterten Hindernisse ist waagrecht
  5. Orient.: Konv. Ecke von  $C_{frei}^\theta$  liegt unterhalb and. Ecken
- 1 und 2 zu  $T^+$ : Obermenge von Krit. Platz. i)-ii) (Alg. 2.8)
  - 3 war Übungsaufgabe (und Alg. 2.9): Krit. Platz. iii)-iv)
  - 4 und 5: Obermenge von Krit. Orient. v) und vi), Alg. folgt aus Beschreibung vorab

## Berechnung der Krit. Orient. 2.3.3

Def: Menge  $T^*$ : Berechnet in  $O(mn\lambda_6(mn)\log(mn))$

1. Eckpunkte der unteren Konturen  $UK(A(O_i))$
  2. Zyklische Tripel  $(O_j, O_k, O_l)$  mit Krit. Platz.
  3. Krit.Platzierung vom Typ: Ecke/Ecke plus Ecke/Kante
  4. Orient.: Kante des erweiterten Hindernisse ist waagerecht
  5. Orient.: Konv. Ecke von  $C_{frei}^\theta$  liegt unterhalb and. Ecken
- 1 und 2 zu  $T^+$ : Obermenge von Krit. Platz. i)-ii) (Alg. 2.8)
  - 3 war Übungsaufgabe (und Alg. 2.9): Krit. Platz. iii)-iv)
  - 4 und 5: Obermenge von Krit. Orient. v) und vi), Alg. folgt aus Beschreibung vorab

Problem: Orientierungen aus  $T^*$  sind eventuell nicht frei!!

$T^*$  Obermenge der gültigen Krit. Orient.

# $T^*$ Obermenge der gültigen Krit. Orient.

Menge  $T^*$ : Bereits berechnet in  $O(mn\lambda_6(mn)\log(mn))$

## $T^*$ Obermenge der gültigen Krit. Orient.

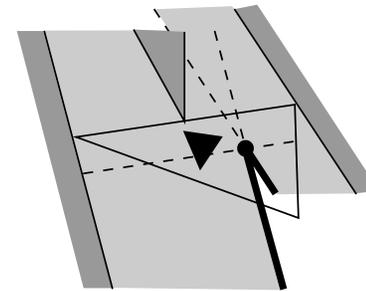
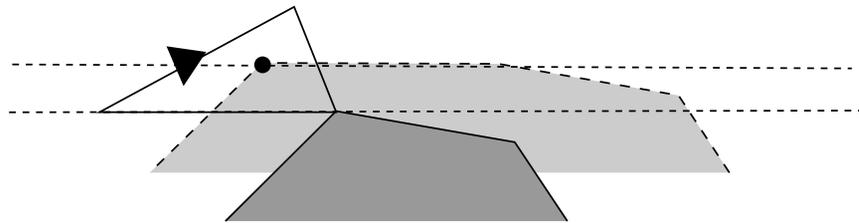
Menge  $T^*$ : Bereits berechnet in  $O(mn\lambda_6(mn)\log(mn))$

Beispiele: 1. Krit. Platzierung! 4. Waagerechte Kante! Nicht frei!

# $T^*$ Obermenge der gültigen Krit. Orient.

Menge  $T^*$ : Bereits berechnet in  $O(mn\lambda_6(mn)\log(mn))$

Beispiele: 1. Krit. Platzierung! 4. Waagerechte Kante! Nicht frei!



# Idee des Filterns

# Idee des Filterns

- Krit. Platzierung  $\theta_2$  mit drei Kontakten ( $O_2, O_3, O_5$ ): (Halb)Frei?

# Idee des Filterns

- Krit. Platzierung  $\theta_2$  mit drei Kontakten ( $O_2, O_3, O_5$ ): (Halb)Frei?
- **Bereits in Komponente**: Kurz vorher ( $\theta_1 = \theta_2 - \epsilon$ ),

## Idee des Filterns

- Krit. Platzierung  $\theta_2$  mit drei Kontakten  $(O_2, O_3, O_5)$ : (Halb)Frei?
- **Bereits in Komponente**: Kurz vorher ( $\theta_1 = \theta_2 - \epsilon$ ),  $O_2$ ,  $O_3$  und  $O_5$  erzeugten mind. einen Knoten von  $C_{frei}^{\theta_1}(V^{\theta_1})$ , mutiert zu neuem Knoten,

## Idee des Filterns

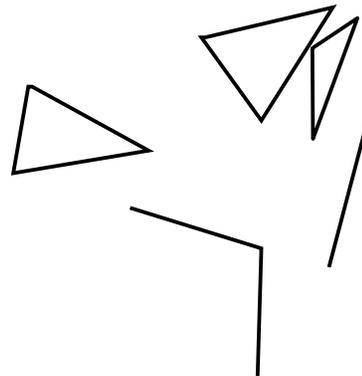
- Krit. Platzierung  $\theta_2$  mit drei Kontakten  $(O_2, O_3, O_5)$ : (Halb)Frei?
- **Bereits in Komponente**: Kurz vorher ( $\theta_1 = \theta_2 - \epsilon$ ),  $O_2$ ,  $O_3$  und  $O_5$  erzeugten mind. einen Knoten von  $C_{frei}^{\theta_1}(V^{\theta_1})$ , mutiert zu neuem Knoten, oder zwei Knoten verschmelzen

## Idee des Filterns

- Krit. Platzierung  $\theta_2$  mit drei Kontakten  $(O_2, O_3, O_5)$ : (Halb)Frei?
- **Bereits in Komponente**: Kurz vorher ( $\theta_1 = \theta_2 - \epsilon$ ),  $O_2$ ,  $O_3$  und  $O_5$  erzeugten mind. einen Knoten von  $C_{frei}^{\theta_1}(V^{\theta_1})$ , mutiert zu neuem Knoten, oder zwei Knoten verschmelzen
- Kontakt  $O$ :

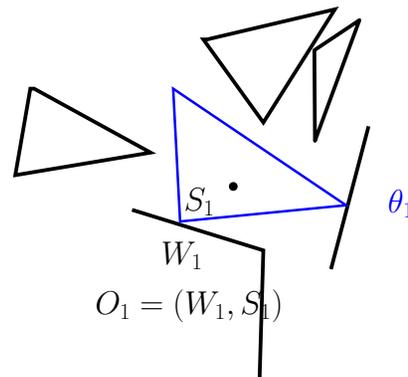
## Idee des Filterns

- Krit. Platzierung  $\theta_2$  mit drei Kontakten ( $O_2, O_3, O_5$ ): (Halb)Frei?
- **Bereits in Komponente**: Kurz vorher ( $\theta_1 = \theta_2 - \epsilon$ ),  $O_2, O_3$  und  $O_5$  erzeugten mind. einen Knoten von  $C_{frei}^{\theta_1}(V^{\theta_1})$ , mutiert zu neuem Knoten, oder zwei Knoten verschmelzen
- Kontakt  $O$ : Listen  $L_O$  der Knotenerzeugung!



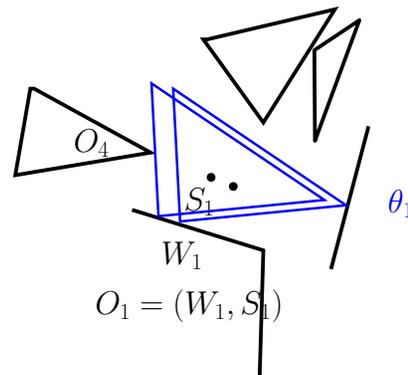
# Idee des Filterns

- Krit. Platzierung  $\theta_2$  mit drei Kontakten ( $O_2, O_3, O_5$ ): (Halb)Frei?
- **Bereits in Komponente**: Kurz vorher ( $\theta_1 = \theta_2 - \epsilon$ ),  $O_2, O_3$  und  $O_5$  erzeugten mind. einen Knoten von  $C_{frei}^{\theta_1}(V^{\theta_1})$ , mutiert zu neuem Knoten, oder zwei Knoten verschmelzen
- Kontakt  $O$ : Listen  $L_O$  der Knotenerzeugung!
- Beispiel!!



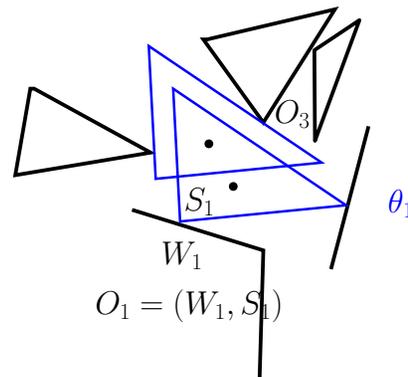
# Idee des Filterns

- Krit. Platzierung  $\theta_2$  mit drei Kontakten ( $O_2, O_3, O_5$ ): (Halb)Frei?
- **Bereits in Komponente**: Kurz vorher ( $\theta_1 = \theta_2 - \epsilon$ ),  $O_2, O_3$  und  $O_5$  erzeugten mind. einen Knoten von  $C_{frei}^{\theta_1}(V^{\theta_1})$ , mutiert zu neuem Knoten, oder zwei Knoten verschmelzen
- Kontakt  $O$ : Listen  $L_O$  der Knotenerzeugung!
- Beispiel!!



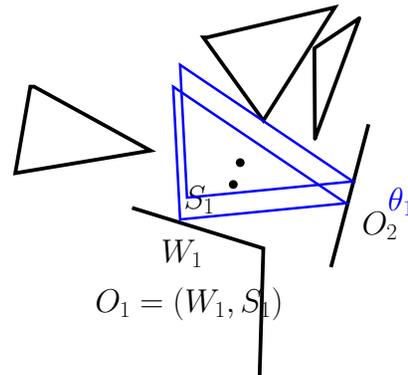
# Idee des Filterns

- Krit. Platzierung  $\theta_2$  mit drei Kontakten ( $O_2, O_3, O_5$ ): (Halb)Frei?
- **Bereits in Komponente**: Kurz vorher ( $\theta_1 = \theta_2 - \epsilon$ ),  $O_2, O_3$  und  $O_5$  erzeugten mind. einen Knoten von  $C_{frei}^{\theta_1}(V^{\theta_1})$ , mutiert zu neuem Knoten, oder zwei Knoten verschmelzen
- Kontakt  $O$ : Listen  $L_O$  der Knotenerzeugung!
- Beispiel!!



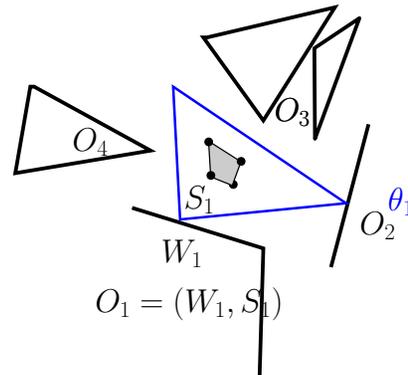
# Idee des Filterns

- Krit. Platzierung  $\theta_2$  mit drei Kontakten ( $O_2, O_3, O_5$ ): (Halb)Frei?
- **Bereits in Komponente**: Kurz vorher ( $\theta_1 = \theta_2 - \epsilon$ ),  $O_2, O_3$  und  $O_5$  erzeugten mind. einen Knoten von  $C_{frei}^{\theta_1}(V^{\theta_1})$ , mutiert zu neuem Knoten, oder zwei Knoten verschmelzen
- Kontakt  $O$ : Listen  $L_O$  der Knotenerzeugung!
- Beispiel!!



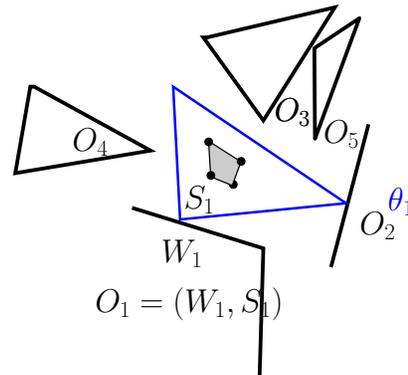
# Idee des Filterns

- Krit. Platzierung  $\theta_2$  mit drei Kontakten ( $O_2, O_3, O_5$ ): (Halb)Frei?
- **Bereits in Komponente**: Kurz vorher ( $\theta_1 = \theta_2 - \epsilon$ ),  $O_2, O_3$  und  $O_5$  erzeugten mind. einen Knoten von  $C_{frei}^{\theta_1}(V^{\theta_1})$ , mutiert zu neuem Knoten, oder zwei Knoten verschmelzen
- Kontakt  $O$ : Listen  $L_O$  der Knotenerzeugung!
- Beispiel!!



# Idee des Filterns

- Krit. Platzierung  $\theta_2$  mit drei Kontakten ( $O_2, O_3, O_5$ ): (Halb)Frei?
- **Bereits in Komponente**: Kurz vorher ( $\theta_1 = \theta_2 - \epsilon$ ),  $O_2, O_3$  und  $O_5$  erzeugten mind. einen Knoten von  $C_{frei}^{\theta_1}(V^{\theta_1})$ , mutiert zu neuem Knoten, oder zwei Knoten verschmelzen
- Kontakt  $O$ : Listen  $L_O$  der Knotenerzeugung!
- Beispiel!!



$$L(O_1)(\theta_1) = \{O_2, O_4\}$$

$$L(O_2)(\theta_1) = \{O_1, O_3\}$$

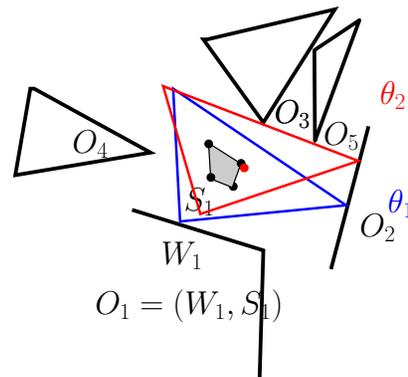
$$L(O_3)(\theta_1) = \{O_2, O_4\}$$

$$L(O_4)(\theta_1) = \{O_1, O_3\}$$

$$L(O_5)(\theta_1) = \{\}$$

# Idee des Filterns

- Krit. Platzierung  $\theta_2$  mit drei Kontakten ( $O_2, O_3, O_5$ ): (Halb)Frei?
- **Bereits in Komponente**: Kurz vorher ( $\theta_1 = \theta_2 - \epsilon$ ),  $O_2, O_3$  und  $O_5$  erzeugten mind. einen Knoten von  $C_{frei}^{\theta_1}(V^{\theta_1})$ , mutiert zu neuem Knoten, oder zwei Knoten verschmelzen
- Kontakt  $O$ : Listen  $L_O$  der Knotenerzeugung!
- Beispiel!!



$$L(O_1)(\theta_1) = \{O_2, O_4\}$$

$$L(O_2)(\theta_1) = \{O_1, O_3\}$$

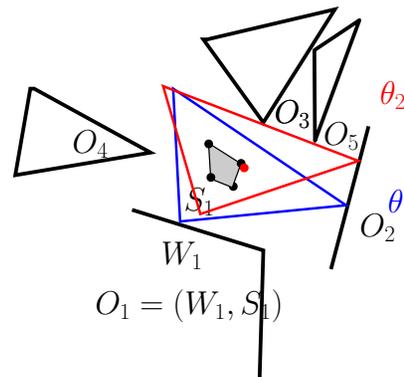
$$L(O_3)(\theta_1) = \{O_2, O_4\}$$

$$L(O_4)(\theta_1) = \{O_1, O_3\}$$

$$L(O_5)(\theta_1) = \{\}$$

# Idee des Filterns

- Krit. Platzierung  $\theta_2$  mit drei Kontakten ( $O_2, O_3, O_5$ ): (Halb)Frei?
- **Bereits in Komponente**: Kurz vorher ( $\theta_1 = \theta_2 - \epsilon$ ),  $O_2, O_3$  und  $O_5$  erzeugten mind. einen Knoten von  $C_{frei}^{\theta_1}(V^{\theta_1})$ , mutiert zu neuem Knoten, oder zwei Knoten verschmelzen
- Kontakt  $O$ : Listen  $L_O$  der Knotenerzeugung!
- Beispiel!!



$$L(O_1)(\theta_1) = \{O_2, O_4\}$$

$$L(O_2)(\theta_1) = \{O_1, O_3\}$$

$$L(O_3)(\theta_1) = \{O_2, O_4\}$$

$$L(O_4)(\theta_1) = \{O_1, O_3\}$$

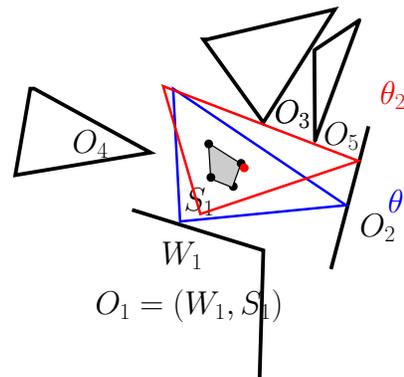
$$L(O_5)(\theta_1) = \{\}$$

$(O_2, O_3, O_5)$

Frei?

