

Übungsblatt 8

Aufgabe 8.1: Der Bisektor ist eine Gerade (4 Punkte)

Der Bisektor zweier Punkte p, q in der Ebene ist die Menge der Punkte x , für die gilt, dass $|px| = |qx|$. Zeigen Sie, dass der Bisektor in der Ebene einer Geraden entspricht.

Aufgabe 8.2: Euler-Formel für planare Graphen (4 Punkte)

Die Euler-Formel sagt aus: Für jeden kreuzungsfreien, geometrischen Graphen in der Ebene gilt

$$v - e + f = c + 1.$$

Hierbei bezeichnet v die Anzahl der Knoten, e die Kantenzahl, f die Zahl der Flächen und c die Zahl der Zusammenhangskomponenten. Der Graph muss nicht schlicht sein, d.h. es kann Kanten geben, deren Anfangs- und Endpunkt identisch ist, und es kann zwischen zwei Knoten mehrere Kanten geben. Beweisen Sie die Euler-Formel!

(Tipp: Fügen Sie in die anfangs leere Ebene zunächst einzeln die Knoten hinzu, dann die Kanten.)

Aufgabe 8.3: Gemittelter Knotengrad im Voronoi-Diagramm (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass der gemittelte Knotengrad eines Voronoi diagrams höchstens 6 beträgt.

Aufgabe 8.4: Datenstruktur zur Punkt-Lokalisierung (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Voronoi-Kanten eines Diagramms von n Punkten in $\Theta(n^2)$ Segmente zerfallen können, wenn man durch die Voronoi-Knoten waagerechte Geraden legt.