

Logik und diskrete Strukturen WS 2014/15  
Übungsblatt 13  
Universität Bonn, Institut für Informatik I

**Aufgabe 1:**

Herr K., Prokurist einer Bank, sucht eine neue Wohnung. Sie soll folgenden Anforderungen genügen:

X: Wenn die Küche und das Wohnzimmer klein sind, soll ein Esszimmer vorhanden sein.

Y: Wenn kein Esszimmer vorhanden ist und das Wohnzimmer klein ist, soll die Küche groß sein.

Z: Um die Mietkosten nicht aus dem Ruder laufen zu lassen, soll das Wohnzimmer klein sein, wenn ein Esszimmer vorhanden oder die Küche groß ist.

(i) Geben Sie eine aussagenlogische Formel  $\varphi$  an, die den Sachverhalt modelliert.

(ii) Herr K. besichtigt eine Wohnung und stellt fest, dass diese über eine große Küche und ein großes Wohnzimmer, nicht aber über ein Esszimmer verfügt. Kommt die Wohnung für Herrn K. in Frage? Geben Sie dazu für  $\varphi$  eine entsprechende Bewertung an und entscheiden Sie, ob sie die Formel  $\varphi$  erfüllt.

(iii) Bestimmen Sie alle Bewertungen, die  $\varphi$  erfüllen.

**Aufgabe 2:**

Bei einem seiner aus Film und Fernsehen bekannten fantastischen Abenteuer besucht Adolar mit seinem aufblasbaren Raumschiff einen Planeten, auf dem zwei intelligente Spezies leben: eine, deren Angehörige stets lügen, und eine, deren Angehörige stets die Wahrheit sagen. Er begegnet drei Individuen A, B und C, die die folgenden Behauptungen aufstellen:

- A behauptet, B gehöre der lügenden Spezies an, C der die Wahrheit sagenden;
- B behauptet, A gehöre der lügenden Spezies an;
- C behauptet, weder A noch B gehörten der lügenden Spezies an.

Bestimmen Sie die Spezies, der A, B und C jeweils angehören, durch Angabe geeigneter aussagenlogischer Formeln und Bewertungen dafür.

**Aufgabe 3:**

Seien  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  aussagenlogische Formeln. Zeigen Sie, dass  $\varphi_1 \equiv \varphi_2$  genau dann gilt, wenn  $\varphi_1 \leftrightarrow \varphi_2$  gültig ist.

**Aufgabe 4:**

Seit dem Altertum ist bekannt, dass alle Athener klug und alle Spartaner heldenmütig sind. Außerdem ist bekannt, dass ein profundes Misstrauen zwischen beiden Städten herrscht, so dass doppelte Stadtbürgerschaften ausgeschlossen sind. Unser nach Griechenland entsandter Forscher war neulich zu Gast bei einer Konferenz. Mit Ausnahme unseres Forschers stammte jeder der Anwesenden aus einer der beiden Städte.

Der Forscher kam ins Gespräch mit den Herren Diogenes, Platon und Euklid. Mit ihren berühmten Vorbildern hatten diese nur den Namen gemein. Die Herren zogen kräftig übereinander vom Leder. Euklid sagte: „Wenn Platon Spartaner ist, dann ist Diogenes feige!“ – Platon behauptete: „Diogenes ist eine Memme, wenn Euklid Spartaner ist!“, „Wenn Diogenes allerdings Athener ist, dann ist Euklid ein Waschlappen!“ – Worauf sich Diogenes den Bart glatt strich und postulierte: „Wenn Platon Athener ist, dann ist Euklid ein Dummkopf!“.

Bei aller Spitzzüngigkeit blieben die drei Herren mit ihren Behauptungen bei der Wahrheit. Stellen Sie geeignete Klauseln auf und nutzen Sie das Resolutionskalkül um zu zeigen, wer aus welcher Stadt kommt.