# Idee des Filterns

- Krit. Platzierung  $\theta_2$  mit drei Kontakten ( $O_2, O_3, O_5$ ): (Halb)Frei?
- **Bereits in Komponente**: Kurz vorher ( $\theta_1 = \theta_2 - \epsilon$ ),  $O_2, O_3$  und  $O_5$  erzeugten mind. einen Knoten von  $C_{frei}^{\theta_1}(V^{\theta_1})$ , mutiert zu neuem Knoten, oder zwei Knoten verschmelzen
- Kontakt  $O$ : Listen  $L_O$  der Knotenerzeugung!
- Beispiel!!
- Test: Liste von  $L_{O_2}$  oder  $L_{O_3}$  oder  $L_{O_5}$  enthält andere



$$L(O_1)(\theta_1) = \{O_2, O_4\}$$

$$L(O_2)(\theta_1) = \{O_1, O_3\}$$

$$L(O_3)(\theta_1) = \{O_2, O_4\}$$

$$L(O_4)(\theta_1) = \{O_1, O_3\}$$

$$L(O_5)(\theta_1) = \{\}$$

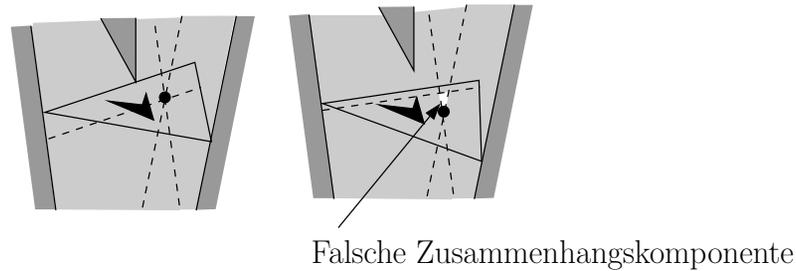
$(O_2, O_3, O_5)$

Frei?

# Problem: Start Komponente

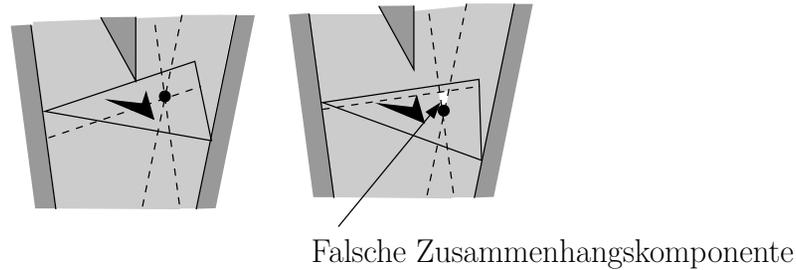
# Problem: Start Komponente

- Beim Entstehen gibt es keine Listen und gar keinen Kontakt!



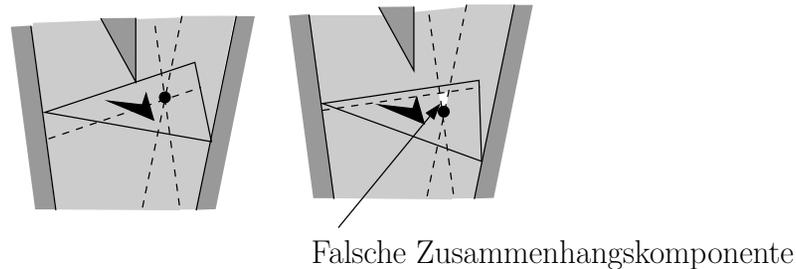
# Problem: Start Komponente

- Beim Entstehen gibt es keine Listen und gar keinen Kontakt!
- Idee: Nur die Komponente, die Startpunkt  $s$  enthält:  $Z_s$



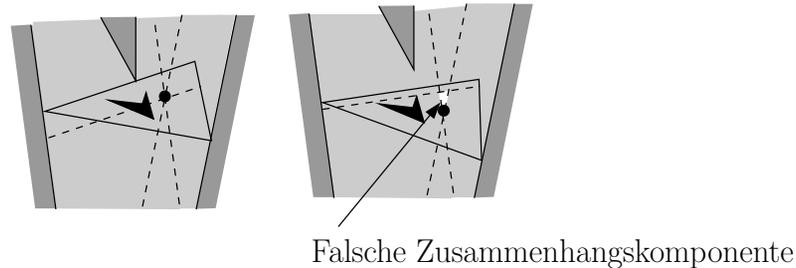
# Problem: Start Komponente

- Beim Entstehen gibt es keine Listen und gar keinen Kontakt!
- Idee: Nur die Komponente, die Startpunkt  $s$  enthält:  $Z_s$
- Zu Beginn: Zshg. Teil von  $C_{frei}^\theta$  und  $V^\theta$



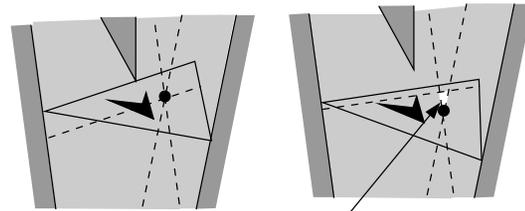
# Problem: Start Komponente

- Beim Entstehen gibt es keine Listen und gar keinen Kontakt!
- Idee: Nur die Komponente, die Startpunkt  $s$  enthält:  $Z_s$
- Zu Beginn: Zshg. Teil von  $C_{frei}^\theta$  und  $V^\theta$
- Wann können andere korr. Komponenten dazu kommen?  
Vereinigung!



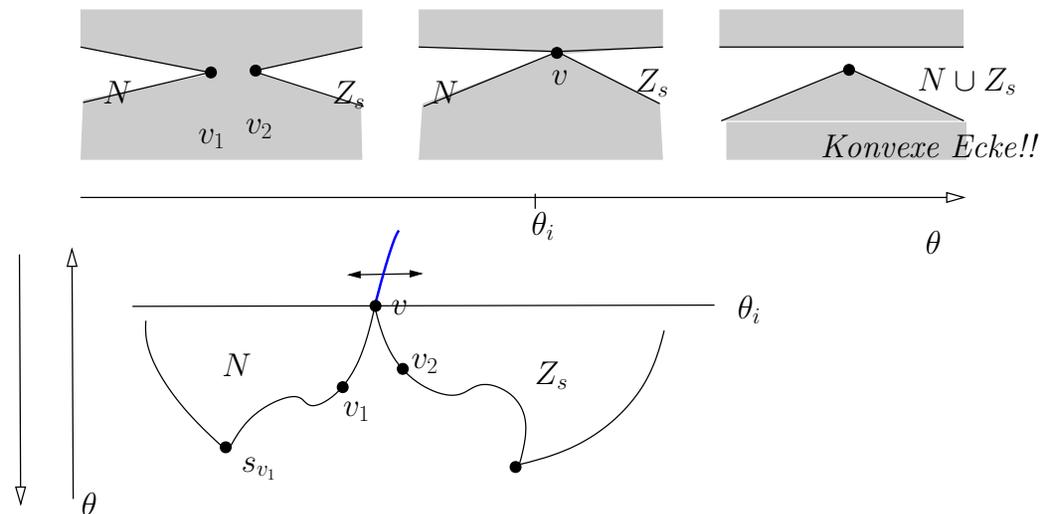
# Problem: Start Komponente

- Beim Entstehen gibt es keine Listen und gar keinen Kontakt!
- Idee: Nur die Komponente, die Startpunkt  $s$  enthält:  $Z_s$
- Zu Beginn: Zshg. Teil von  $C_{frei}^\theta$  und  $V^\theta$
- Wann können andere korr. Komponenten dazu kommen?  
Vereinigung!
- Krit. Orientierung Typ iv)!!



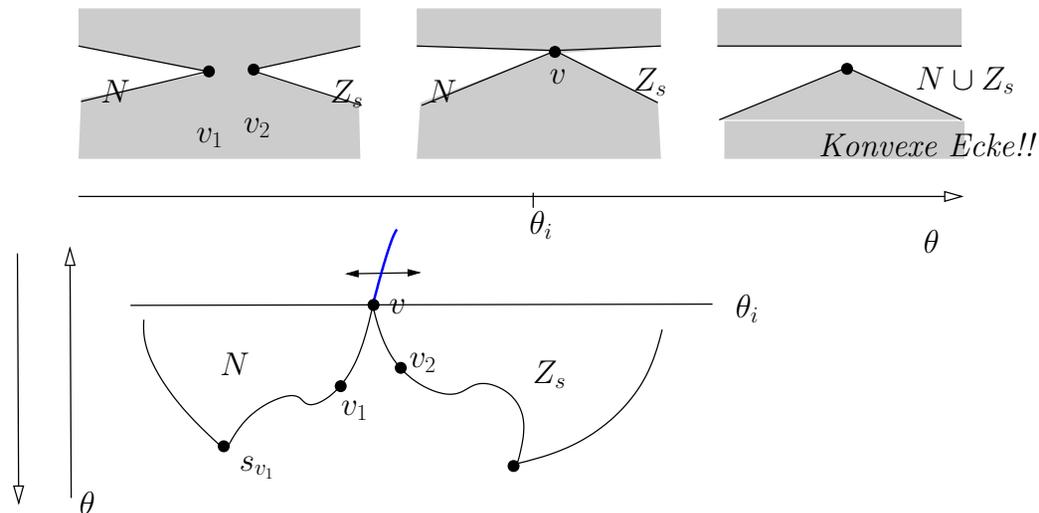
Falsche Zusammenhangskomponente

# Vereinigung von Komponenten!



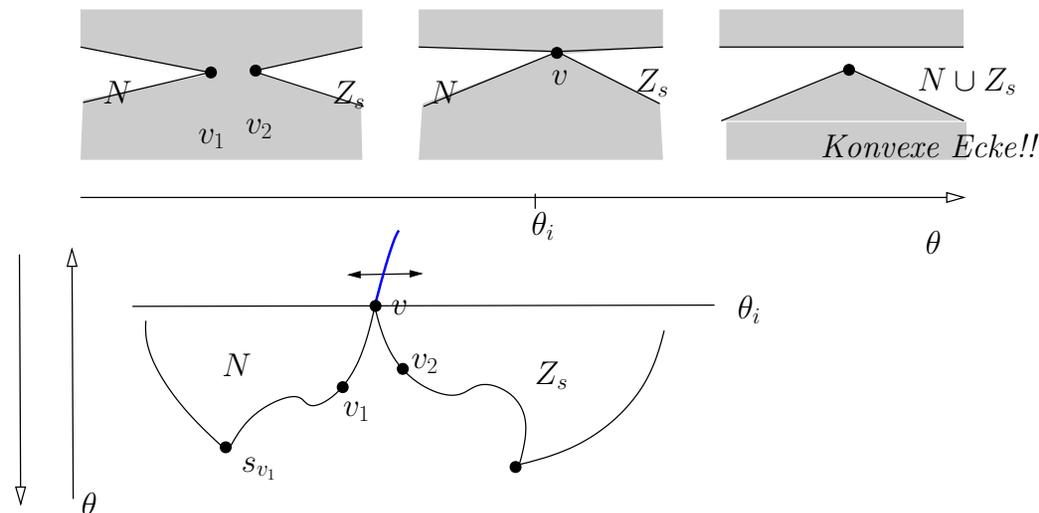
# Vereinigung von Komponenten!

- Ecke/Ecke, Kante/Ecke: Konv. Ecke in  $C_{verb}^\theta$  entsteht!



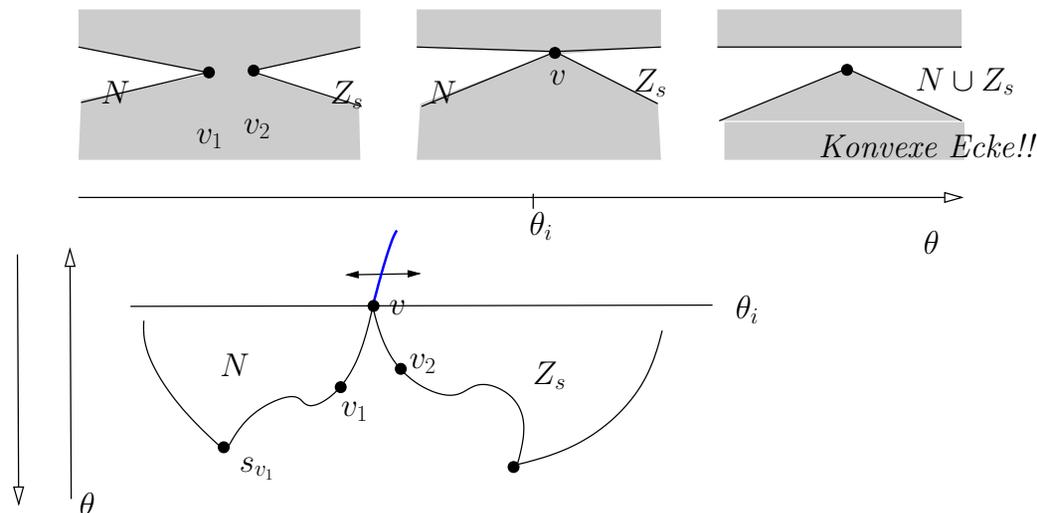
# Vereinigung von Komponenten!

- Ecke/Ecke, Kante/Ecke: Konv. Ecke in  $C_{verb}^\theta$  entsteht!
- Die freien Platz. dieser Art berechnen: Alg. 2.9



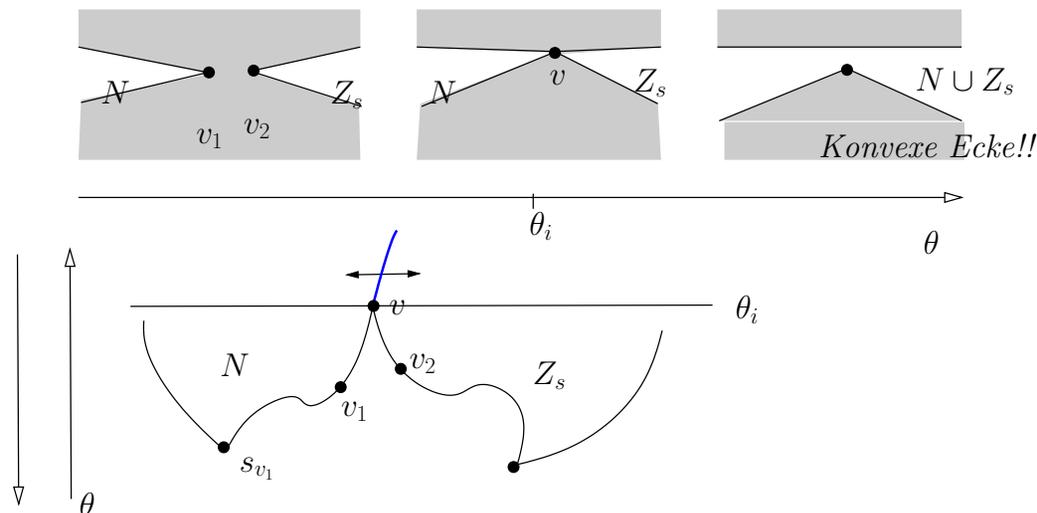
# Vereinigung von Komponenten!

