Offline Bewegungsplanung: Part Feeding

Elmar Langetepe
University of Bonn

Nützliche Annahmen

Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen

Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen

Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen
3. Werkstück: Festes planares konvexes Polygon

Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen
3. Werkstück: Festes planares konvexes Polygon
4. Isoliert zwischen den Backen

Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen
3. Werkstück: Festes planares konvexes Polygon
4. Isoliert zwischen den Backen
5. Zunächst: Backen treffen gleichzeitig auf!(Später aufheben!)

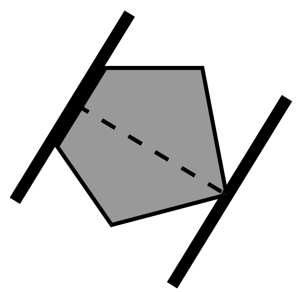
Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen
3. Werkstück: Festes planares konvexes Polygon
4. Isoliert zwischen den Backen
5. Zunächst: Backen treffen gleichzeitig auf!(Später aufheben!)
6. Kontakt bleibt erhalten, kein Wegrutschen!

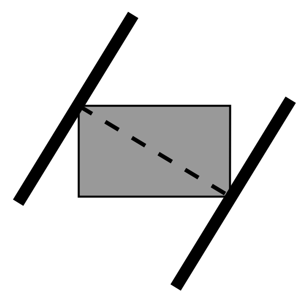
Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen
3. Werkstück: Festes planares konvexes Polygon
4. Isoliert zwischen den Backen
5. Zunächst: Backen treffen gleichzeitig auf!(Später aufheben!)
6. Kontakt bleibt erhalten, kein Wegrutschen!
7. Keine Reibung! Kein Einklemmen!(Später aufheben!)

Einklemmen!



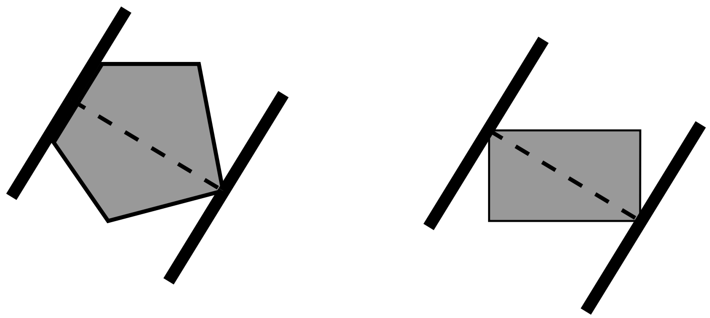
Stabil!



Instabil!

Einklemmen!

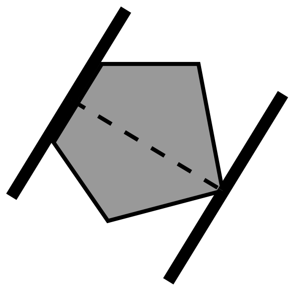
- Stabile Lage: **Stabiles Gleichgewicht**



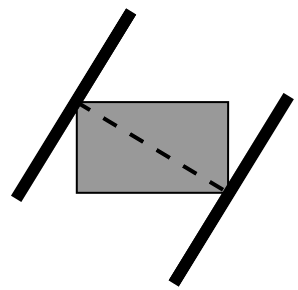
Stabil! Instabil!

Einklemmen!

- Stabile Lage: **Stabiles Gleichgewicht**
- **Instabiles Gleichgewicht**



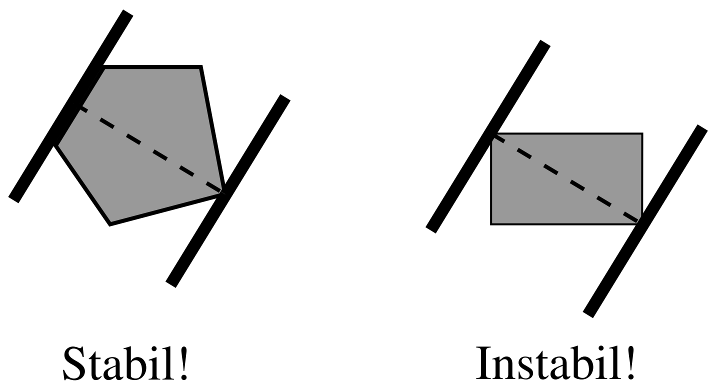
Stabil!



Instabil!

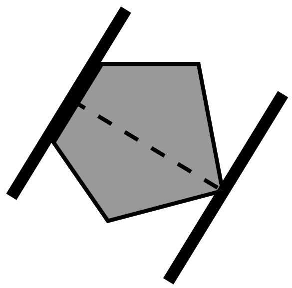
Einklemmen!

- Stabile Lage: **Stabiles Gleichgewicht**
- **Instabiles Gleichgewicht**
- Kommt praktisch nicht vor

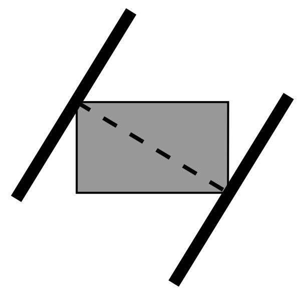


Einklemmen!

- Stabile Lage: **Stabiles Gleichgewicht**
- **Instabiles Gleichgewicht**
- Kommt praktisch nicht vor
- Abhilfe: Fehlertoleranz bei der Bewegung!



Stabil!



Instabil!

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\mathtt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathtt{R}$

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\mathtt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathtt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\mathtt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathtt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

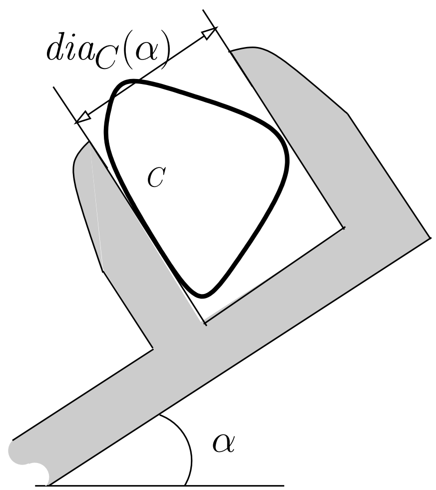
- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\mathtt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathtt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\mathtt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathtt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

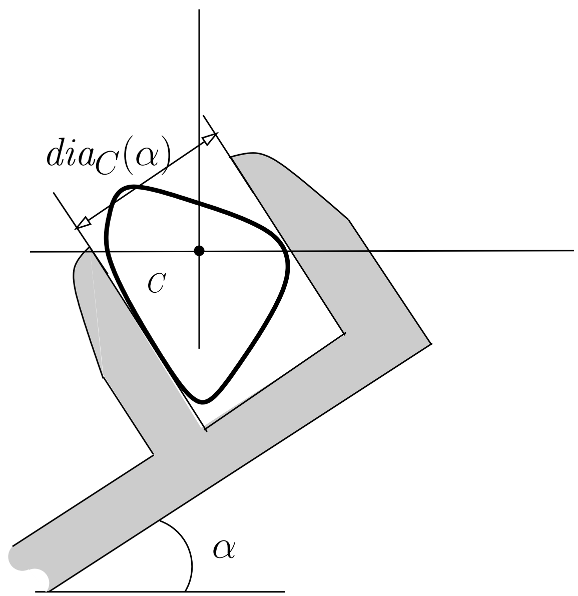
- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\mathtt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathtt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π



(i)

