

Übungsblatt 1

Aufgabe 1.1: Mengenoperationen

(6 Punkte)

Seien M und N Mengen. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

- (i) $M \cap N = M$
- (ii) $M \cup N = N$
- (iii) $M \subseteq N$

Aufgabe 1.2: Potenzmenge

(2+2+2+2 Punkte)

Für jede Menge M bezeichnen wir wie in der Vorlesung mit $\mathcal{P}(M) = \{M' : M' \subseteq M\}$ die Potenzmenge von M , also die Menge aller Teilmengen von M .

- a) Berechnen Sie $\mathcal{P}(\{x\})$ und $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\{x\}))$.
- b) Beweisen oder widerlegen Sie, dass für alle Mengen A, B die Gleichheit $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cup B)$ gilt.
- c) Beweisen oder widerlegen Sie, dass für alle Mengen A, B die Gleichheit $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cap B)$ gilt.
- d) Beweisen oder widerlegen Sie:
Die Mengen A, B sind genau dann gleich, wenn ihre Potenzmengen $\mathcal{P}(A)$ und $\mathcal{P}(B)$ gleich sind.

Aufgabe 1.3: Darstellung von Mengen

(2+2+2 Punkte)

Gegeben sind die Mengen $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 5\}$ und $C = \{3, 5\}$. Stellen Sie die folgenden Mengen als Verknüpfung der Mengen A, B und C dar. Sie können dazu Vereinigungen, Durchschnitte, Differenzen, das kartesische Produkt und Potenzmengenbildung verwenden.

- a) $M_1 = \{(1, 5), (3, 2), (3, 5)\}$
- b) $M_2 = \{(\{\emptyset\}, 1), (\{\emptyset\}, 5)\}$
- c) $M_3 = \{\{2\}, \{1, 2\}\}$

Aufgabe 1.4: Morgansche Regel

(6 Punkte)

Beweisen Sie die folgende Regel für beliebige Mengen X, M und N :

$$X \setminus (M \cup N) = (X \setminus M) \cap (X \setminus N).$$