- Ecke/Ecke, Kante/Ecke: Konv. Ecke in  $C_{verb}^\theta$  entsteht!
- Die freien Platz. dieser Art berechnen: Alg. 2.9
- $T' \subseteq T^*$ : Freie Platzierung beginn. konvexer Ecke  $v$



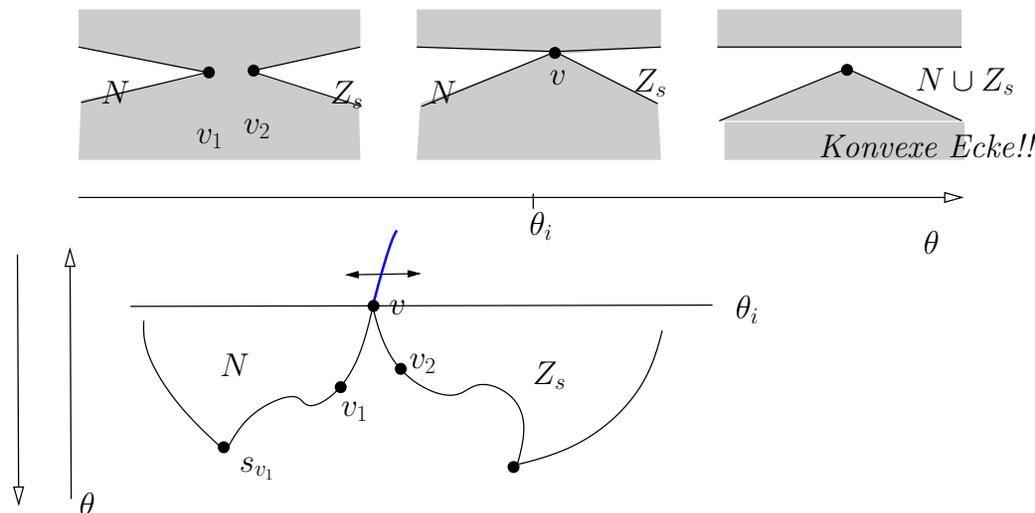
# Vereinigung von Komponenten!

- Ecke/Ecke, Kante/Ecke: Konv. Ecke in  $C_{verb}^\theta$  entsteht!
- Die freien Platz. dieser Art berechnen: Alg. 2.9
- $T' \subseteq T^*$ : Freie Platzierung beginn. konvexer Ecke  $v$
- Komponente, die irgendwann die konvexe Ecke enthält muss irgendwo entstanden sein

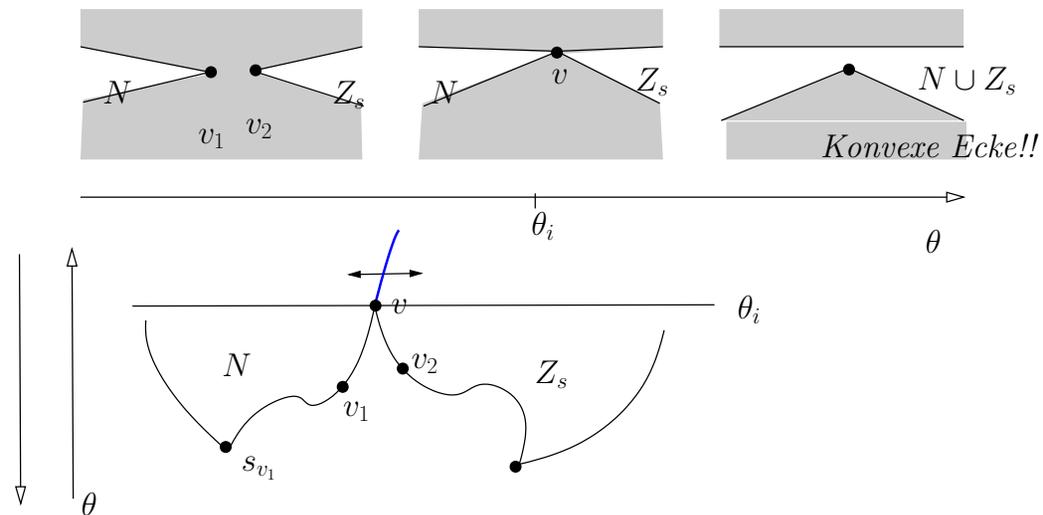


# Vereinigung von Komponenten!

- Ecke/Ecke, Kante/Ecke: Konv. Ecke in  $C_{verb}^\theta$  entsteht!
- Die freien Platz. dieser Art berechnen: Alg. 2.9
- $T' \subseteq T^*$ : Freie Platzierung beginn. konvexer Ecke  $v$
- Komponente, die irgendwann die konvexe Ecke enthält muss irgendwo entstanden sein
- Entstehungszeitpunkte  $s_v$  bestimmen:  $T''$

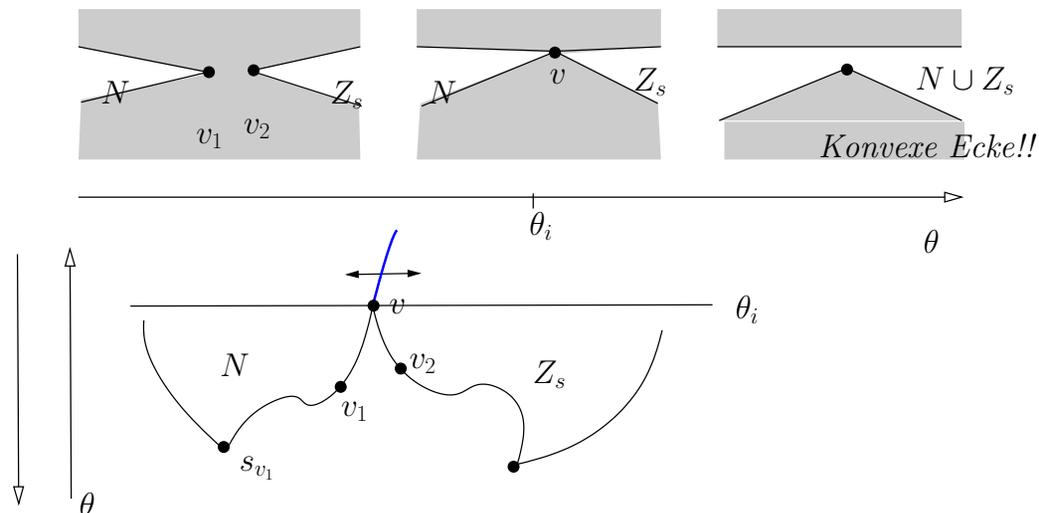


# Nochmals Vorgehensweise!



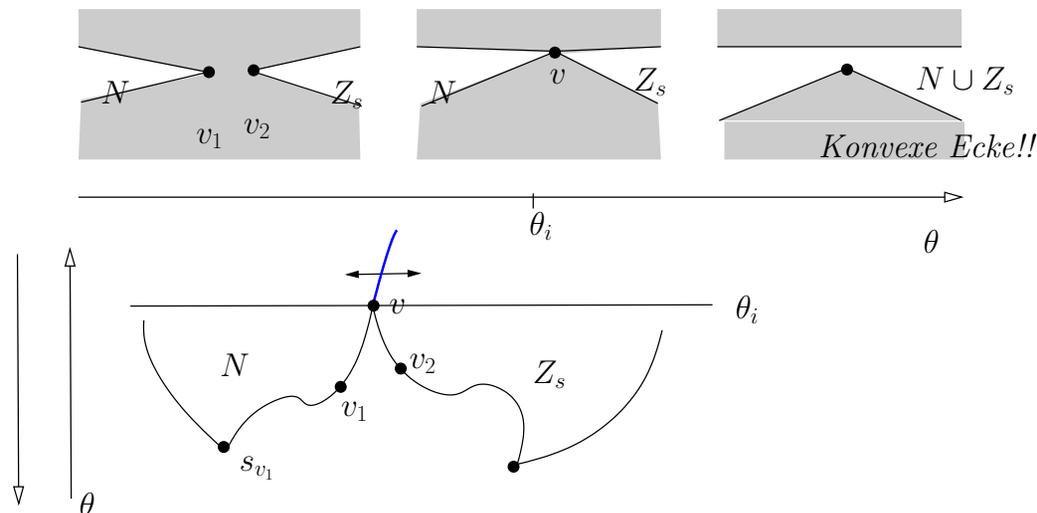
# Nochmals Vorgehensweise!

- Zuerst alle Zeitpunkte, wo freie konv.  $v$  Ecke entsteht:  $T'$



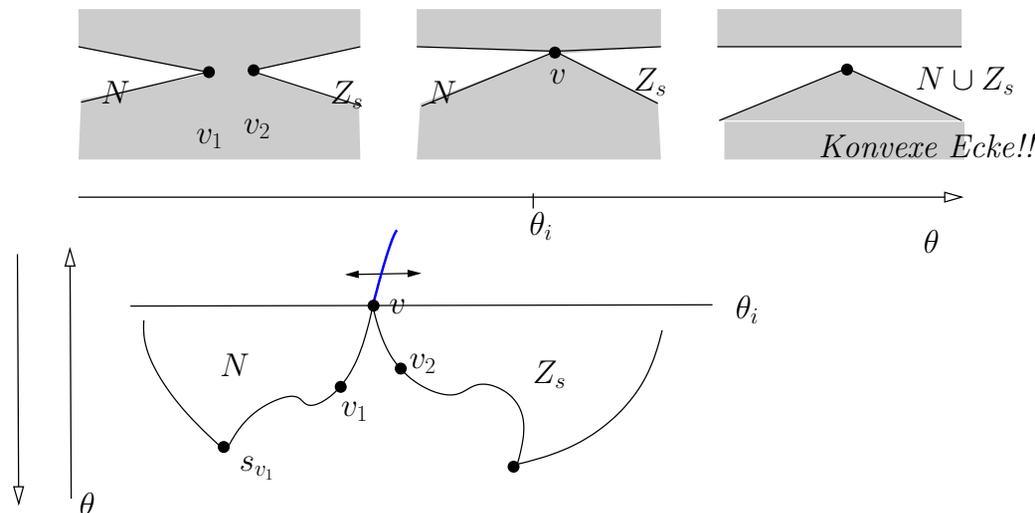
# Nochmals Vorgehensweise!

- Zuerst alle Zeitpunkte, wo freie konv.  $v$  Ecke entsteht:  $T'$
- Alg. 2.9!



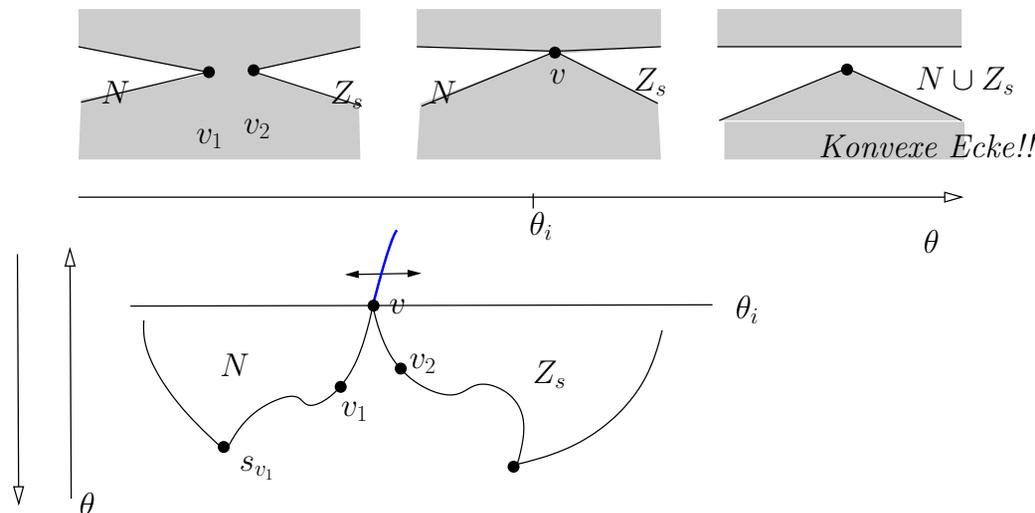
# Nochmals Vorgehensweise!

- Zuerst alle Zeitpunkte, wo freie konv.  $v$  Ecke entsteht:  $T'$
- Alg. 2.9!
- Rückwärtsdurchlauf: Wo entstanden die Komponenten für Element  $v$  aus  $T'$ ?



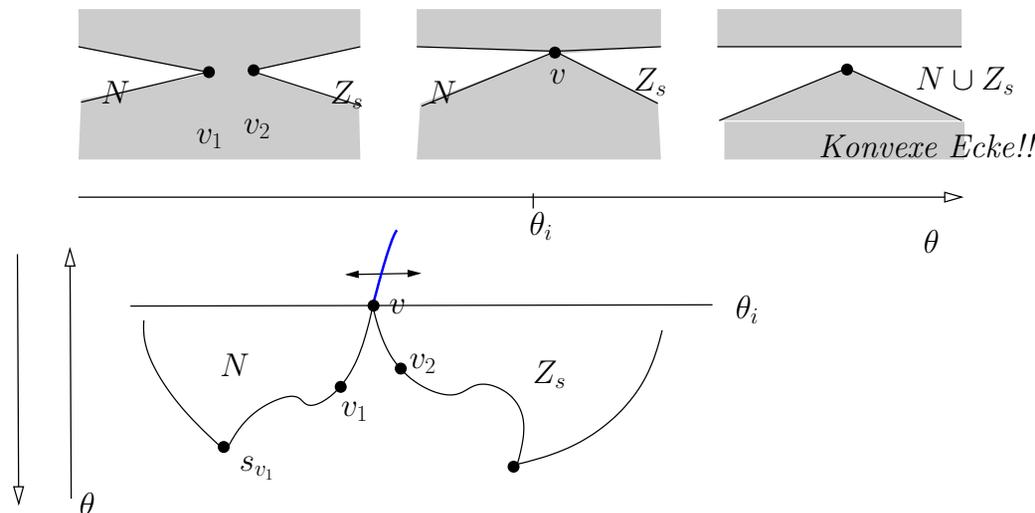
# Nochmals Vorgehensweise!

- Zuerst alle Zeitpunkte, wo freie konv.  $v$  Ecke entsteht:  $T'$
- Alg. 2.9!
- Rückwärtsdurchlauf: Wo entstanden die Komponenten für Element  $v$  aus  $T'$ ? Alg. 2.10



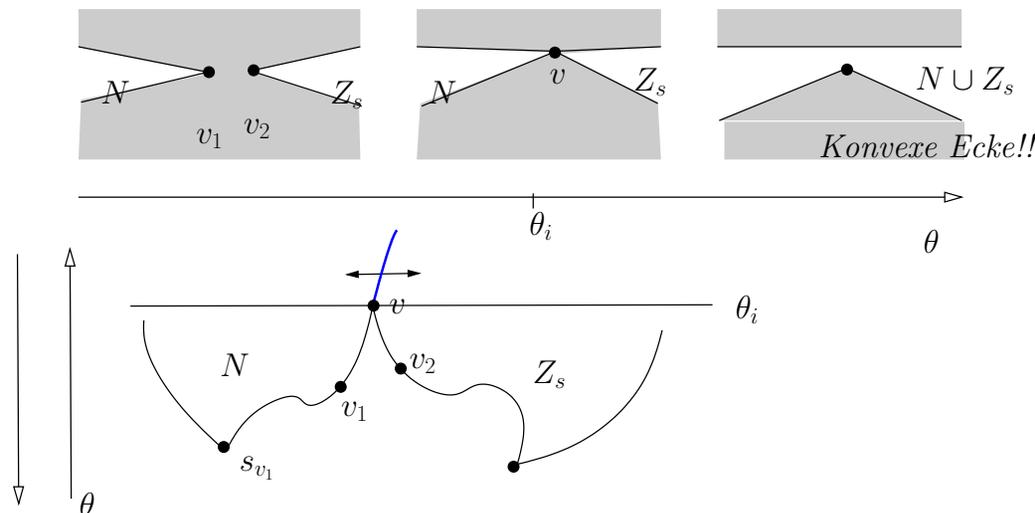
# Nochmals Vorgehensweise!