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

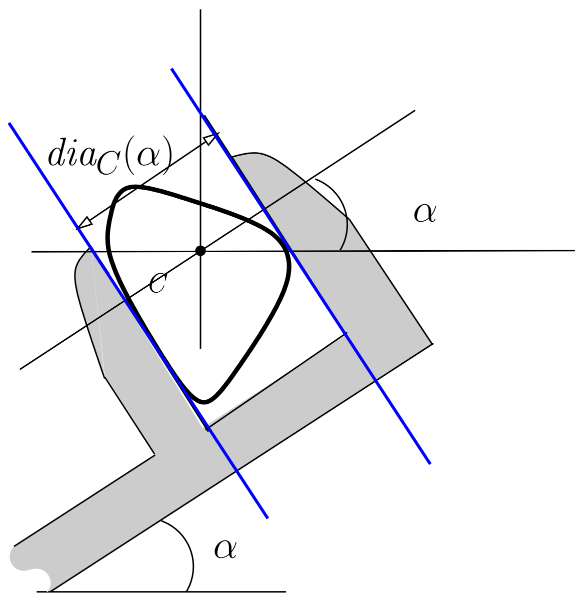
- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\texttt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \texttt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π



(i)

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

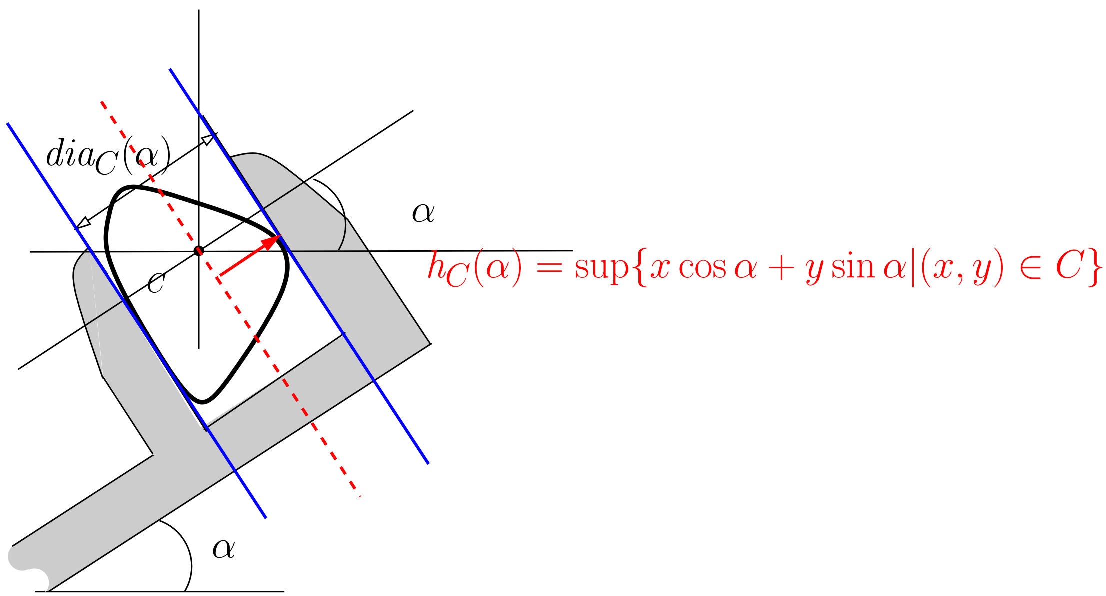
- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\mathtt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathtt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π



(i)

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

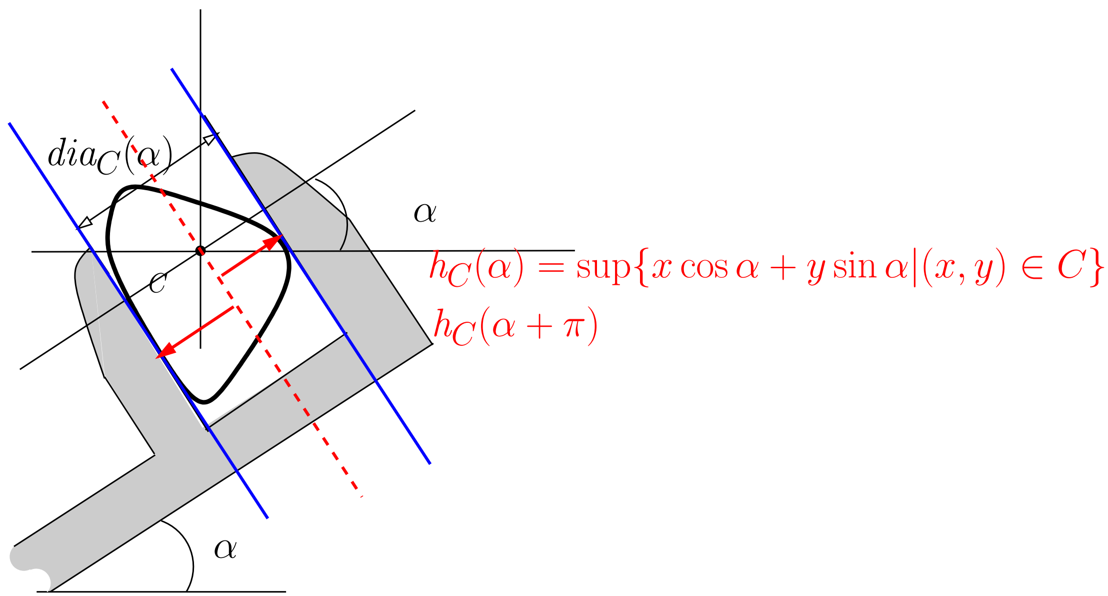
- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\mathtt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathtt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π



(i)

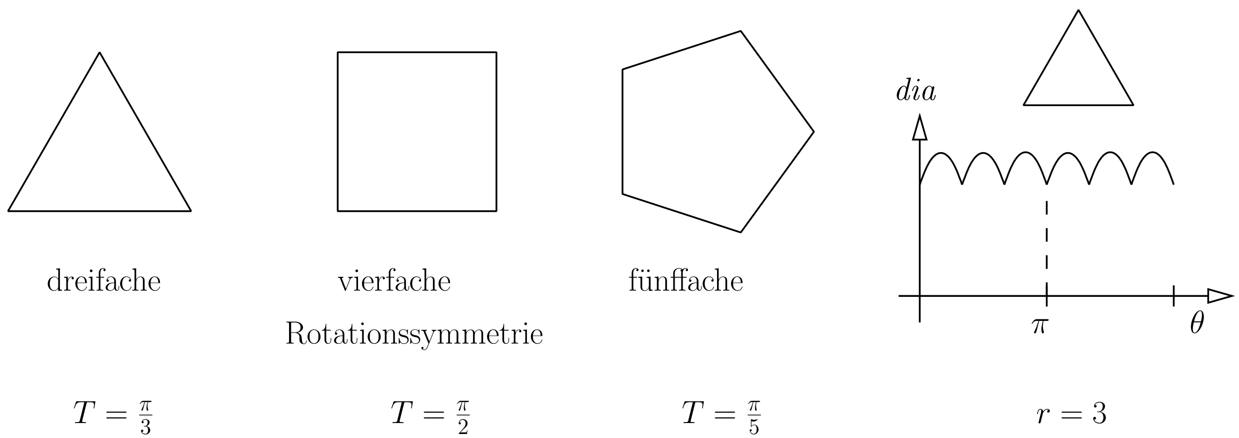
Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\mathtt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathtt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π



