Abgabe: 08.12.2015, 10:15 Uhr

Prof. Dr. Heiko Röglin
Anna Großwendt
Clemens Rösner
Institut für Informatik

Übungsblatt 7

Aufgabe 7.1

2+2+2 Punkte

Sei $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein DFA.

(a) Geben Sie eine formale Darstellung des bereinigten DFA M' an, der aus M durch das Entfernen der Zustände hervorgeht, die von q_0 aus nicht erreicht werden können.

Hinweis: Definieren Sie zunächst formal die Menge der von q_0 aus erreichbaren Zustände Q'.

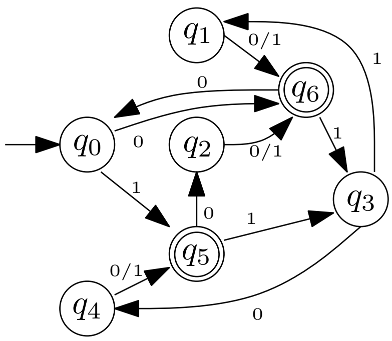
(b) Beweisen Sie, dass der DFA M', den Sie konstruiert haben, keine von q_0 unerreichbaren Zustände enthält.

(c) Zeigen Sie, dass M und M' dieselbe Sprache erkennen.

Aufgabe 7.2

2+3 Punkte

Gegeben sei der folgende DFA M.



Die Äquivalenzrelation $\equiv$ auf den Zuständen ist durch folgende Äquivalenzklassen gegeben:

$$\{q_0, q_1, q_2, q_4\}, \{q_3\}, \{q_5, q_6\}.$$

(a) Geben Sie den Äquivalenzklassenautomaten M' an.

(b) Zeigen Sie für jedes Paar $\{q, p\}$ von Zuständen des DFA M', dass q und p nicht äquivalent sind.

Aufgabe 7.3

3 Punkte

Für $L \subseteq \Sigma^*$ definieren wir die Fortsetzungssprache eines Wortes als

$$\mathcal{L}(x) = \{y \in \Sigma^* \mid xy \in L\}.$$

Zeigen Sie:

$$xR_L y \Leftrightarrow \mathcal{L}(x) = \mathcal{L}(y).$$

Aufgabe 7.4

4+2 Punkte

(a) Bestimmen Sie für die Sprache $L = \left\{(ab)^i : i \geq 0\right\} \cup \left\{(aab)^i : i \geq 0\right\}$ alle Äquivalenzklassen der Nerode-Relation R_L über dem Alphabet $\{a, b\}$.

(b) Beweisen Sie exemplarisch für eine der von Ihnen angegebenen Mengen, die mindestens zwei Elemente enthält, dass es sich um eine Äquivalenzklasse handelt.

Aufgabe 7.5

4+2 Zusatzpunkte

(a) Geben Sie eine Eigenschaft der Nerode-Relation einer Sprache L an, die impliziert, dass kein DFA existiert der L erkennt, und beweisen Sie dies.

(b) Sei L die Sprache der Palindrome über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ (Palindrome sind Wörter, die von hinten nach vorne gelesen sich selbst entsprechen). Beweisen Sie mithilfe Ihrer Eigenschaft aus Aufgabenteil a), dass kein DFA für die Sprache L existiert.