- Zuerst alle Zeitpunkte, wo freie konv.  $v$  Ecke entsteht:  $T'$
- Alg. 2.9!
- Rückwärtsdurchlauf: Wo entstanden die Komponenten für Element  $v$  aus  $T'$ ? Alg. 2.10
- Alle diese Entstehungszeitpunkte  $s_v$ :  $T''$



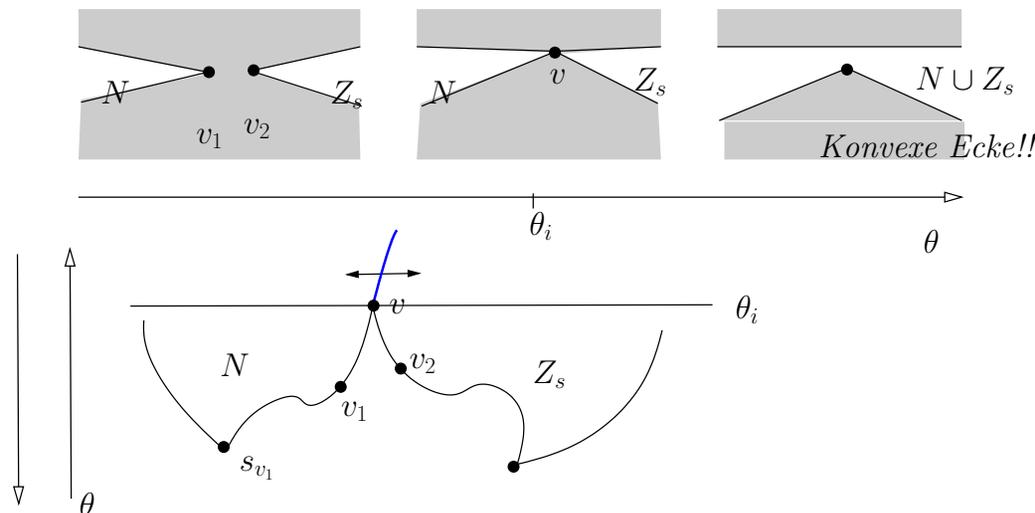
# Nochmals Vorgehensweise!

- Zuerst alle Zeitpunkte, wo freie konv.  $v$  Ecke entsteht:  $T'$
- Alg. 2.9!
- Rückwärtsdurchlauf: Wo entstanden die Komponenten für Element  $v$  aus  $T'$ ? Alg. 2.10
- Alle diese Entstehungszeitpunkte  $s_v$ :  $T''$
- Vorwärtsdurchlauf: Komp. mit aufbauen,

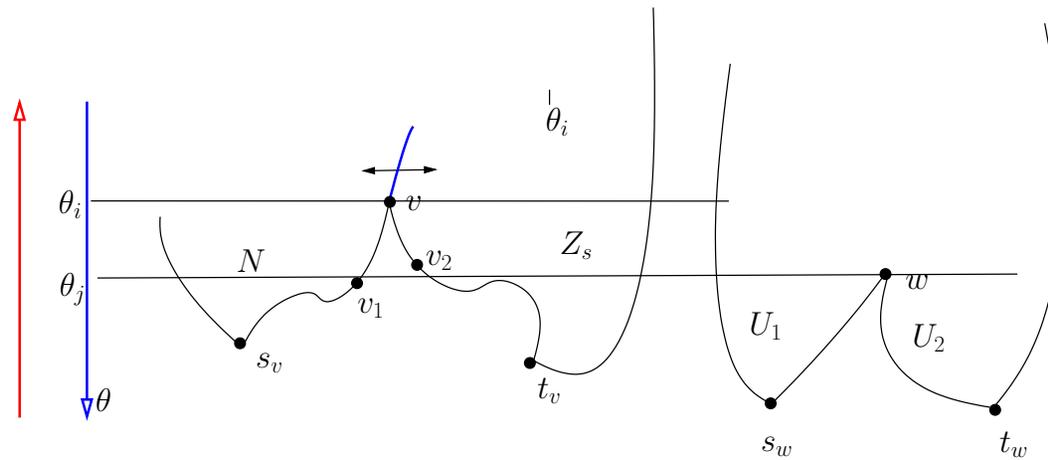


# Nochmals Vorgehensweise!

- Zuerst alle Zeitpunkte, wo freie konv.  $v$  Ecke entsteht:  $T'$
- Alg. 2.9!
- Rückwärtsdurchlauf: Wo entstanden die Komponenten für Element  $v$  aus  $T'$ ? Alg. 2.10
- Alle diese Entstehungszeitpunkte  $s_v$ :  $T''$
- Vorwärtsdurchlauf: Komp. mit aufbauen, korrekt!

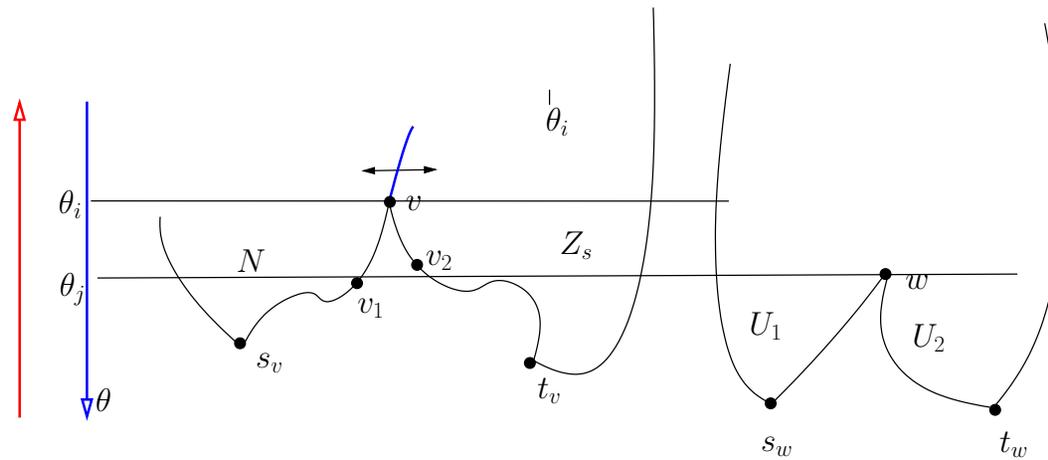


# Was bedeutet das?!



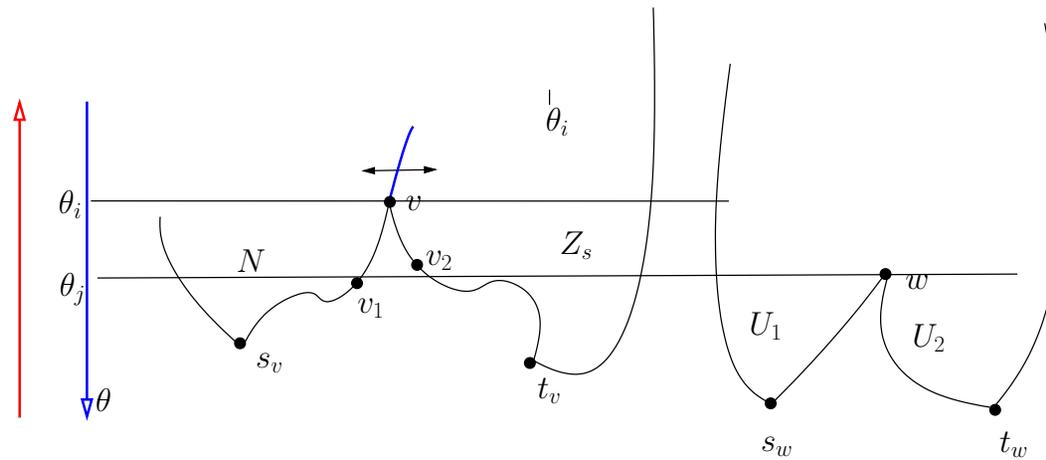
# Was bedeutet das?!

- Neben korrekten Komp. von  $\theta_0$  bauen wir noch die Komponenten auf, die mit Elementen aus  $T''$  starten



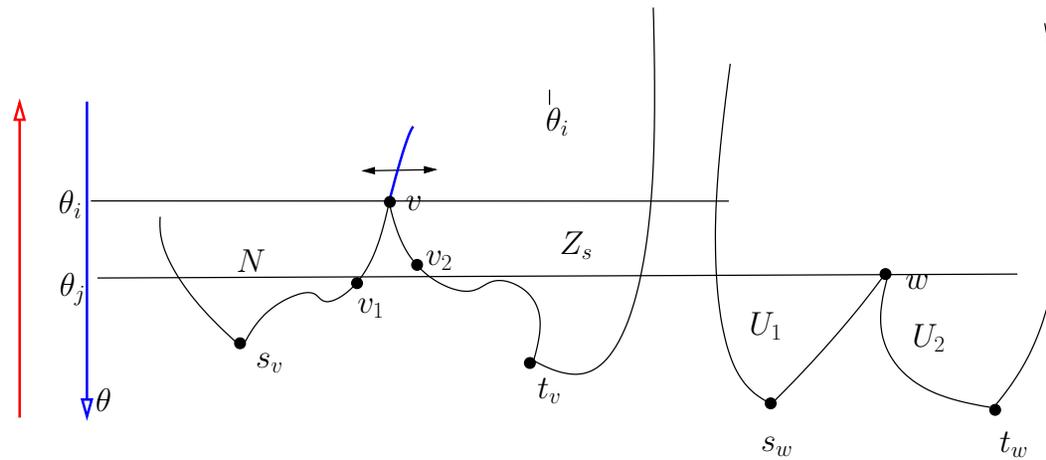
# Was bedeutet das?!

- Neben korrekten Komp. von  $\theta_0$  bauen wir noch die Komponenten auf, die mit Elementen aus  $T''$  starten
- Diese sind auch korrekt



# Was bedeutet das?!

- Neben korrekten Komp. von  $\theta_0$  bauen wir noch die Komponenten auf, die mit Elementen aus  $T''$  starten
- Diese sind auch korrekt
- Können evtl. mit  $Z_s$  zusammenfallen



# Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

**Output:**  $T' \subseteq T^*$ : krit. Orient., konv. Ecke von  $C_{verb}^\theta$  ((iii)/(iv))

## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

**Output:**  $T' \subseteq T^*$ : krit. Orient., konv. Ecke von  $C_{verb}^\theta$  ((iii)/(iv))

**Intervalle** :  $O((mn)^2)$  verbotene Winkelintervalle (gleich!)

## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

**Output:**  $T' \subseteq T^*$ : krit. Orient., konv. Ecke von  $C_{verb}^\theta$  ((iii)/(iv))

**Intervalle** :  $O((mn)^2)$  verbotene Winkelintervalle (gleich!)

Ber. Vereinigung Intervalle durch Sort.:  $O((mn)^2 \log(mn))$

## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

**Output:**  $T' \subseteq T^*$ : krit. Orient., konv. Ecke von  $C_{verb}^\theta$  ((iii)/(iv))

**Intervalle** :  $O((mn)^2)$  verbotene Winkelintervalle (gleich!)

Ber. Vereinigung Intervalle durch Sort.:  $O((mn)^2 \log(mn))$

$T'$  enthält die Endpunkte der vereinigten Intervalle.

## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

**Output:**  $T' \subseteq T^*$ : krit. Orient., konv. Ecke von  $C_{verb}^\theta$  ((iii)/(iv))

**Intervalle** :  $O((mn)^2)$  verbotene Winkelintervalle (gleich!)

Ber. Vereinigung Intervalle durch Sort.:  $O((mn)^2 \log(mn))$

$T'$  enthält die Endpunkte der vereinigten Intervalle.

Nicht jedesmal entsteht neuer Zusammenhang!!

## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

**Output:**  $T' \subseteq T^*$ : krit. Orient., konv. Ecke von  $C_{verb}^\theta$  ((iii)/(iv))

**Intervalle** :  $O((mn)^2)$  verbotene Winkelintervalle (gleich!)

Ber. Vereinigung Intervalle durch Sort.:  $O((mn)^2 \log(mn))$

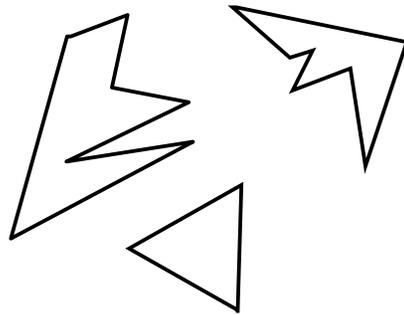
$T'$  enthält die Endpunkte der vereinigten Intervalle.

Nicht jedesmal entsteht neuer Zusammenhang!!

# Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

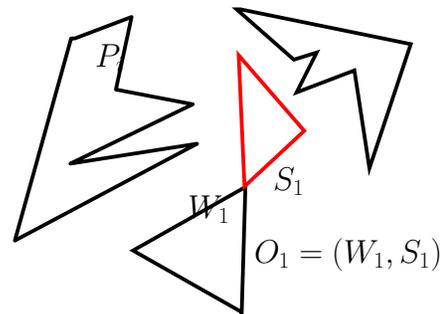
## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

Für ein Ecke/Ecke Kontaktpaar, Kontaktecke  $v$ :



# Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

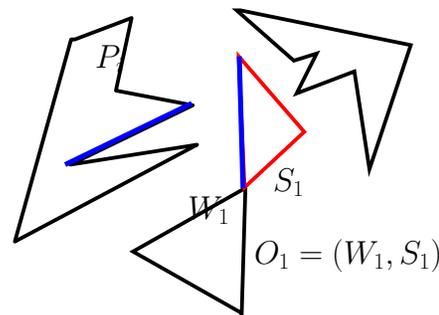
Für ein Ecke/Ecke Kontaktpaar, Kontaktecke  $v$ :



## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

Für ein Ecke/Ecke Kontaktpaar, Kontaktecke  $v$ :

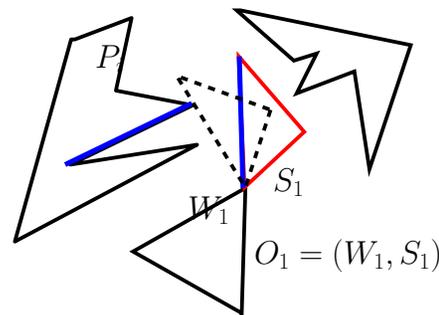
- Für jede Kante  $H_j$  eines Hindernisses  $P_i$  und jede Kante  $R_l$  von  $R$ . Ber. durch Rotation von  $R$  um  $v$  Intervall der Orient., bei denen  $R_l$  das Hindernis  $P_i$  schneidet.



## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

Für ein Ecke/Ecke Kontaktpaar, Kontaktecke  $v$ :

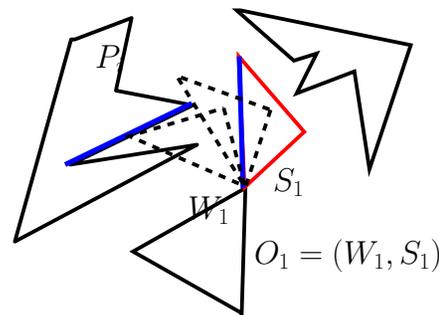
- Für jede Kante  $H_j$  eines Hindernisses  $P_i$  und jede Kante  $R_l$  von  $R$ . Ber. durch Rotation von  $R$  um  $v$  Intervall der Orient., bei denen  $R_l$  das Hindernis  $P_i$  schneidet.



## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

Für ein Ecke/Ecke Kontaktpaar, Kontaktecke  $v$ :

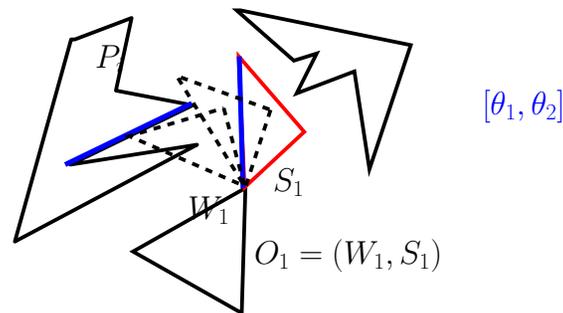
- Für jede Kante  $H_j$  eines Hindernisses  $P_i$  und jede Kante  $R_l$  von  $R$ . Ber. durch Rotation von  $R$  um  $v$  Intervall der Orient., bei denen  $R_l$  das Hindernis  $P_i$  schneidet.



## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

Für ein Ecke/Ecke Kontaktpaar, Kontaktecke  $v$ :

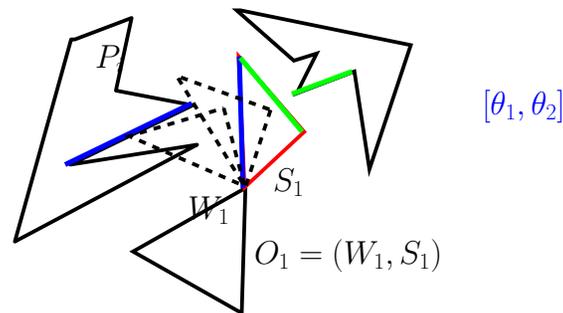
- Für jede Kante  $H_j$  eines Hindernisses  $P_i$  und jede Kante  $R_l$  von  $R$ . Ber. durch Rotation von  $R$  um  $v$  Intervall der Orient., bei denen  $R_l$  das Hindernis  $P_i$  schneidet.



## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

Für ein Ecke/Ecke Kontaktpaar, Kontaktecke  $v$ :

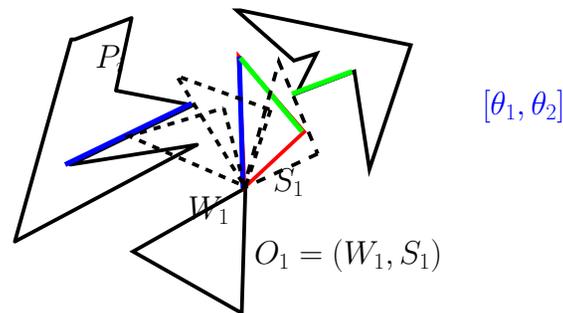
- Für jede Kante  $H_j$  eines Hindernisses  $P_i$  und jede Kante  $R_l$  von  $R$ . Ber. durch Rotation von  $R$  um  $v$  Intervall der Orient., bei denen  $R_l$  das Hindernis  $P_i$  schneidet.



## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

Für ein Ecke/Ecke Kontaktpaar, Kontaktecke  $v$ :

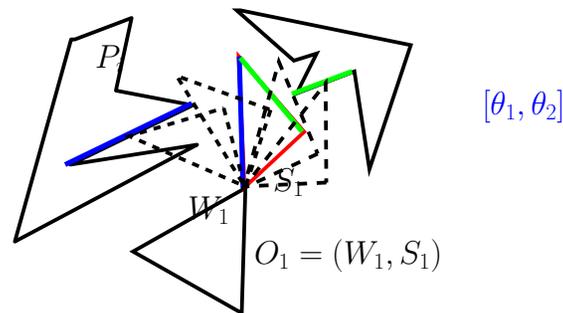
- Für jede Kante  $H_j$  eines Hindernisses  $P_i$  und jede Kante  $R_l$  von  $R$ . Ber. durch Rotation von  $R$  um  $v$  Intervall der Orient., bei denen  $R_l$  das Hindernis  $P_i$  schneidet.



## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

Für ein Ecke/Ecke Kontaktpaar, Kontaktecke  $v$ :

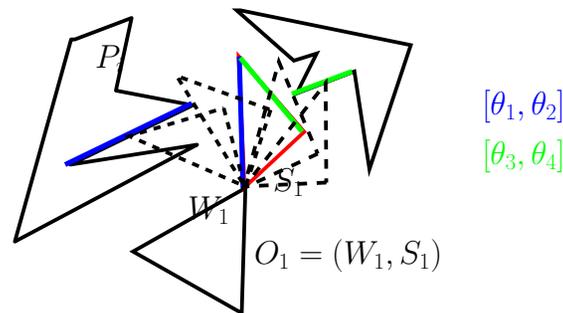
- Für jede Kante  $H_j$  eines Hindernisses  $P_i$  und jede Kante  $R_l$  von  $R$ . Ber. durch Rotation von  $R$  um  $v$  Intervall der Orient., bei denen  $R_l$  das Hindernis  $P_i$  schneidet.



## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

Für ein Ecke/Ecke Kontaktpaar, Kontaktecke  $v$ :

- Für jede Kante  $H_j$  eines Hindernisses  $P_i$  und jede Kante  $R_l$  von  $R$ . Ber. durch Rotation von  $R$  um  $v$  Intervall der Orient., bei denen  $R_l$  das Hindernis  $P_i$  schneidet.
- Insgesamt  $O(mn)$  verbotene Winkelintervalle in Zeit  $O(mn)$ .



# Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

- $O(mn)$  Intervalle für ein Ecke/Ecke Paar

## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

- $O(mn)$  Intervalle für ein Ecke/Ecke Paar
- Vereinigung der Intervalle durch Sortieren in  $O(mn \log mn)$

## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

- $O(mn)$  Intervalle für ein Ecke/Ecke Paar
- Vereinigung der Intervalle durch Sortieren in  $O(mn \log mn)$
- Ränder ergeben Platzierungen

## Freie Konv. Ecken $T'$ : Alg. 2.9

- $O(mn)$  Intervalle für ein Ecke/Ecke Paar
- Vereinigung der Intervalle durch Sortieren in  $O(mn \log mn)$
- Ränder ergeben Platzierungen
- $O((mn)^2 \log mn)$  für alle Ecke/Ecke Paare

# Int. freie Orient. $T''$ : Alg. 2.10

# Int. freie Orient. $T''$ : Alg. 2.10

- Idee:

## Int. freie Orient. $T''$ : Alg. 2.10

- Idee: Verfolge die Orientierungen aus  $T'$  bis Komponente entsteht

## Int. freie Orient. $T''$ : Alg. 2.10

- Idee: Verfolge die Orientierungen aus  $T'$  bis Komponente entsteht
- Output:

## Int. freie Orient. $T''$ : Alg. 2.10

- Idee: Verfolge die Orientierungen aus  $T'$  bis Komponente entsteht
- Output:  $T'' \subseteq T^*$ : alle kritischen Orientierungen, lokal entsteht neue *interessante* Komponente

## Int. freie Orient. $T''$ : Alg. 2.10

- Idee: Verfolge die Orientierungen aus  $T'$  bis Komponente entsteht
- Output:  $T'' \subseteq T^*$ : alle kritischen Orientierungen, lokal entsteht neue *interessante* Komponente
- Datenstruktur:

## Int. freie Orient. $T''$ : Alg. 2.10

- Idee: Verfolge die Orientierungen aus  $T'$  bis Komponente entsteht
- Output:  $T'' \subseteq T^*$ : alle kritischen Orientierungen, lokal entsteht neue *interessante* Komponente
- Datenstruktur: Für jedes Kontaktpaar  $O$  unterhalte nach  $\theta$  sortierte Liste  $L_O(\theta)$ : Kontakte  $O'$  die mit  $O$  Knoten in  $C_{\text{frei}}^\theta$  erzeugen.

## Int. freie Orient. $T''$ : Alg. 2.10

- Idee: Verfolge die Orientierungen aus  $T'$  bis Komponente entsteht
- Output:  $T'' \subseteq T^*$ : alle kritischen Orientierungen, lokal entsteht neue *interessante* Komponente
- Datenstruktur: Für jedes Kontaktpaar  $O$  unterhalte nach  $\theta$  sortierte Liste  $L_O(\theta)$ : Kontakte  $O'$  die mit  $O$  Knoten in  $C_{\text{frei}}^\theta$  erzeugen.
- Initialisierung:

## Int. freie Orient. $T''$ : Alg. 2.10

- Idee: Verfolge die Orientierungen aus  $T'$  bis Komponente entsteht
- Output:  $T'' \subseteq T^*$ : alle kritischen Orientierungen, lokal entsteht neue *interessante* Komponente
- Datenstruktur: Für jedes Kontaktpaar  $O$  unterhalte nach  $\theta$  sortierte Liste  $L_O(\theta)$ : Kontakte  $O'$  die mit  $O$  Knoten in  $C_{\text{frei}}^\theta$  erzeugen.
- Initialisierung: Ber.  $C_{\text{frei}}^{\theta_0}$  für Startorientierung  $\theta_0$ , initialisiere Listen  $L_O(\theta_0)$  Kontaktpaaren  $O, O'$ , die in  $C_{\text{frei}}^{\theta_0}$  Knoten erzeugen.

# Alg. 2.10

## Alg. 2.10

Bearbeite nach **fallendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

## Alg. 2.10

Bearbeite nach **fallendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Falls  $\theta_i \in T'$ :

## Alg. 2.10

Bearbeite nach **fallendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Falls  $\theta_i \in T'$ :  $O_1, O'_1$  die Kontaktp. von  $v_1$  und  $O_2, O'_2$  von  $v_2$ .

## Alg. 2.10

Bearbeite nach **fallendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Falls  $\theta_i \in T'$ :  $O_1, O'_1$  die Kontaktp. von  $v_1$  und  $O_2, O'_2$  von  $v_2$ .  
Füge ein:

## Alg. 2.10

Bearbeite nach **fallendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Falls  $\theta_i \in T'$ :  $O_1, O'_1$  die Kontaktp. von  $v_1$  und  $O_2, O'_2$  von  $v_2$ .  
Füge ein:  $O'_1$  in  $L_{O_1}(\theta_i)$ ,  $O_1$  in  $L_{O'_1}(\theta_i)$ ,  $O'_2$  in  $L_{O_2}(\theta_i)$ ,  $O_2$  in  $L_{O'_2}(\theta_i)$

## Alg. 2.10

Bearbeite nach **fallendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Falls  $\theta_i \in T'$ :  $O_1, O'_1$  die Kontaktp. von  $v_1$  und  $O_2, O'_2$  von  $v_2$ .  
Füge ein:  $O'_1$  in  $L_{O_1}(\theta_i)$ ,  $O_1$  in  $L_{O'_1}(\theta_i)$ ,  $O'_2$  in  $L_{O_2}(\theta_i)$ ,  $O_2$  in  $L_{O'_2}(\theta_i)$
- Falls  $\theta_i \notin T'$ :

## Alg. 2.10

Bearbeite nach **fallendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Falls  $\theta_i \in T'$ :  $O_1, O'_1$  die Kontaktp. von  $v_1$  und  $O_2, O'_2$  von  $v_2$ .  
Füge ein:  $O'_1$  in  $L_{O_1}(\theta_i)$ ,  $O_1$  in  $L_{O'_1}(\theta_i)$ ,  $O'_2$  in  $L_{O_2}(\theta_i)$ ,  $O_2$  in  $L_{O'_2}(\theta_i)$
- Falls  $\theta_i \notin T'$ :
  - $O, O', O''$  die zugeh. Kontaktpaare:

## Alg. 2.10

Bearbeite nach **fallendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Falls  $\theta_i \in T'$ :  $O_1, O'_1$  die Kontaktp. von  $v_1$  und  $O_2, O'_2$  von  $v_2$ .  
Füge ein:  $O'_1$  in  $L_{O_1}(\theta_i)$ ,  $O_1$  in  $L_{O'_1}(\theta_i)$ ,  $O'_2$  in  $L_{O_2}(\theta_i)$ ,  $O_2$  in  $L_{O'_2}(\theta_i)$
- Falls  $\theta_i \notin T'$ :
  - $O, O', O''$  die zugeh. Kontaktpaare: Suche nach  $O$  oder  $O'$  in  $L_{O''}(\theta_i)$ , nach  $O$  oder  $O''$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ , nach  $O'$  oder  $O''$  in  $L_O(\theta_i)$

## Alg. 2.10

Bearbeite nach **fallendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Falls  $\theta_i \in T'$ :  $O_1, O'_1$  die Kontaktp. von  $v_1$  und  $O_2, O'_2$  von  $v_2$ .  
Füge ein:  $O'_1$  in  $L_{O_1}(\theta_i)$ ,  $O_1$  in  $L_{O'_1}(\theta_i)$ ,  $O'_2$  in  $L_{O_2}(\theta_i)$ ,  $O_2$  in  $L_{O'_2}(\theta_i)$
- Falls  $\theta_i \notin T'$ :
  - $O, O', O''$  die zugeh. Kontaktpaare: Suche nach  $O$  oder  $O'$  in  $L_{O''}(\theta_i)$ , nach  $O$  oder  $O''$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ , nach  $O'$  oder  $O''$  in  $L_O(\theta_i)$
  - Suche erfolglos:

## Alg. 2.10

Bearbeite nach **fallendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Falls  $\theta_i \in T'$ :  $O_1, O'_1$  die Kontaktp. von  $v_1$  und  $O_2, O'_2$  von  $v_2$ .  
Füge ein:  $O'_1$  in  $L_{O_1}(\theta_i)$ ,  $O_1$  in  $L_{O'_1}(\theta_i)$ ,  $O'_2$  in  $L_{O_2}(\theta_i)$ ,  $O_2$  in  $L_{O'_2}(\theta_i)$
- Falls  $\theta_i \notin T'$ :
  - $O, O', O''$  die zugeh. Kontaktpaare: Suche nach  $O$  oder  $O'$  in  $L_{O''}(\theta_i)$ , nach  $O$  oder  $O''$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ , nach  $O'$  oder  $O''$  in  $L_O(\theta_i)$
  - Suche erfolglos: ignoriere  $\theta_i$ .