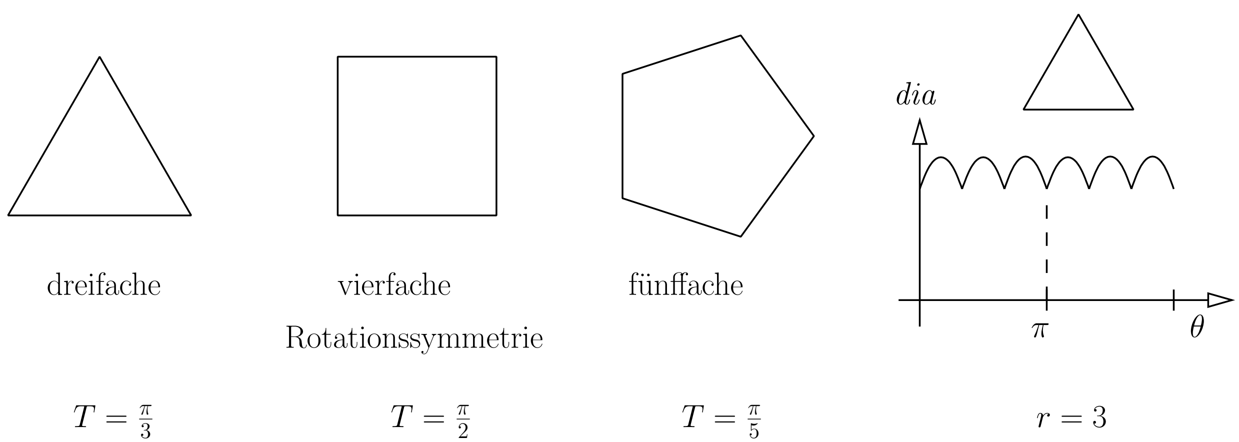
(i)

Funktionen: Definition 4.1 (i)!



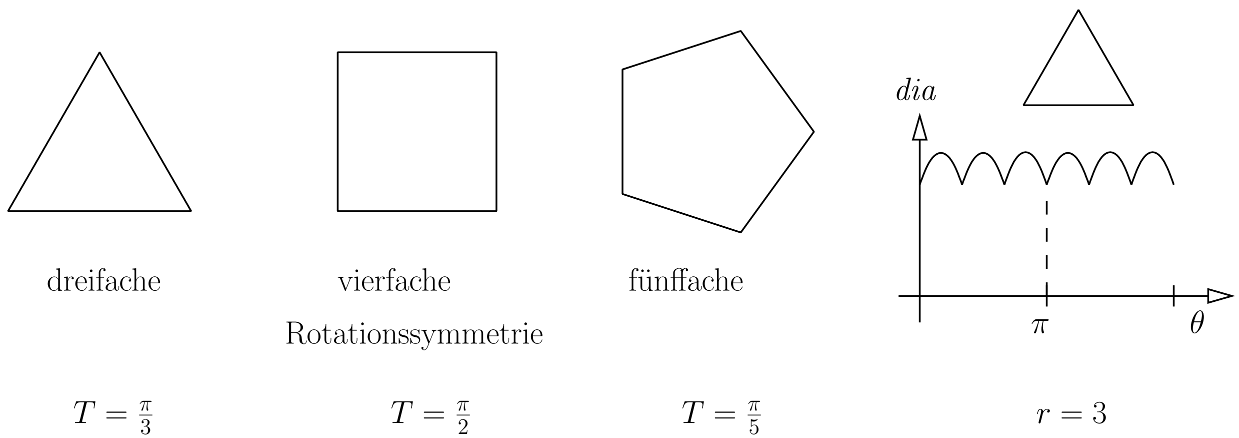
Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Stabiles Gleichgewicht in lokalen Minima



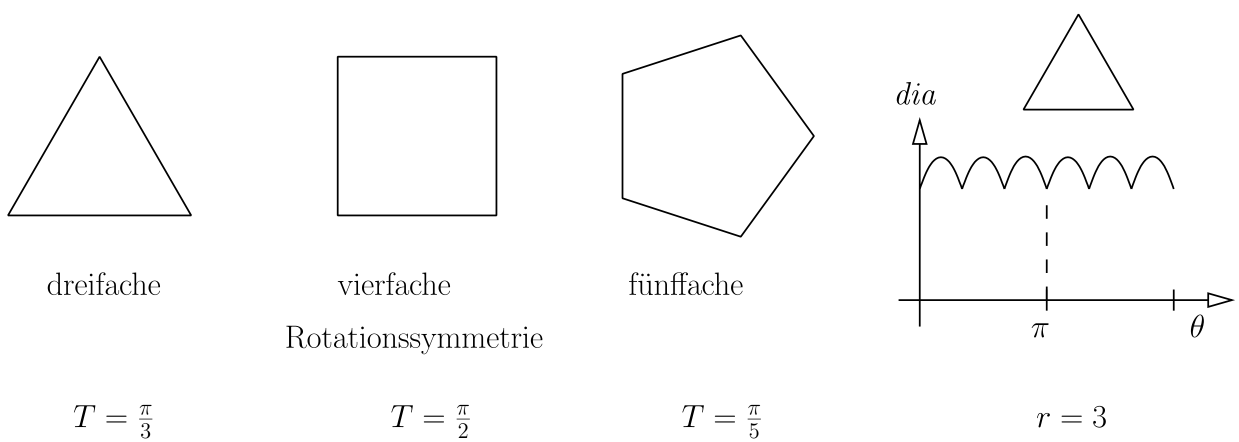
Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Stabiles Gleichgewicht in lokalen Minima
- Rotationssymmetrie der konvexen Hülle: Beispiele



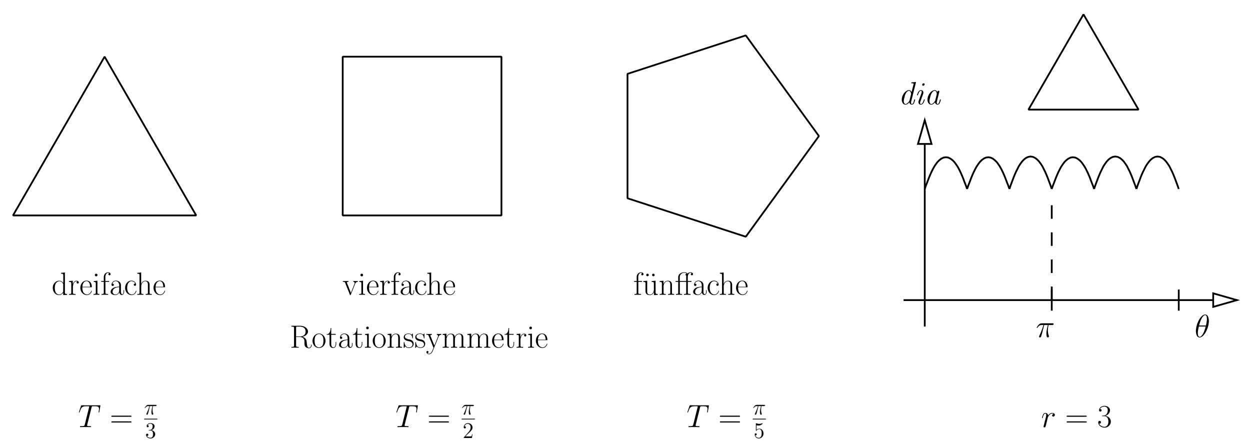
Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Stabiles Gleichgewicht in lokalen Minima
- Rotationssymmetrie der konvexen Hülle: Beispiele
- r-fache Rotationssymmetrie



