

Übungsblatt 6

Aufgabe 6.1

2 Punkte

Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, dass die Sprache $L = \{w \in \Sigma^* : |w| \text{ ist eine Primzahl}\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{„Frohe“, „Adventszeit“\}$ nicht regulär ist.

Aufgabe 6.2

2+2+2 Punkte

Wir betrachten den DFA $M = (\{q_0, \dots, q_9\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2\})$, dessen Zustandsüberföhrungsfunktion δ durch die folgende Tabelle gegeben ist:

δ	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	q_8	q_9
a	q_4	q_3	q_2	q_3	q_8	q_2	q_8	q_7	q_0	q_7
b	q_1	q_6	q_8	q_6	q_3	q_0	q_5	q_5	q_3	q_1

- Geben Sie einen DFA M_1 mit höchstens 8 Zuständen an, der dieselbe Sprache wie M entscheidet.
- Geben Sie einen DFA M_2 mit höchstens 7 Zuständen an, der dieselbe Sprache wie M entscheidet.
- Geben Sie einen DFA M_3 mit höchstens 5 Zuständen an, der dieselbe Sprache wie M entscheidet.

Hinweis: Können Sie eine der Teilaufgaben lösen, dann müssen Sie die vorherigen Teilaufgaben nicht bearbeiten.

Aufgabe 6.3

3+3 Punkte

Wir betrachten den NFA $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0\})$, dessen Zustandsüberföhrungsrelation δ durch folgende Tabelle gegeben ist:

δ	q_0	q_1	q_2	q_3
a	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$
b	$\{q_2\}$	$\{q_3\}$	$\{q_3\}$	$\{q_0, q_3\}$

- Konstruieren Sie aus dem NFA M mithilfe der Potenzmengenkonstruktion einen äquivalenten DFA M' .
- Geben Sie die Sprache an, die der NFA M entscheidet.

Aufgabe 6.4

6 Punkte

In der Vorlesung haben wir einen DFA M mit vier Zuständen angegeben, der die Sprache

$$L = \{w \in \{0, 1\}^* : |w|_0 \text{ ist gerade und } |w|_1 \text{ ist gerade}\}$$

entscheidet. Zeigen Sie, dass es keinen DFA M' mit weniger als 4 Zuständen gibt, der die Sprache L entscheidet.

Aufgabe 6.5

6 Zusatzpunkte

Der Nikolaus hat Stress. Er hat sich im letzten Jahr an jedem Tag für jedes Kind notiert, ob es an diesem Tag eher brav oder eher unartig war. Nun muss er bis zum Nikolaustag entscheiden, welche Kinder von ihm Geschenke bekommen und welchen Kindern Knecht Ruprecht einen Besuch abstatten soll. Dabei sollen genau die Kinder von ihm beschenkt werden, die innerhalb des Jahres mehr brave Tage als unartige Tage gesammelt haben.

Die Einträge im Buch des Nikolauses können also als Wörter über dem Alphabet $\{„brav“, „unartig“\}$ interpretiert werden. Helfen Sie dem Nikolaus einen DFA zu entwerfen, der die Einträge von braven Kindern akzeptiert und von unartigen verwirft. Verwenden Sie dabei möglichst wenige Zustände und beweisen wenn möglich, dass die Anzahl an Zuständen minimal ist.