## Alg. 2.10

Bearbeite nach **fallendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Falls  $\theta_i \in T'$ :  $O_1, O'_1$  die Kontaktp. von  $v_1$  und  $O_2, O'_2$  von  $v_2$ .  
Füge ein:  $O'_1$  in  $L_{O_1}(\theta_i)$ ,  $O_1$  in  $L_{O'_1}(\theta_i)$ ,  $O'_2$  in  $L_{O_2}(\theta_i)$ ,  $O_2$  in  $L_{O'_2}(\theta_i)$
- Falls  $\theta_i \notin T'$ :
  - $O, O', O''$  die zugeh. Kontaktpaare: Suche nach  $O$  oder  $O'$  in  $L_{O''}(\theta_i)$ , nach  $O$  oder  $O''$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ , nach  $O'$  oder  $O''$  in  $L_O(\theta_i)$
  - Suche erfolglos: ignoriere  $\theta_i$ .
  - Falls z.B.  $O'$  in  $L_O(\theta_i)$  (oder  $O$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ ) ( $\theta_i$  ist frei)

## Alg. 2.10

Bearbeite nach **fallendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Falls  $\theta_i \in T'$ :  $O_1, O'_1$  die Kontaktp. von  $v_1$  und  $O_2, O'_2$  von  $v_2$ .  
Füge ein:  $O'_1$  in  $L_{O_1}(\theta_i)$ ,  $O_1$  in  $L_{O'_1}(\theta_i)$ ,  $O'_2$  in  $L_{O_2}(\theta_i)$ ,  $O_2$  in  $L_{O'_2}(\theta_i)$
- Falls  $\theta_i \notin T'$ :
  - $O, O', O''$  die zugeh. Kontaktpaare: Suche nach  $O$  oder  $O'$  in  $L_{O''}(\theta_i)$ , nach  $O$  oder  $O''$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ , nach  $O'$  oder  $O''$  in  $L_O(\theta_i)$
  - Suche erfolglos: ignoriere  $\theta_i$ .
  - Falls z.B.  $O'$  in  $L_O(\theta_i)$  (oder  $O$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ ) ( $\theta_i$  ist frei) ber. lok. Änderungen in  $C_{\text{frei}}^\theta$ , akt. Listen  $L_O(\theta_i), L_{O'}(\theta_i), L_{O''}(\theta_i)$

## Alg. 2.10

Bearbeite nach **fallendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Falls  $\theta_i \in T'$ :  $O_1, O'_1$  die Kontaktp. von  $v_1$  und  $O_2, O'_2$  von  $v_2$ .  
Füge ein:  $O'_1$  in  $L_{O_1}(\theta_i)$ ,  $O_1$  in  $L_{O'_1}(\theta_i)$ ,  $O'_2$  in  $L_{O_2}(\theta_i)$ ,  $O_2$  in  $L_{O'_2}(\theta_i)$
- Falls  $\theta_i \notin T'$ :
  - $O, O', O''$  die zugeh. Kontaktpaare: Suche nach  $O$  oder  $O'$  in  $L_{O''}(\theta_i)$ , nach  $O$  oder  $O''$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ , nach  $O'$  oder  $O''$  in  $L_O(\theta_i)$
  - Suche erfolglos: ignoriere  $\theta_i$ .
  - Falls z.B.  $O'$  in  $L_O(\theta_i)$  (oder  $O$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ ) ( $\theta_i$  ist frei) ber. lok. Änderungen in  $C_{\text{frei}}^\theta$ , akt. Listen  $L_O(\theta_i), L_{O'}(\theta_i), L_{O''}(\theta_i)$
  - Falls bei  $\theta_i$  Komp. verschw.:

## Alg. 2.10

Bearbeite nach **fallendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Falls  $\theta_i \in T'$ :  $O_1, O'_1$  die Kontaktp. von  $v_1$  und  $O_2, O'_2$  von  $v_2$ .  
Füge ein:  $O'_1$  in  $L_{O_1}(\theta_i)$ ,  $O_1$  in  $L_{O'_1}(\theta_i)$ ,  $O'_2$  in  $L_{O_2}(\theta_i)$ ,  $O_2$  in  $L_{O'_2}(\theta_i)$
- Falls  $\theta_i \notin T'$ :
  - $O, O', O''$  die zugeh. Kontaktpaare: Suche nach  $O$  oder  $O'$  in  $L_{O''}(\theta_i)$ , nach  $O$  oder  $O''$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ , nach  $O'$  oder  $O''$  in  $L_O(\theta_i)$
  - Suche erfolglos: ignoriere  $\theta_i$ .
  - Falls z.B.  $O'$  in  $L_O(\theta_i)$  (oder  $O$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ ) ( $\theta_i$  ist frei) ber. lok. Änderungen in  $C_{\text{frei}}^\theta$ , akt. Listen  $L_O(\theta_i), L_{O'}(\theta_i), L_{O''}(\theta_i)$
  - Falls bei  $\theta_i$  Komp. verschw.: Füge  $\theta_i$  in  $T''$  ein.

# Was bisher geschah!!

# Was bisher geschah!!

Kritische Orientierungen  $T^*$

$$O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$$

# Was bisher geschah!!

Kritische Orientierungen  $T^*$   $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$   
Orientierungen  $T'$  (konv. Eck. von  $C_{\text{verb}}^\theta$ )  $O(m^2 n^2 \log(mn))$

# Was bisher geschah!!

|  |                                |
|--|--------------------------------|
| Kritische Orientierungen $T^*$                                 | $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$ |
| Orientierungen $T'$ (konv. Eck. von $C_{\text{verb}}^\theta$ ) | $O(m^2 n^2 \log(mn))$          |
| Orientierungen $T''$ (wicht. Komp.)                            | $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$ |

# Was bisher geschah!!

|  |                                |
|--|--------------------------------|
| Kritische Orientierungen $T^*$                                 | $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$ |
| Orientierungen $T'$ (konv. Eck. von $C_{\text{verb}}^\theta$ ) | $O(m^2 n^2 \log(mn))$          |
| Orientierungen $T''$ (wicht. Komp.)                            | $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$ |
| $T$ aus $T^*, T'$ und $T''$                                    | $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$ |

# Was bisher geschah!!

|  |                                |
|--|--------------------------------|
| Kritische Orientierungen $T^*$                                 | $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$ |
| Orientierungen $T'$ (konv. Eck. von $C_{\text{verb}}^\theta$ ) | $O(m^2 n^2 \log(mn))$          |
| Orientierungen $T''$ (wicht. Komp.)                            | $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$ |
| $T$ aus $T^*, T'$ und $T''$                                    | $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$ |
| $T$ enthält alles was wir brauchen!                            |                                |

# Was bisher geschah!!

|  |                                |
|--|--------------------------------|
| Kritische Orientierungen $T^*$                                 | $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$ |
| Orientierungen $T'$ (konv. Eck. von $C_{\text{verb}}^\theta$ ) | $O(m^2 n^2 \log(mn))$          |
| Orientierungen $T''$ (wicht. Komp.)                            | $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$ |
| $T$ aus $T^*, T'$ und $T''$                                    | $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$ |
| $T$ enthält alles was wir brauchen!                            |                                |
| Alle sortiert!!  |                                |

# Was bisher geschah!!

|  |                                |
|--|--------------------------------|
| Kritische Orientierungen $T^*$                                 | $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$ |
| Orientierungen $T'$ (konv. Eck. von $C_{\text{verb}}^\theta$ ) | $O(m^2 n^2 \log(mn))$          |
| Orientierungen $T''$ (wicht. Komp.)                            | $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$ |
| $T$ aus $T^*, T'$ und $T''$                                    | $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$ |
| $T$ enthält alles was wir brauchen!                            |                                |
| Alle sortiert!!  |                                |

Danach: Mit  $T$  den notwendigen Kantengraph aufbauen!!

# Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

# Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

- Idee:

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

- Idee: Aus  $T^*$  die gültigen Orient. mit  $T'$  und  $T''$  und Listen

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

- Idee: Aus  $T^*$  die gültigen Orient. mit  $T'$  und  $T''$  und Listen
- Output:

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

- Idee: Aus  $T^*$  die gültigen Orient. mit  $T'$  und  $T''$  und Listen
- Output:  $T$ : Menge aller gültigen kritischen Orientierungen

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

- Idee: Aus  $T^*$  die gültigen Orient. mit  $T'$  und  $T''$  und Listen
- Output:  $T$ : Menge aller gültigen kritischen Orientierungen
- Datenstruktur:

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

- Idee: Aus  $T^*$  die gültigen Orient. mit  $T'$  und  $T''$  und Listen
- Output:  $T$ : Menge aller gültigen kritischen Orientierungen
- Datenstruktur: Für jedes Kontaktpaar  $O$  unterhalte nach  $\theta$  sort. Liste  $L_O(\theta)$ : Kontakte  $O'$  die zusammen mit  $O$  Knoten in  $C_{\text{frei}}^\theta$  erzeugen.

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

- Idee: Aus  $T^*$  die gültigen Orient. mit  $T'$  und  $T''$  und Listen
- Output:  $T$ : Menge aller gültigen kritischen Orientierungen
- Datenstruktur: Für jedes Kontaktpaar  $O$  unterhalte nach  $\theta$  sort. Liste  $L_O(\theta)$ : Kontakte  $O'$  die zusammen mit  $O$  Knoten in  $C_{\text{frei}}^\theta$  erzeugen.
- Initialisierung:

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

- Idee: Aus  $T^*$  die gültigen Orient. mit  $T'$  und  $T''$  und Listen
- Output:  $T$ : Menge aller gültigen kritischen Orientierungen
- Datenstruktur: Für jedes Kontaktpaar  $O$  unterhalte nach  $\theta$  sort. Liste  $L_O(\theta)$ : Kontakte  $O'$  die zusammen mit  $O$  Knoten in  $C_{\text{frei}}^\theta$  erzeugen.
- Initialisierung: Ber.  $C_{\text{frei}}^{\theta_0}$  für Startorientierung  $\theta_0$ , init. Listen  $L_O(\theta_0)$  mit Kontaktpaaren  $O, O'$ , die in  $C_{\text{frei}}^{\theta_0}$  Knoten erzeugen.

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

- Idee: Aus  $T^*$  die gültigen Orient. mit  $T'$  und  $T''$  und Listen
- Output:  $T$ : Menge aller gültigen kritischen Orientierungen
- Datenstruktur: Für jedes Kontaktpaar  $O$  unterhalte nach  $\theta$  sort. Liste  $L_O(\theta)$ : Kontakte  $O'$  die zusammen mit  $O$  Knoten in  $C_{\text{frei}}^\theta$  erzeugen.
- Initialisierung: Ber.  $C_{\text{frei}}^{\theta_0}$  für Startorientierung  $\theta_0$ , init. Listen  $L_O(\theta_0)$  mit Kontaktpaaren  $O, O'$ , die in  $C_{\text{frei}}^{\theta_0}$  Knoten erzeugen.
- Listen werden für drei Kontakte verwendet!!

# Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

Bearbeite nach **steigendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

Bearbeite nach **steigendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Teste, ob bei  $\theta_i$  evtl. neue Komponente entsteht.

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

Bearbeite nach **steigendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Teste, ob bei  $\theta_i$  evtl. neue Komponente entsteht.
- Falls ja:

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

Bearbeite nach **steigendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Teste, ob bei  $\theta_i$  evtl. neue Komponente entsteht.
- Falls ja:
  - Falls  $\theta_i \notin T''$ : ignoriere  $\theta_i$ .

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

Bearbeite nach **steigendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Teste, ob bei  $\theta_i$  evtl. neue Komponente entsteht.
- Falls ja:
  - Falls  $\theta_i \notin T''$ : ignoriere  $\theta_i$ .
  - Ansonsten aktualisiere die Listen  $L_O(\theta_i)$ .

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

Bearbeite nach **steigendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Teste, ob bei  $\theta_i$  evtl. neue Komponente entsteht.
- Falls ja:
  - Falls  $\theta_i \notin T''$ : ignoriere  $\theta_i$ .
  - Ansonsten aktualisiere die Listen  $L_O(\theta_i)$ .
- Falls nein:

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

Bearbeite nach **steigendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Teste, ob bei  $\theta_i$  evtl. neue Komponente entsteht.
- Falls ja:
  - Falls  $\theta_i \notin T''$ : ignoriere  $\theta_i$ .
  - Ansonsten aktualisiere die Listen  $L_O(\theta_i)$ .
- Falls nein:
  - $O, O', O''$  die zugeh. Kontaktpaare.

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

Bearbeite nach **steigendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Teste, ob bei  $\theta_i$  evtl. neue Komponente entsteht.
- Falls ja:
  - Falls  $\theta_i \notin T''$ : ignoriere  $\theta_i$ .
  - Ansonsten aktualisiere die Listen  $L_O(\theta_i)$ .
- Falls nein:
  - $O, O', O''$  die zugeh. Kontaktpaare. Suche nach  $O$  oder  $O'$  in  $L_{O''}(\theta_i)$ , nach  $O$  oder  $O''$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ , nach  $O'$  oder  $O''$  in  $L_O(\theta_i)$ .

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

Bearbeite nach **steigendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Teste, ob bei  $\theta_i$  evtl. neue Komponente entsteht.
- Falls ja:
  - Falls  $\theta_i \notin T''$ : ignoriere  $\theta_i$ .
  - Ansonsten aktualisiere die Listen  $L_O(\theta_i)$ .
- Falls nein:
  - $O, O', O''$  die zugeh. Kontaktpaare. Suche nach  $O$  oder  $O'$  in  $L_{O''}(\theta_i)$ , nach  $O$  oder  $O''$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ , nach  $O'$  oder  $O''$  in  $L_O(\theta_i)$ .
  - Falls z.B.  $O'$  in  $L_O(\theta_i)$  (oder  $O$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ ) ( $\theta_i$  ist frei):

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

Bearbeite nach **steigendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Teste, ob bei  $\theta_i$  evtl. neue Komponente entsteht.
- Falls ja:
  - Falls  $\theta_i \notin T''$ : ignoriere  $\theta_i$ .
  - Ansonsten aktualisiere die Listen  $L_O(\theta_i)$ .
- Falls nein:
  - $O, O', O''$  die zugeh. Kontaktpaare. Suche nach  $O$  oder  $O'$  in  $L_{O''}(\theta_i)$ , nach  $O$  oder  $O''$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ , nach  $O'$  oder  $O''$  in  $L_O(\theta_i)$ .
  - Falls z.B.  $O'$  in  $L_O(\theta_i)$  (oder  $O$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ ) ( $\theta_i$  ist frei): ber. lok. Änderungen in  $C_{\text{frei}}^\theta$ ,

## Freie Orient. $T$ Alg. 2.11

Bearbeite nach **steigendem Winkel** alle krit. Orient.  $\theta_i \in T^*$ :

- Teste, ob bei  $\theta_i$  evtl. neue Komponente entsteht.
- Falls ja:
  - Falls  $\theta_i \notin T''$ : ignoriere  $\theta_i$ .
  - Ansonsten aktualisiere die Listen  $L_O(\theta_i)$ .
- Falls nein:
  - $O, O', O''$  die zugeh. Kontaktpaare. Suche nach  $O$  oder  $O'$  in  $L_{O''}(\theta_i)$ , nach  $O$  oder  $O''$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ , nach  $O'$  oder  $O''$  in  $L_O(\theta_i)$ .
  - Falls z.B.  $O'$  in  $L_O(\theta_i)$  (oder  $O$  in  $L_{O'}(\theta_i)$ ) ( $\theta_i$  ist frei): ber. lok. Änderungen in  $C_{\text{frei}}^\theta$ , akt. Listen  $L_O(\theta_i), L_{O'}(\theta_i), L_{O''}(\theta_i)$ .

- Falls Suche erfolglos (z.B. nur zwei Kontaktpaare),

- Falls Suche erfolglos (z.B. nur zwei Kontaktpaare), teste  $\theta_i \in T'$ .