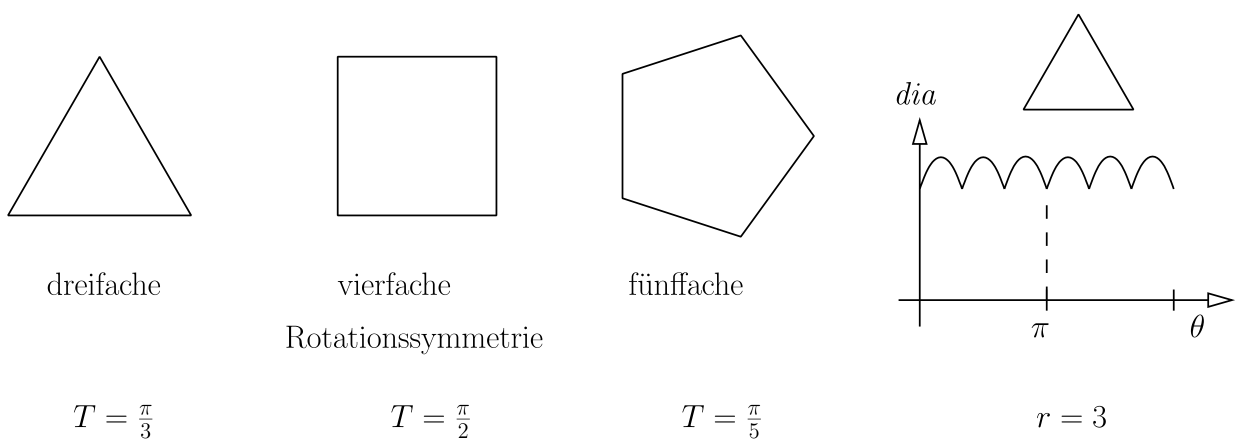
Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Stabiles Gleichgewicht in lokalen Minima
- Rotationssymmetrie der konvexen Hülle: Beispiele
- r-fache Rotationssymmetrie
- Weitere Symmetrie in der Diameter Funktion

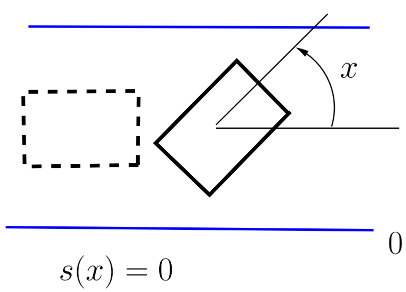


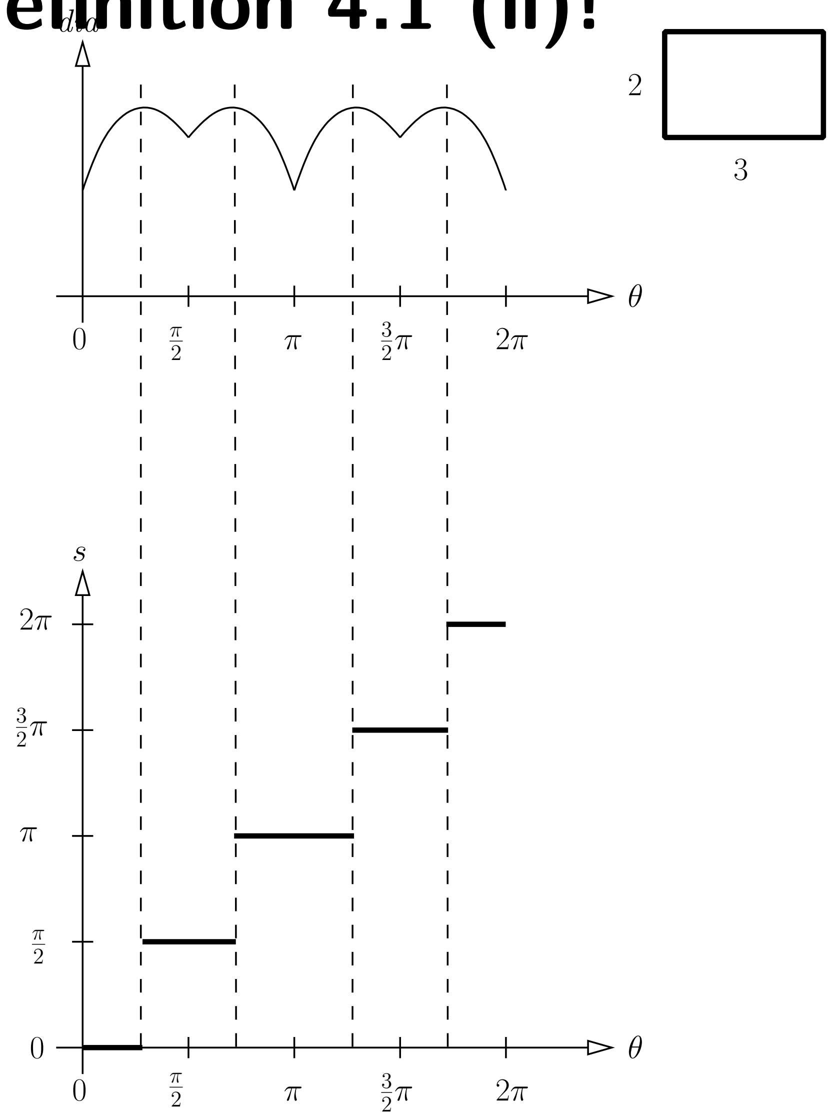
Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Stabiles Gleichgewicht in lokalen Minima
- Rotationssymmetrie der konvexen Hülle: Beispiele
- r-fache Rotationssymmetrie
- Weitere Symmetrie in der Diameter Funktion
- Periode T



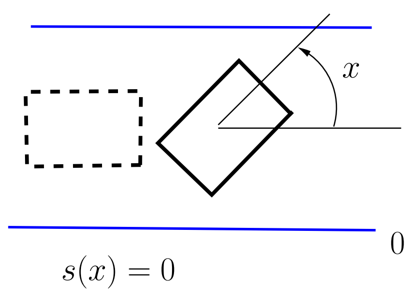
Funktionen: Definition 4.1 (ii)!

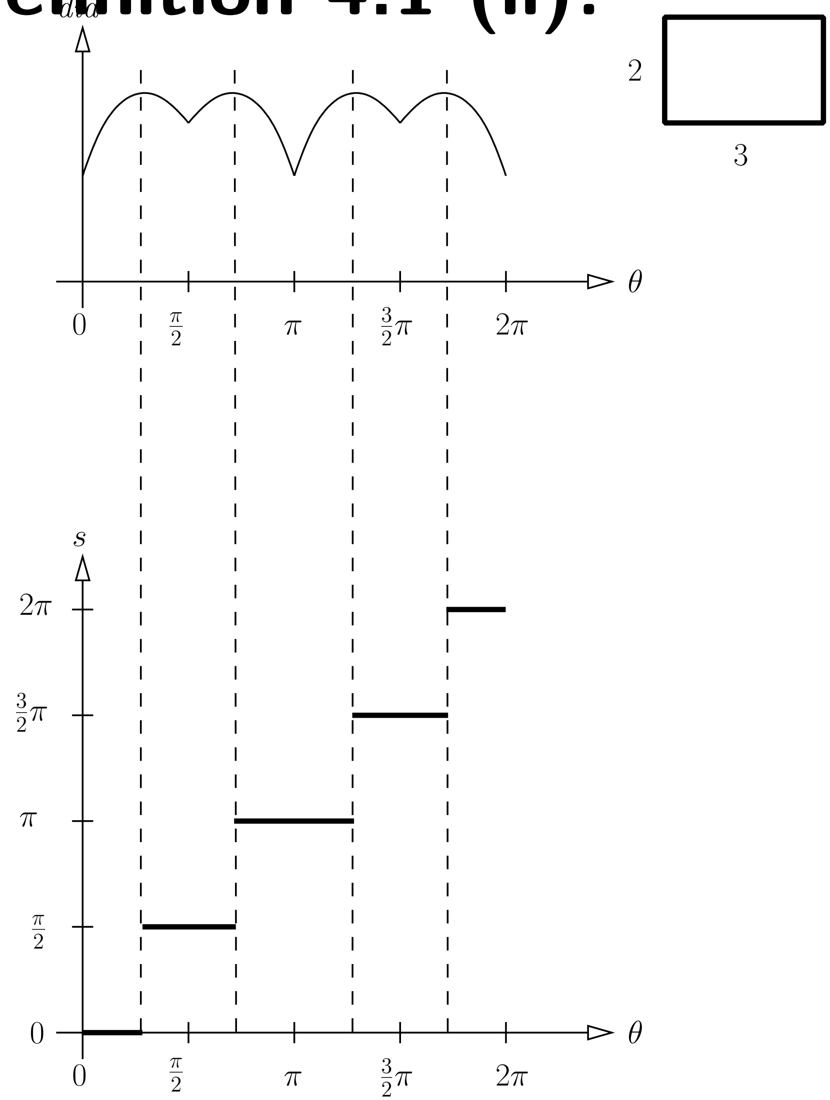




Funktionen: Definition 4.1 (ii)!

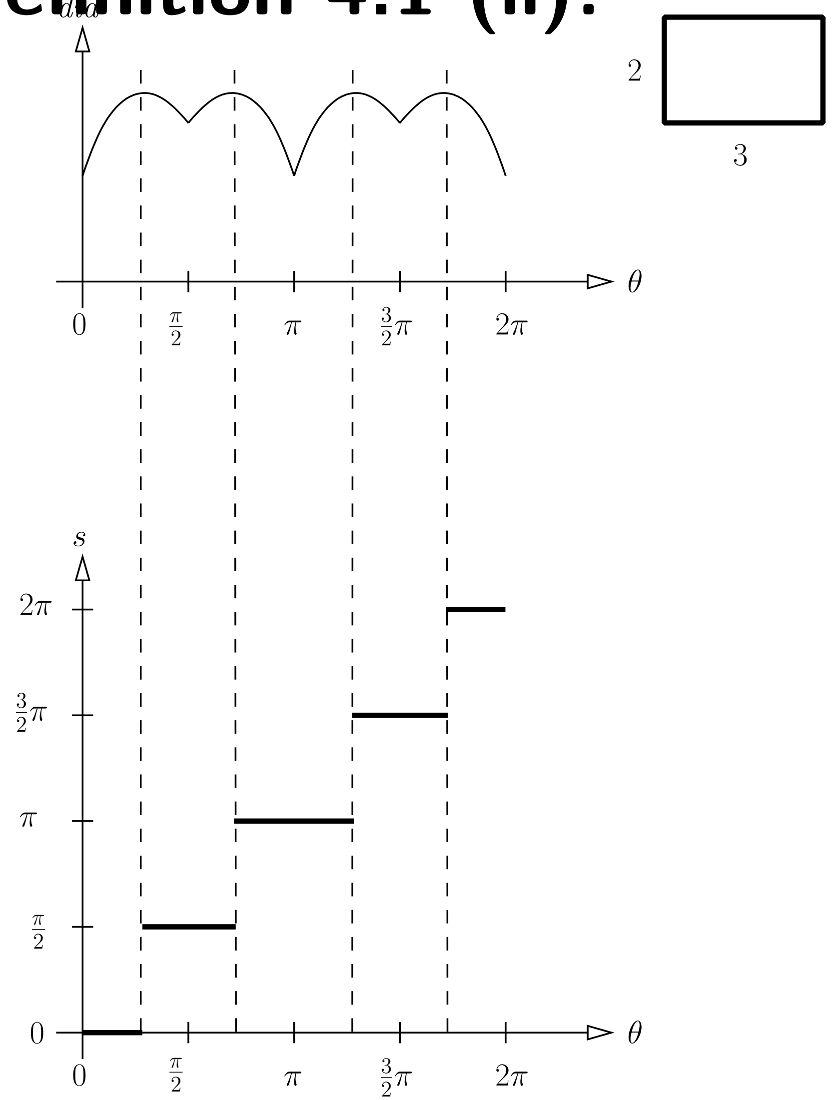
- Greiffunktion:
  $s : [0, 2\pi) \longrightarrow [0, 2\pi)$

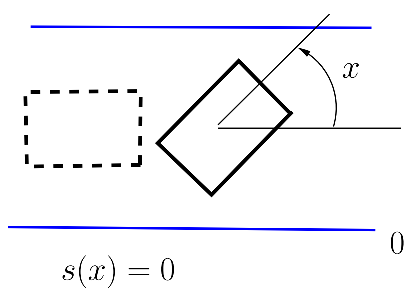




Funktionen: Definition 4.1 (ii)!

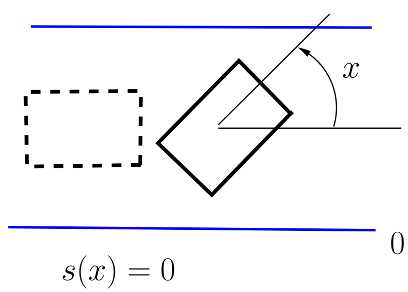
- Greiffunktion:
  $s : [0, 2\pi) \longrightarrow [0, 2\pi)$
- x Orient. bezüglich Greifer

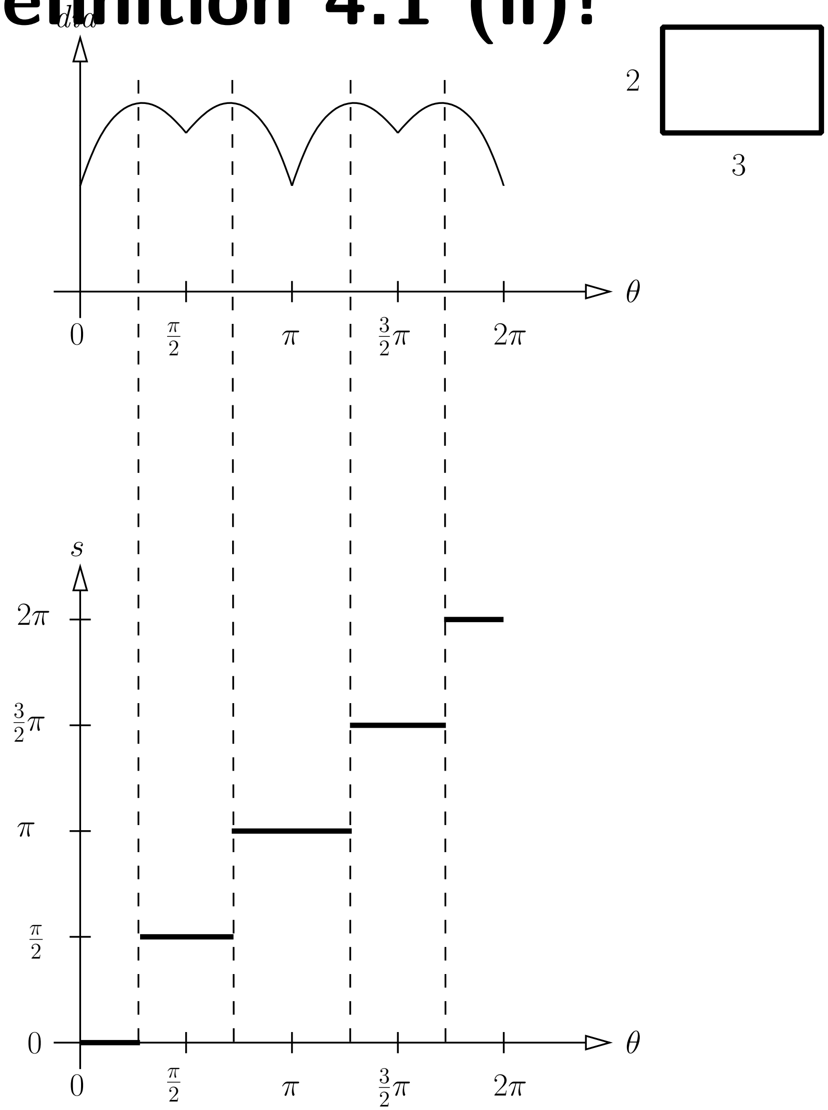




Funktionen: Definition 4.1 (ii)!