- Falls Suche erfolglos (z.B. nur zwei Kontaktpaare), teste  $\theta_i \in T'$ . Falls ja:

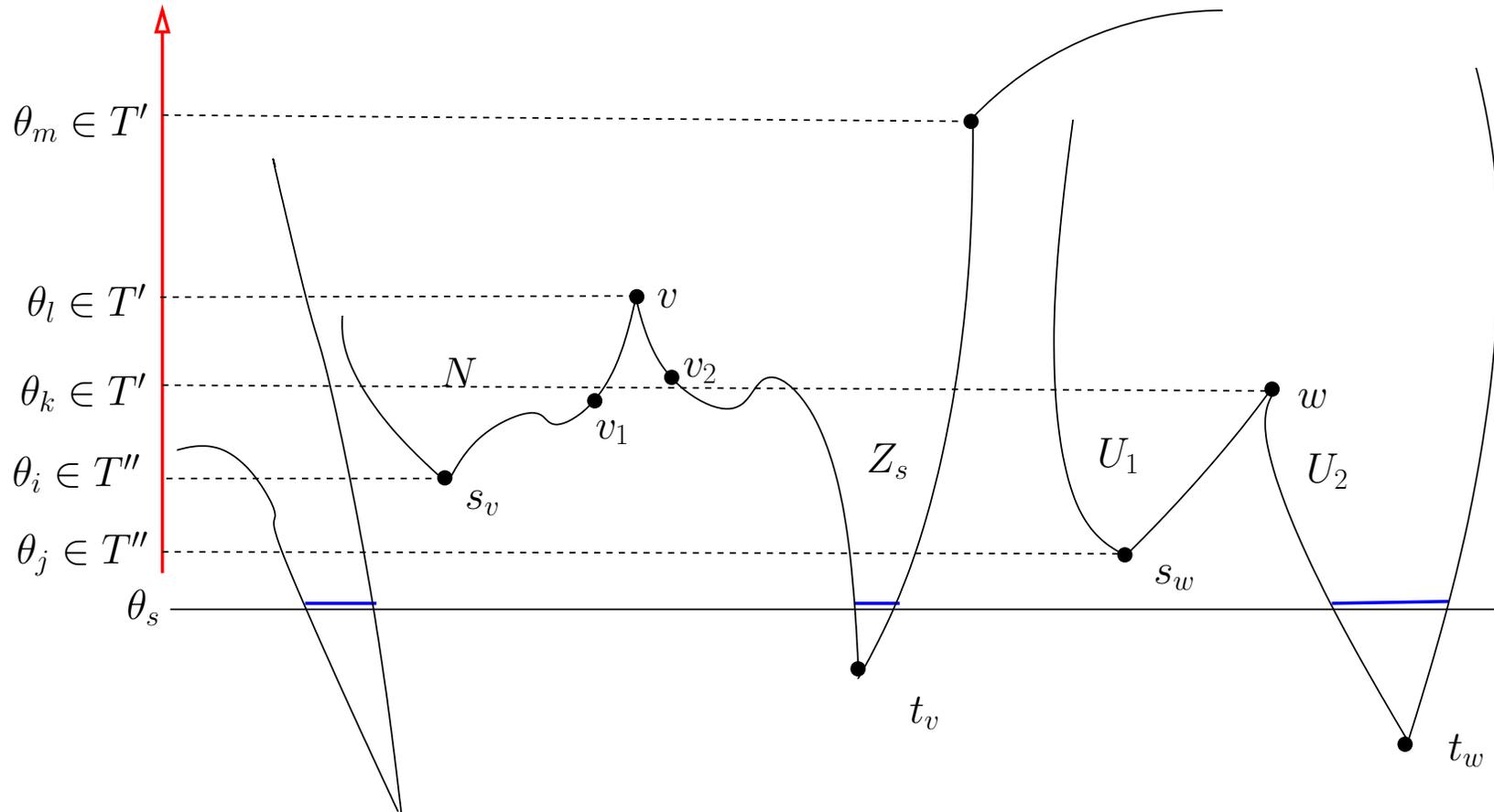
- Falls Suche erfolglos (z.B. nur zwei Kontaktpaare), teste  $\theta_i \in T'$ . Falls ja: Es entsteht konvexe Ecke von  $C_{\text{verb}}^\theta$ , aber keine neue Komponente,  $\theta_i$  ist gültig.

- Falls Suche erfolglos (z.B. nur zwei Kontaktpaare), teste  $\theta_i \in T'$ . Falls ja: Es entsteht konvexe Ecke von  $C_{\text{verb}}^\theta$ , aber keine neue Komponente,  $\theta_i$  ist gültig. Falls nein:

- Falls Suche erfolglos (z.B. nur zwei Kontaktpaare), teste  $\theta_i \in T'$ . Falls ja: Es entsteht konvexe Ecke von  $C_{\text{verb}}^\theta$ , aber keine neue Komponente,  $\theta_i$  ist gültig. Falls nein: ignoriere  $\theta_i$ .

- Falls Suche erfolglos (z.B. nur zwei Kontaktpaare), teste  $\theta_i \in T'$ . Falls ja: Es entsteht konvexe Ecke von  $C_{\text{verb}}^\theta$ , aber keine neue Komponente,  $\theta_i$  ist gültig. Falls nein: ignoriere  $\theta_i$ .
- $T$  besteht aus allen nicht ignorierten Orientierungen aus  $T^*$ .

# Veranschaulichung!!



## Insgesamt!!

|  |                                |
|--|--------------------------------|
| Kritische Orientierungen $T^*$                                 | $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$ |
| Orientierungen $T'$ (konv. Eck. von $C_{\text{verb}}^\theta$ ) | $O(m^2 n^2 \log(mn))$          |
| Orientierungen $T''$ (wicht. Komp.)                            | $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$ |
| $T$ aus $T^*, T'$ und $T''$                                    | $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$ |

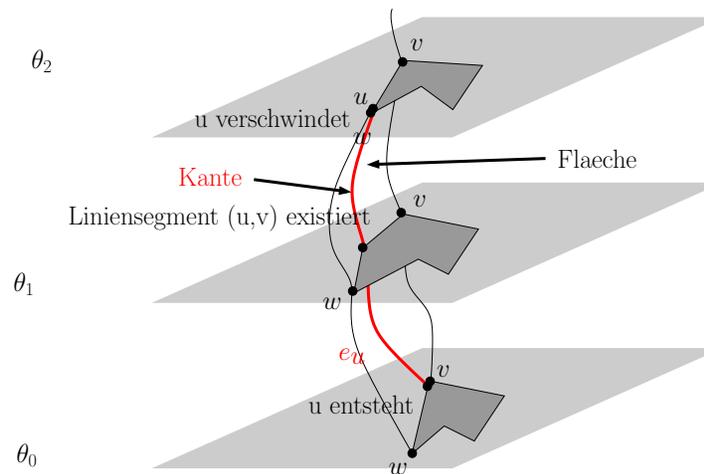
$T$  enthält alles was wir brauchen!

Damit läßt sich sukzessive  $V^\theta$  bestimmen, sukzessive der Kantengraph aufbauen

Zeit  $O(mn \lambda_6(mn) \log(mn))$

# Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

- erweiterte Knoten  $(u, L(u))$ : Kante in  $C_{frei}$
- erweiterter Knoten  $(v, L(v))$ : Kante in  $C_{frei}$
- erw. Kante  $e = ((u, L(u)), (v, L(v)))$  mit  $L(e)$ : Fläche in  $C_{frei}$



# Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

- Berechne Menge  $T$  aller kritischen Orientierungen, sortiert nach aufsteigendem  $\theta$ !

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

- Berechne Menge  $T$  aller kritischen Orientierungen, sortiert nach aufsteigendem  $\theta$ ! Zeit:  $O(nm\lambda_6(mn) \log mn)$ ,

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

- Berechne Menge  $T$  aller kritischen Orientierungen, sortiert nach aufsteigendem  $\theta$ ! Zeit:  $O(nm\lambda_6(mn) \log mn)$ ,  
 $|T| = O(nm\lambda_6(mn))$

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

- Berechne Menge  $T$  aller kritischen Orientierungen, sortiert nach aufsteigendem  $\theta$ ! Zeit:  $O(nm\lambda_6(mn) \log mn)$ ,  
 $|T| = O(nm\lambda_6(mn))$
- Wähle  $\theta_0 \notin T$  und berechne  $V^{\theta_0}$ .

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

- Berechne Menge  $T$  aller kritischen Orientierungen, sortiert nach aufsteigendem  $\theta$ ! Zeit:  $O(nm\lambda_6(mn) \log mn)$ ,  
 $|T| = O(nm\lambda_6(mn))$
- Wähle  $\theta_0 \notin T$  und berechne  $V^{\theta_0}$ .
- Initialisiere  $E$  mit den Kanten und Knoten aus  $V^{\theta_0}$ , dabei bleiben die Lebensdauerintervalle  $L(u)$  zunächst undefiniert.

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

- Berechne Menge  $T$  aller kritischen Orientierungen, sortiert nach aufsteigendem  $\theta$ ! Zeit:  $O(nm\lambda_6(mn) \log mn)$ ,  
 $|T| = O(nm\lambda_6(mn))$
- Wähle  $\theta_0 \notin T$  und berechne  $V^{\theta_0}$ .
- Initialisiere  $E$  mit den Kanten und Knoten aus  $V^{\theta_0}$ , dabei bleiben die Lebensdauerintervalle  $L(u)$  zunächst undefiniert. (Wir sind mitten in einem Intervall!!)

# Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

# Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

- Sukzessive:

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

- Sukzessive: Für Orientierung  $\theta_i$  in  $T$ :

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

- Sukzessive: Für Orientierung  $\theta_i$  in  $T$ :
  - Bestimme die Änderungen in  $V^\theta$ : Übergang von  $\theta = \theta_i - \varepsilon$  nach  $\theta = \theta_i + \varepsilon$

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

- Sukzessive: Für Orientierung  $\theta_i$  in  $T$ :
  - Bestimme die Änderungen in  $V^\theta$ : Übergang von  $\theta = \theta_i - \varepsilon$  nach  $\theta = \theta_i + \varepsilon$
  - Entferne alle verschwindenden Knoten und Kanten  $v_1, \dots, v_r, e_1, \dots, e_s$  aus  $V^\theta$ ,

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

- Sukzessive: Für Orientierung  $\theta_i$  in  $T$ :
  - Bestimme die Änderungen in  $V^\theta$ : Übergang von  $\theta = \theta_i - \varepsilon$  nach  $\theta = \theta_i + \varepsilon$
  - Entferne alle verschwindenden Knoten und Kanten  $v_1, \dots, v_r, e_1, \dots, e_s$  aus  $V^\theta$ , setze  $\theta_i$  als obere Grenze der Lebensdauer von  $L(v_j)$  bzw.  $L(e_k)$  ein

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

- Sukzessive: Für Orientierung  $\theta_i$  in  $T$ :
  - Bestimme die Änderungen in  $V^\theta$ : Übergang von  $\theta = \theta_i - \varepsilon$  nach  $\theta = \theta_i + \varepsilon$
  - Entferne alle verschwindenden Knoten und Kanten  $v_1, \dots, v_r, e_1, \dots, e_s$  aus  $V^\theta$ , setze  $\theta_i$  als obere Grenze der Lebensdauer von  $L(v_j)$  bzw.  $L(e_k)$  ein
  - Füge alle neu entstandenen Knoten und Kanten  $v_1^*, \dots, v_r^*, e_1^*, \dots, e_s^*$  in  $V^\theta$  und  $E$  ein,

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

- Sukzessive: Für Orientierung  $\theta_i$  in  $T$ :
  - Bestimme die Änderungen in  $V^\theta$ : Übergang von  $\theta = \theta_i - \varepsilon$  nach  $\theta = \theta_i + \varepsilon$
  - Entferne alle verschwindenden Knoten und Kanten  $v_1, \dots, v_r, e_1, \dots, e_s$  aus  $V^\theta$ , setze  $\theta_i$  als obere Grenze der Lebensdauer von  $L(v_j)$  bzw.  $L(e_k)$  ein
  - Füge alle neu entstandenen Knoten und Kanten  $v_1^*, \dots, v_r^*, e_1^*, \dots, e_s^*$  in  $V^\theta$  und  $E$  ein, setze  $\theta_i$  als untere Grenze der Lebensdauer von  $L(v_j^*)$  bzw.  $L(e_k^*)$  ein

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

- Sukzessive: Für Orientierung  $\theta_i$  in  $T$ :
  - Bestimme die Änderungen in  $V^\theta$ : Übergang von  $\theta = \theta_i - \varepsilon$  nach  $\theta = \theta_i + \varepsilon$
  - Entferne alle verschwindenden Knoten und Kanten  $v_1, \dots, v_r, e_1, \dots, e_s$  aus  $V^\theta$ , setze  $\theta_i$  als obere Grenze der Lebensdauer von  $L(v_j)$  bzw.  $L(e_k)$  ein
  - Füge alle neu entstandenen Knoten und Kanten  $v_1^*, \dots, v_r^*, e_1^*, \dots, e_s^*$  in  $V^\theta$  und  $E$  ein, setze  $\theta_i$  als untere Grenze der Lebensdauer von  $L(v_j^*)$  bzw.  $L(e_k^*)$  ein
- Nach  $2\pi$  Durchlauf bei  $\theta_0$ :

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

- Sukzessive: Für Orientierung  $\theta_i$  in  $T$ :
  - Bestimme die Änderungen in  $V^\theta$ : Übergang von  $\theta = \theta_i - \varepsilon$  nach  $\theta = \theta_i + \varepsilon$
  - Entferne alle verschwindenden Knoten und Kanten  $v_1, \dots, v_r, e_1, \dots, e_s$  aus  $V^\theta$ , setze  $\theta_i$  als obere Grenze der Lebensdauer von  $L(v_j)$  bzw.  $L(e_k)$  ein
  - Füge alle neu entstandenen Knoten und Kanten  $v_1^*, \dots, v_r^*, e_1^*, \dots, e_s^*$  in  $V^\theta$  und  $E$  ein, setze  $\theta_i$  als untere Grenze der Lebensdauer von  $L(v_j^*)$  bzw.  $L(e_k^*)$  ein
- Nach  $2\pi$  Durchlauf bei  $\theta_0$ : Trage noch fehlenden Lebensdauern nach,

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

- Sukzessive: Für Orientierung  $\theta_i$  in  $T$ :
  - Bestimme die Änderungen in  $V^\theta$ : Übergang von  $\theta = \theta_i - \varepsilon$  nach  $\theta = \theta_i + \varepsilon$
  - Entferne alle verschwindenden Knoten und Kanten  $v_1, \dots, v_r, e_1, \dots, e_s$  aus  $V^\theta$ , setze  $\theta_i$  als obere Grenze der Lebensdauer von  $L(v_j)$  bzw.  $L(e_k)$  ein
  - Füge alle neu entstandenen Knoten und Kanten  $v_1^*, \dots, v_r^*, e_1^*, \dots, e_s^*$  in  $V^\theta$  und  $E$  ein, setze  $\theta_i$  als untere Grenze der Lebensdauer von  $L(v_j^*)$  bzw.  $L(e_k^*)$  ein
- Nach  $2\pi$  Durchlauf bei  $\theta_0$ : Trage noch fehlenden Lebensdauern nach, genauer: fasse zwei Knoten der Art  $(u, (\theta_1, \text{undef.}))$  und  $(u, (\text{undef.}, \theta_2))$  zu Knoten  $(u, (\theta_1, \theta_2))$  zusammen

# Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

# Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

Analyse:

# Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

Analyse:

Alle Änderungen in  $O(mn\lambda_6(mn) \log mn)$ ,

# Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

Analyse:

Alle Änderungen in  $O(mn\lambda_6(mn) \log mn)$ , bereits gezeigt

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

Analyse:

Alle Änderungen in  $O(mn\lambda_6(mn) \log mn)$ , bereits gezeigt

Kantengraph hat Komplexität  $O(mn\lambda_6(mn))$

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

Analyse:

Alle Änderungen in  $O(mn\lambda_6(mn) \log mn)$ , bereits gezeigt

Kantengraph hat Komplexität  $O(mn\lambda_6(mn))$

Anfangs:  $O(mn)$ ,

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

Analyse:

Alle Änderungen in  $O(mn\lambda_6(mn) \log mn)$ , bereits gezeigt

Kantengraph hat Komplexität  $O(mn\lambda_6(mn))$

Anfangs:  $O(mn)$ , dann kommen noch  $O(mn\lambda_6(mn))$  Änderungen dazu

## Aufbau des Kantengraphen: Alg. 2.12

Analyse:

Alle Änderungen in  $O(mn\lambda_6(mn) \log mn)$ , bereits gezeigt

Kantengraph hat Komplexität  $O(mn\lambda_6(mn))$

Anfangs:  $O(mn)$ , dann kommen noch  $O(mn\lambda_6(mn))$  Änderungen dazu

Aufbau:  $O(mn\lambda_6(mn) \log mn)$ !