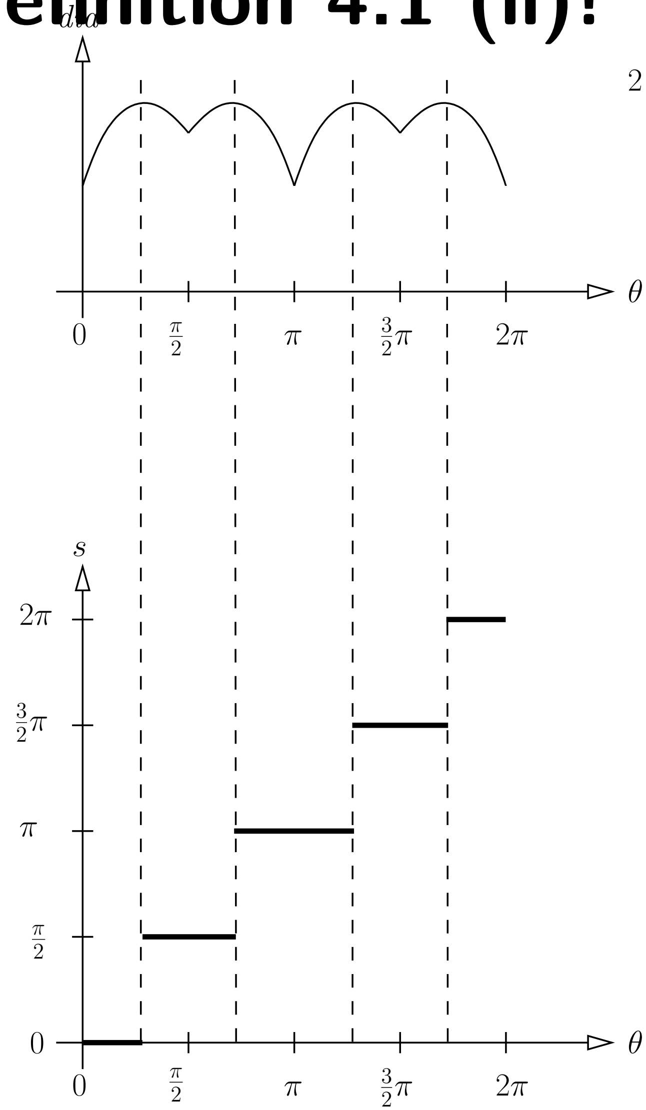
- Greiffunktion:
  $s : [0, 2\pi) \longrightarrow [0, 2\pi)$
- x Orient. bezüglich Greifer
- $s(x)$ Orient. nach dem Greifen

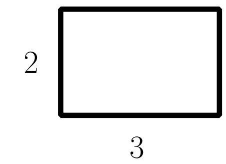


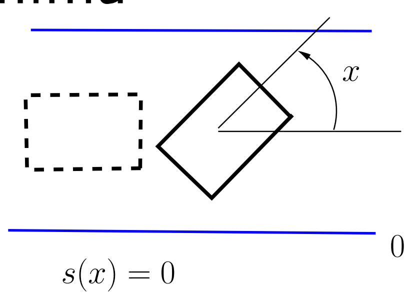


Funktionen: Definition 4.1 (ii)!

- Greiffunktion:
  $s : [0, 2\pi) \longrightarrow [0, 2\pi)$
- x Orient. bezüglich Greifer
- $s(x)$ Orient. nach dem Greifen
- Treppenfunktion: Zwischen Maxima auf Minima







Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen

Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

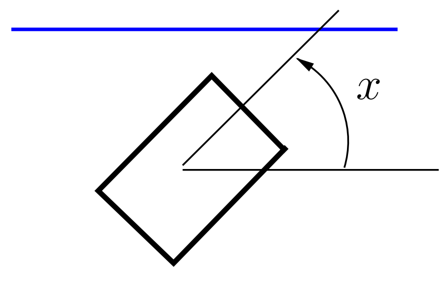
- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$

Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$

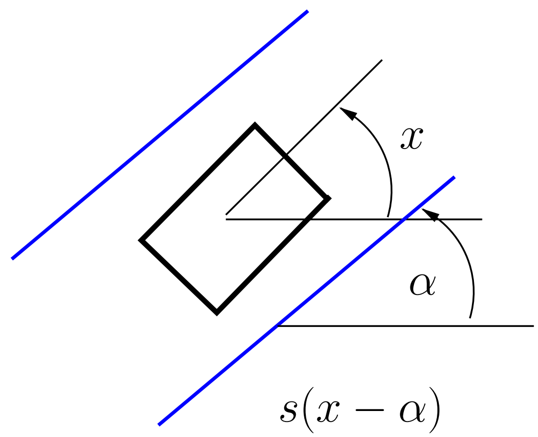
Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha)$, $s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



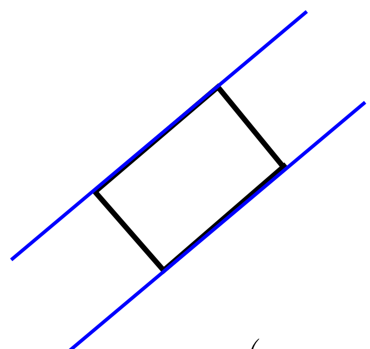
Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha)$, $s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

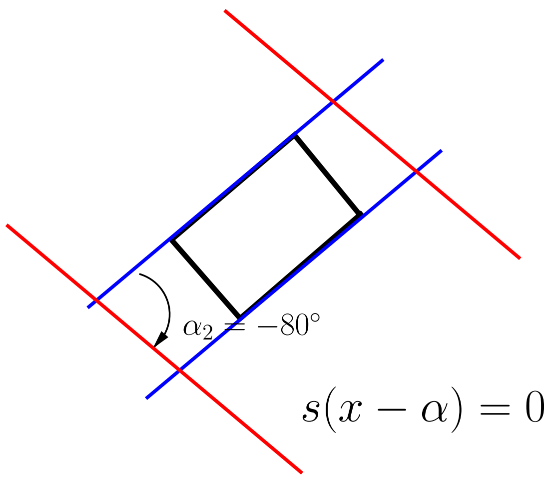
- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha)$, $s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



$s(x - \alpha) = 0$

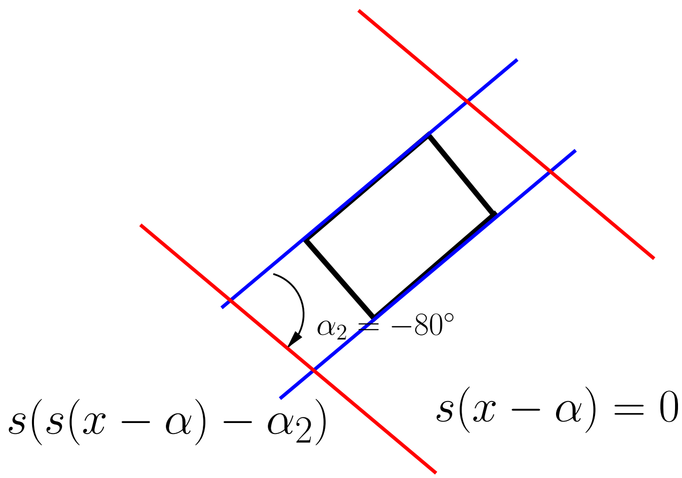
Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha)$, $s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