# Bahnplanung mit Kantengraph

# Bahnplanung mit Kantengraph

- Bewegung von Orientierung  $(x_1, y_1, \theta_1)$  zu  $(x_2, y_2, \theta_2)$ ?

# Bahnplanung mit Kantengraph

- Bewegung von Orientierung  $(x_1, y_1, \theta_1)$  zu  $(x_2, y_2, \theta_2)$ ?
- Kantengraph repräsentiert den Rand von  $C_{frei}$

# Bahnplanung mit Kantengraph

- Bewegung von Orientierung  $(x_1, y_1, \theta_1)$  zu  $(x_2, y_2, \theta_2)$ ?
- Kantengraph repräsentiert den Rand von  $C_{frei}$
- Erstmal auf den Rand!!

# Bahnplanung mit Kantengraph

- Bewegung von Orientierung  $(x_1, y_1, \theta_1)$  zu  $(x_2, y_2, \theta_2)$ ?
- Kantengraph repräsentiert den Rand von  $C_{frei}$
- Erstmal auf den Rand!!
- **Def. 2.44** Abbildung auf den Rand

# Bahnplanung mit Kantengraph

- Bewegung von Orientierung  $(x_1, y_1, \theta_1)$  zu  $(x_2, y_2, \theta_2)$ ?
- Kantengraph repräsentiert den Rand von  $C_{frei}$
- Erstmal auf den Rand!!
- **Def. 2.44** Abbildung auf den Rand
- $\Phi : C_{frei} \longrightarrow$  Knoten von E

# Bahnplanung mit Kantengraph

- Bewegung von Orientierung  $(x_1, y_1, \theta_1)$  zu  $(x_2, y_2, \theta_2)$ ?
- Kantengraph repräsentiert den Rand von  $C_{frei}$
- Erstmal auf den Rand!!
- **Def. 2.44** Abbildung auf den Rand
- $\Phi : C_{frei} \longrightarrow$  Knoten von E
- $(x, y, \theta) \longmapsto$  Knoten  $(u, L(u))$

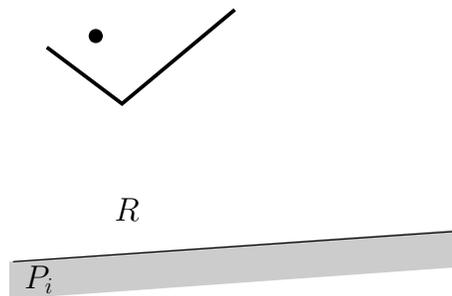
# Bahnplanung mit Kantengraph

- Bewegung von Orientierung  $(x_1, y_1, \theta_1)$  zu  $(x_2, y_2, \theta_2)$ ?
- Kantengraph repräsentiert den Rand von  $C_{frei}$
- Erstmal auf den Rand!!
- **Def. 2.44** Abbildung auf den Rand
- $\Phi : C_{frei} \longrightarrow$  Knoten von E
- $(x, y, \theta) \longmapsto$  Knoten  $(u, L(u))$
- Entspricht Kante  $e_u$  von  $C_{frei}$  auf dem Rand der Zusammenhangskomponente  $Z$  von  $C_{frei}$  mit  $(x, y, \theta) \in Z$

# Bahnplanung mit Kantengraph

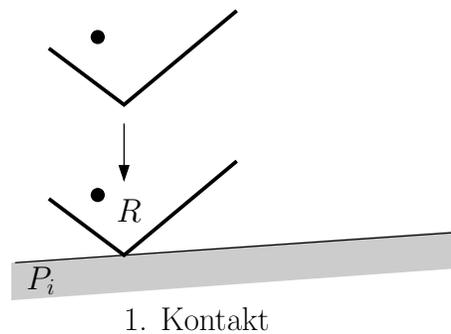
- Bewegung von Orientierung  $(x_1, y_1, \theta_1)$  zu  $(x_2, y_2, \theta_2)$ ?
- Kantengraph repräsentiert den Rand von  $C_{frei}$
- Erstmal auf den Rand!!
- **Def. 2.44** Abbildung auf den Rand
- $\Phi : C_{frei} \longrightarrow$  Knoten von E
- $(x, y, \theta) \longmapsto$  Knoten  $(u, L(u))$
- Entspricht Kante  $e_u$  von  $C_{frei}$  auf dem Rand der Zusammenhangskomponente  $Z$  von  $C_{frei}$  mit  $(x, y, \theta) \in Z$
- Konstruktiv!!

## Def. 2.44 Abbildung



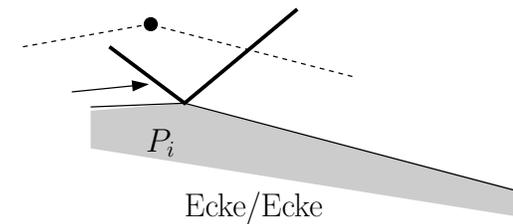
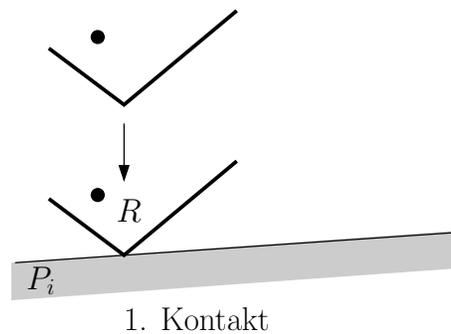
## Def. 2.44 Abbildung

- Bewegung von  $R$  nach unten: Kontakt I



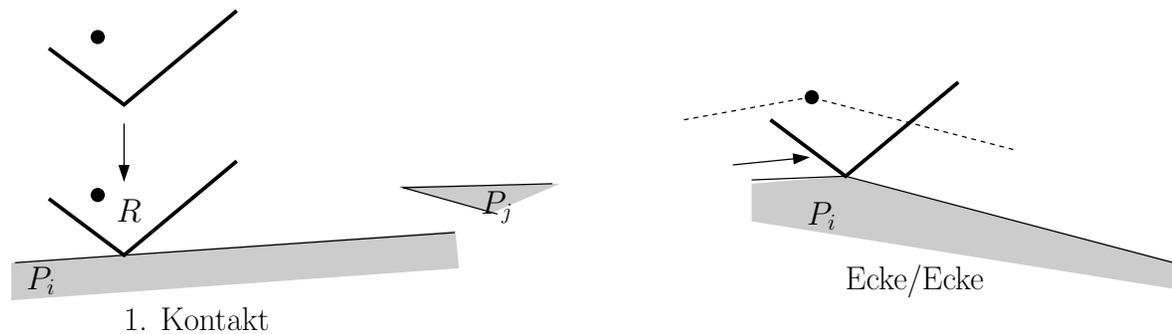
## Def. 2.44 Abbildung

- Bewegung von  $R$  nach unten: Kontakt I
- Bereits Ecke/Ecke oder Mehrfach-Kontakt: Fertig



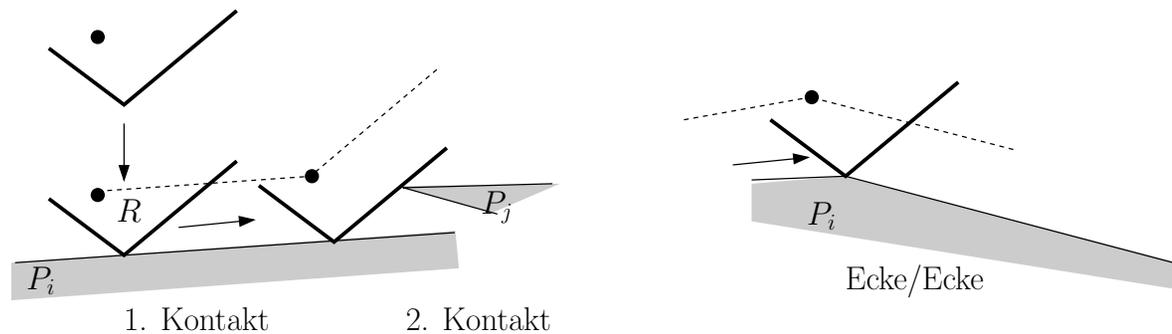
## Def. 2.44 Abbildung

- Bewegung von  $R$  nach unten: Kontakt I
- Bereits Ecke/Ecke oder Mehrfach-Kontakt: Fertig
- Sonst Bewegung nach rechts, bis Knoten in  $V^\theta$



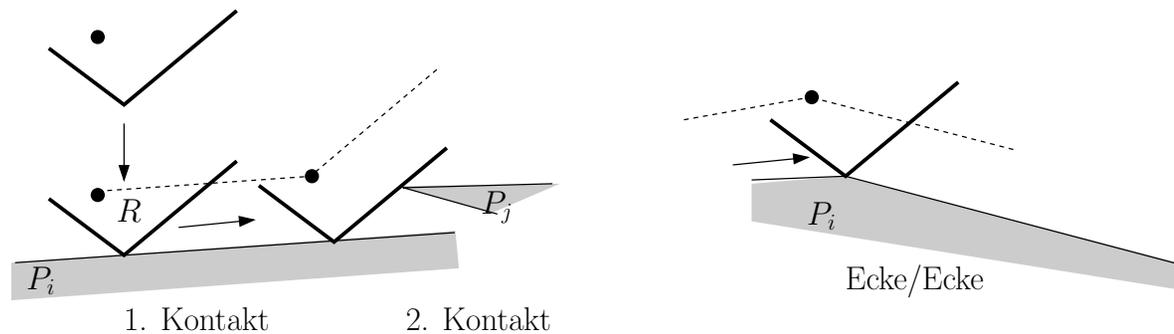
## Def. 2.44 Abbildung

- Bewegung von  $R$  nach unten: Kontakt I
- Bereits Ecke/Ecke oder Mehrfach-Kontakt: Fertig
- Sonst Bewegung nach rechts, bis Knoten in  $V^\theta$



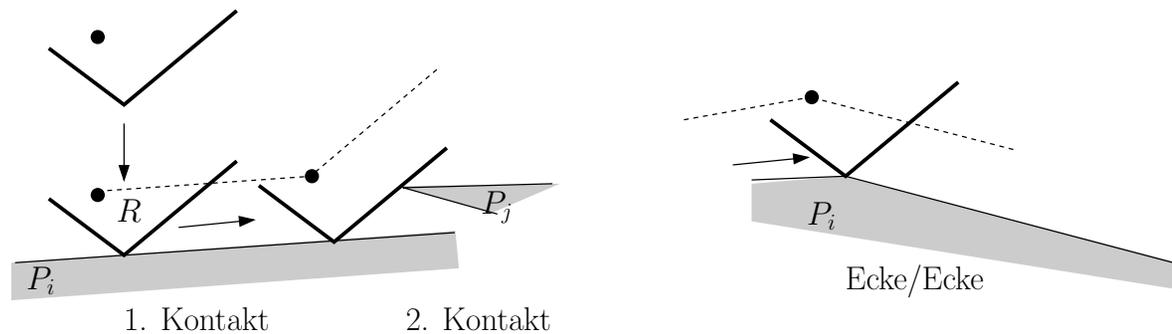
## Def. 2.44 Abbildung

- Bewegung von  $R$  nach unten: Kontakt I
- Bereits Ecke/Ecke oder Mehrfach-Kontakt: Fertig
- Sonst Bewegung nach rechts, bis Knoten in  $V^\theta$
- Erweiterter Knoten  $(u, L(u))$  in  $E$



## Def. 2.44 Abbildung

- Bewegung von  $R$  nach unten: Kontakt I
- Bereits Ecke/Ecke oder Mehrfach-Kontakt: Fertig
- Sonst Bewegung nach rechts, bis Knoten in  $V^\theta$
- Erweiterter Knoten  $(u, L(u))$  in  $E$
- In  $O(nm)$  berechnen



# Bahnplanung mit Kantengraph

# Bahnplanung mit Kantengraph

- Bewegung von Orientierung  $s = (x_s, y_s, \theta_s)$  zu  $t = (x_t, y_t, \theta_t)$ ?

# Bahnplanung mit Kantengraph

- Bewegung von Orientierung  $s = (x_s, y_s, \theta_s)$  zu  $t = (x_t, y_t, \theta_t)$ ?
- Kollisionsfrei?

# Bahnplanung mit Kantengraph

- Bewegung von Orientierung  $s = (x_s, y_s, \theta_s)$  zu  $t = (x_t, y_t, \theta_t)$ ?
- Kollisionsfrei?
- Existiert Weg von  $\Phi(s)$  zu  $\Phi(t)$  in  $E$ ?

# Bahnplanung mit Kantengraph

- Bewegung von Orientierung  $s = (x_s, y_s, \theta_s)$  zu  $t = (x_t, y_t, \theta_t)$ ?
- Kollisionsfrei?
- Existiert Weg von  $\Phi(s)$  zu  $\Phi(t)$  in  $E$ ?
- Korrektheit

# Bahnplanung mit Kantengraph

- Bewegung von Orientierung  $s = (x_s, y_s, \theta_s)$  zu  $t = (x_t, y_t, \theta_t)$ ?
- Kollisionsfrei?
- Existiert Weg von  $\Phi(s)$  zu  $\Phi(t)$  in  $E$ ?
- Korrektheit

Theorem 2.45:

# Bahnplanung mit Kantengraph

- Bewegung von Orientierung  $s = (x_s, y_s, \theta_s)$  zu  $t = (x_t, y_t, \theta_t)$ ?
- Kollisionsfrei?
- Existiert Weg von  $\Phi(s)$  zu  $\Phi(t)$  in  $E$ ?
- Korrektheit

**Theorem 2.45:**  $s, t$  zwei freie Plazierungen von  $R$ .

# Bahnplanung mit Kantengraph

- Bewegung von Orientierung  $s = (x_s, y_s, \theta_s)$  zu  $t = (x_t, y_t, \theta_t)$ ?
- Kollisionsfrei?
- Existiert Weg von  $\Phi(s)$  zu  $\Phi(t)$  in  $E$ ?
- Korrektheit

**Theorem 2.45:**  $s, t$  zwei freie Plazierungen von  $R$ .

Es gibt eine kollisionsfreie Bewegung von  $s$  nach  $t$  genau dann, wenn  $\Phi(s)$  und  $\Phi(t)$  Knoten derselben Zusammenhangskomponente  $Z$  des Kantengraphen  $E$  sind.

# Beweis: **Theorem 2.45**

# Beweis: Theorem 2.45

Lemma 2.46:

## Beweis: Theorem 2.45

Lemma 2.46:

Zur Zusammenhangskomponente  $W$  von  $C_{\text{frei}}$  gehört eindeutig eine Zusammenhangskomponente  $Z$  von  $E$  mit:

## Beweis: Theorem 2.45

Lemma 2.46:

Zur Zusammenhangskomponente  $W$  von  $C_{\text{frei}}$  gehört eindeutig eine Zusammenhangskomponente  $Z$  von  $E$  mit:

Knoten von  $Z \iff$  Kanten in  $\partial W$ .

## Beweis: Theorem 2.45

Lemma 2.46:

Zur Zusammenhangskomponente  $W$  von  $C_{\text{frei}}$  gehört eindeutig eine Zusammenhangskomponente  $Z$  von  $E$  mit:

Knoten von  $Z \iff$  Kanten in  $\partial W$ .

Zusammenhangskomponenten korrelieren