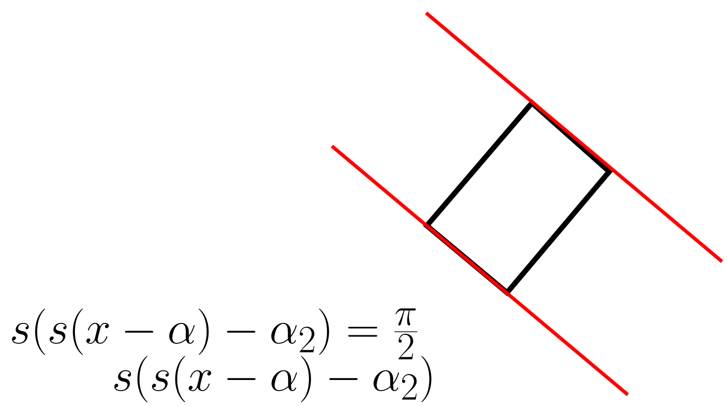
Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha)$, $s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



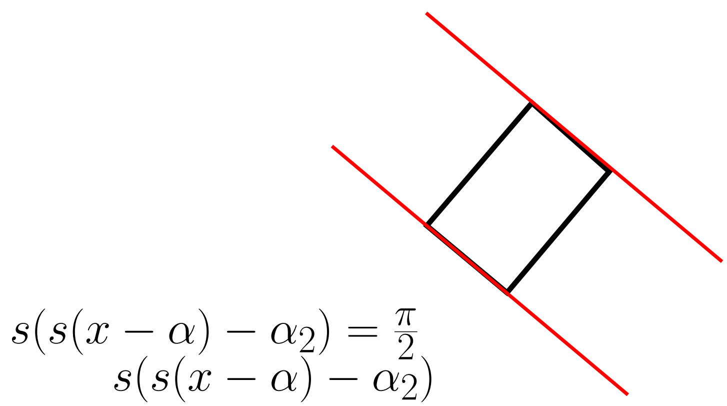
Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha)$, $s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha)$, $s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!

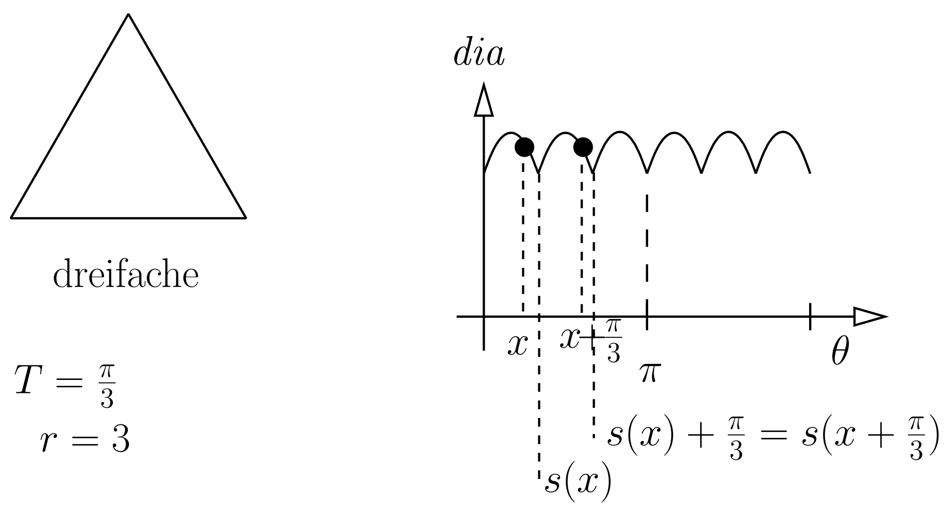


Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3!

Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3!

i) Für Polygone mit r–facher Rotationssymmetrie ist die Greiffunktion T–periodisch mit $T = \frac{2\pi}{r(1+(r \bmod 2))}$.

ii) Für eine T–periodische Greiffunktion s gilt:
$S(\mathcal{A}, \theta + T) = S(\mathcal{A}, \theta) + T$.



Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3 (ii)

Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3 (ii)

Für T–periodische Greiffunktion s gilt: $S(\mathcal{A}, \theta + T) = S(\mathcal{A}, \theta) + T$.

- $s(x + T) = s(x) + T$ nach Def. Periode

Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3 (ii)

Für T–periodische Greiffunktion s gilt: $S(\mathcal{A}, \theta + T) = S(\mathcal{A}, \theta) + T$.

- $s(x + T) = s(x) + T$ nach Def. Periode
- θ Startposition bezügl. Greifer, $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$

Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3 (ii)

Für T–periodische Greiffunktion s gilt: $S(\mathcal{A}, \theta + T) = S(\mathcal{A}, \theta) + T$.

- $s(x + T) = s(x) + T$ nach Def. Periode
- θ Startposition bezügl. Greifer, $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$

Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3 (ii)

Für T–periodische Greiffunktion s gilt: $S(\mathcal{A}, \theta + T) = S(\mathcal{A}, \theta) + T$.

- $s(x + T) = s(x) + T$ nach Def. Periode
- θ Startposition bezügl. Greifer, $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta + T) = s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1 + T) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$

Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3 (ii)

Für T–periodische Greiffunktion s gilt: $S(\mathcal{A}, \theta + T) = S(\mathcal{A}, \theta) + T$.

- $s(x + T) = s(x) + T$ nach Def. Periode
- θ Startposition bezügl. Greifer, $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta + T) = s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1 + T) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $\beta_1 := s((\theta - \alpha_1) + T) =$

Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3 (ii)

Für T–periodische Greiffunktion s gilt: $S(\mathcal{A}, \theta + T) = S(\mathcal{A}, \theta) + T$.

- $s(x + T) = s(x) + T$ nach Def. Periode
- θ Startposition bezügl. Greifer, $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta + T) = s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1 + T) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $\beta_1 := s((\theta - \alpha_1) + T) = s(\theta - \alpha_1) + T$

Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3 (ii)

Für T–periodische Greiffunktion s gilt: $S(\mathcal{A}, \theta + T) = S(\mathcal{A}, \theta) + T$.

- $s(x + T) = s(x) + T$ nach Def. Periode
- θ Startposition bezügl. Greifer, $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta + T) = s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1 + T) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $\beta_1 := s((\theta - \alpha_1) + T) = s(\theta - \alpha_1) + T$
- $\beta_2 := s(\beta_1 - \alpha_2) =$

Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3 (ii)

Für T–periodische Greiffunktion s gilt: $S(\mathcal{A}, \theta + T) = S(\mathcal{A}, \theta) + T$.

- $s(x + T) = s(x) + T$ nach Def. Periode
- θ Startposition bezügl. Greifer, $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta + T) = s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1 + T) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $\beta_1 := s((\theta - \alpha_1) + T) = s(\theta - \alpha_1) + T$
- $\beta_2 := s(\beta_1 - \alpha_2) = s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2 + T) =$

Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3 (ii)

Für T–periodische Greiffunktion s gilt: $S(\mathcal{A}, \theta + T) = S(\mathcal{A}, \theta) + T$.

- $s(x + T) = s(x) + T$ nach Def. Periode
- θ Startposition bezügl. Greifer, $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta + T) = s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1 + T) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $\beta_1 := s((\theta - \alpha_1) + T) = s(\theta - \alpha_1) + T$
- $\beta_2 := s(\beta_1 - \alpha_2) = s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2 + T) = s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) + T$

Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3 (ii)

Für T–periodische Greiffunktion s gilt: $S(\mathcal{A}, \theta + T) = S(\mathcal{A}, \theta) + T$.

- $s(x + T) = s(x) + T$ nach Def. Periode
- θ Startposition bezügl. Greifer, $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta + T) = s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1 + T) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $\beta_1 := s((\theta - \alpha_1) + T) = s(\theta - \alpha_1) + T$
- $\beta_2 := s(\beta_1 - \alpha_2) = s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2 + T) = s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) + T$
- Induktiv: $\beta_i = s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_i) + T$

Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3 (ii)

Für T–periodische Greiffunktion s gilt: $S(\mathcal{A}, \theta + T) = S(\mathcal{A}, \theta) + T$.

- $s(x + T) = s(x) + T$ nach Def. Periode
- θ Startposition bezügl. Greifer, $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta + T) = s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1 + T) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $\beta_1 := s((\theta - \alpha_1) + T) = s(\theta - \alpha_1) + T$
- $\beta_2 := s(\beta_1 - \alpha_2) = s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2 + T) = s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) + T$
- Induktiv: $\beta_i = s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_i) + T$
- $\beta_{i+1} = s(s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_i) - \alpha_{i+1} + T) =$

Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3 (ii)

Für T–periodische Greiffunktion s gilt: $S(\mathcal{A}, \theta + T) = S(\mathcal{A}, \theta) + T$.

- $s(x + T) = s(x) + T$ nach Def. Periode
- θ Startposition bezügl. Greifer, $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta + T) = s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1 + T) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $\beta_1 := s((\theta - \alpha_1) + T) = s(\theta - \alpha_1) + T$
- $\beta_2 := s(\beta_1 - \alpha_2) = s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2 + T) = s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) + T$
- Induktiv: $\beta_i = s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_i) + T$
- $\beta_{i+1} = s(s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_i) - \alpha_{i+1} + T) =$
  $s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_i) - \alpha_{i+1}) + T$

Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3 (ii)

Für T–periodische Greiffunktion s gilt: $S(\mathcal{A}, \theta + T) = S(\mathcal{A}, \theta) + T$.

- $s(x + T) = s(x) + T$ nach Def. Periode
- θ Startposition bezügl. Greifer, $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta + T) = s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1 + T) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- $\beta_1 := s((\theta - \alpha_1) + T) = s(\theta - \alpha_1) + T$
- $\beta_2 := s(\beta_1 - \alpha_2) = s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2 + T) = s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) + T$
- Induktiv: $\beta_i = s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_i) + T$
- $\beta_{i+1} = s(s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_i) - \alpha_{i+1} + T) = s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_i) - \alpha_{i+1}) + T$
- $S(\mathcal{A}, \theta + T) = S(\mathcal{A}, \theta) + T!$

Formulierung der Aufgabe: Definition 4.4!

Formulierung der Aufgabe: Definition 4.4!

- Werkstück W, Plan $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$

Formulierung der Aufgabe: Definition 4.4!

- Werkstück W, Plan $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- T die kleinste Periode der zu W gehörenden Greiffunktion s

Formulierung der Aufgabe: Definition 4.4!

- Werkstück W, Plan $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- T die kleinste Periode der zu W gehörenden Greiffunktion s
- θ beliebige Ausgangsrichtung bezüglich Greifer

Formulierung der Aufgabe: Definition 4.4!

- Werkstück W, Plan $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- T die kleinste Periode der zu W gehörenden Greiffunktion s
- θ beliebige Ausgangsrichtung bezüglich Greifer
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k) = \gamma(\theta)$.

Formulierung der Aufgabe: Definition 4.4!

- Werkstück W, Plan $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- T die kleinste Periode der zu W gehörenden Greiffunktion s
- θ beliebige Ausgangsrichtung bezüglich Greifer
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k) = \gamma(\theta)$.
- $\mathcal{A}$ orientiert konvexe Hülle von W **bis auf Symmetrie**, falls in der Menge der möglichen letzten Orientierungen $S(\mathcal{A}, \theta)$ genau $\frac{2\pi}{T}$ Orientierungen sind, die gleichverteilt auf $[0, 2\pi)$ liegen.

Formulierung der Aufgabe: Definition 4.4!

- Werkstück W, Plan $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- T die kleinste Periode der zu W gehörenden Greiffunktion s
- θ beliebige Ausgangsrichtung bezüglich Greifer
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k) = \gamma(\theta)$.
- $\mathcal{A}$ orientiert konvexe Hülle von W **bis auf Symmetrie**, falls in der Menge der möglichen letzten Orientierungen $S(\mathcal{A}, \theta)$ genau $\frac{2\pi}{T}$ Orientierungen sind, die gleichverteilt auf $[0, 2\pi)$ liegen.
- $t := \frac{2\pi}{T}$,

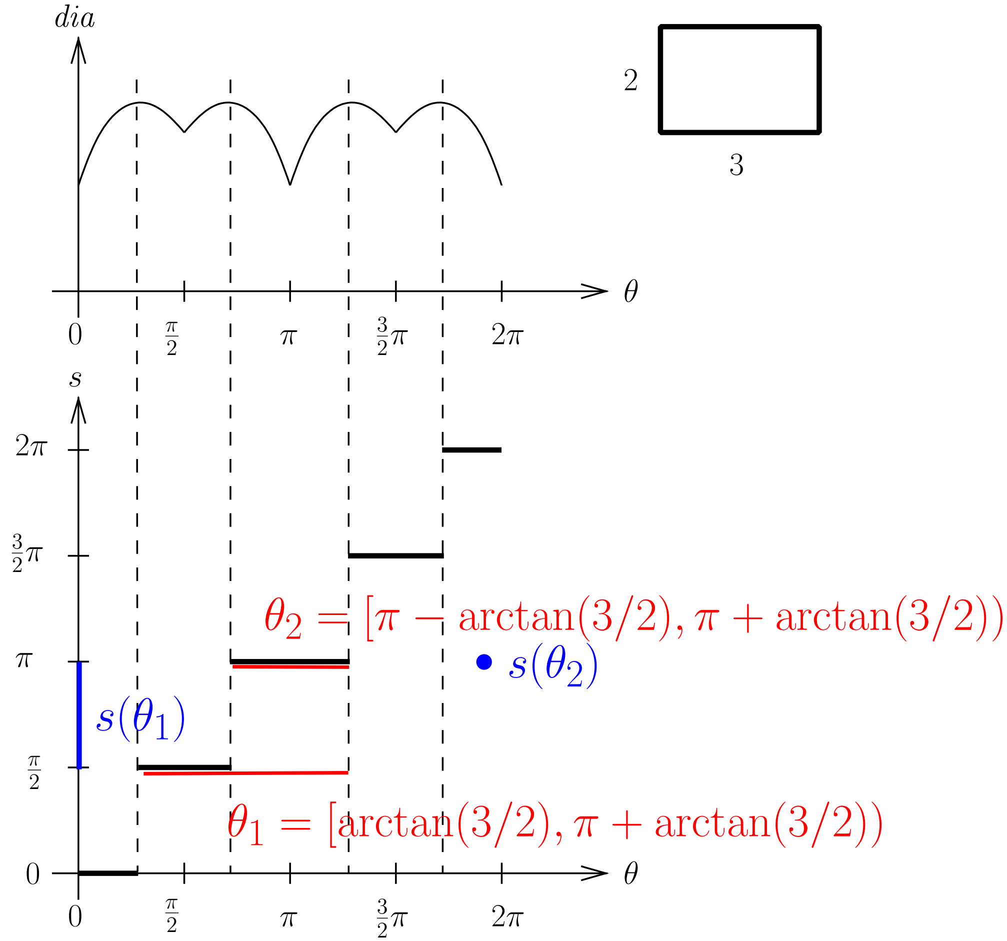
Formulierung der Aufgabe: Definition 4.4!

- Werkstück W, Plan $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- T die kleinste Periode der zu W gehörenden Greiffunktion s
- θ beliebige Ausgangsrichtung bezüglich Greifer
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k) = \gamma(\theta)$.
- $\mathcal{A}$ orientiert konvexe Hülle von W **bis auf Symmetrie**, falls in der Menge der möglichen letzten Orientierungen $S(\mathcal{A}, \theta)$ genau $\frac{2\pi}{T}$ Orientierungen sind, die gleichverteilt auf $[0, 2\pi)$ liegen.
- $t := \frac{2\pi}{T}$, $\gamma([0, 2\pi)) = \{o_1, o_2, \ldots, o_t\}$,

Formulierung der Aufgabe: Definition 4.4!

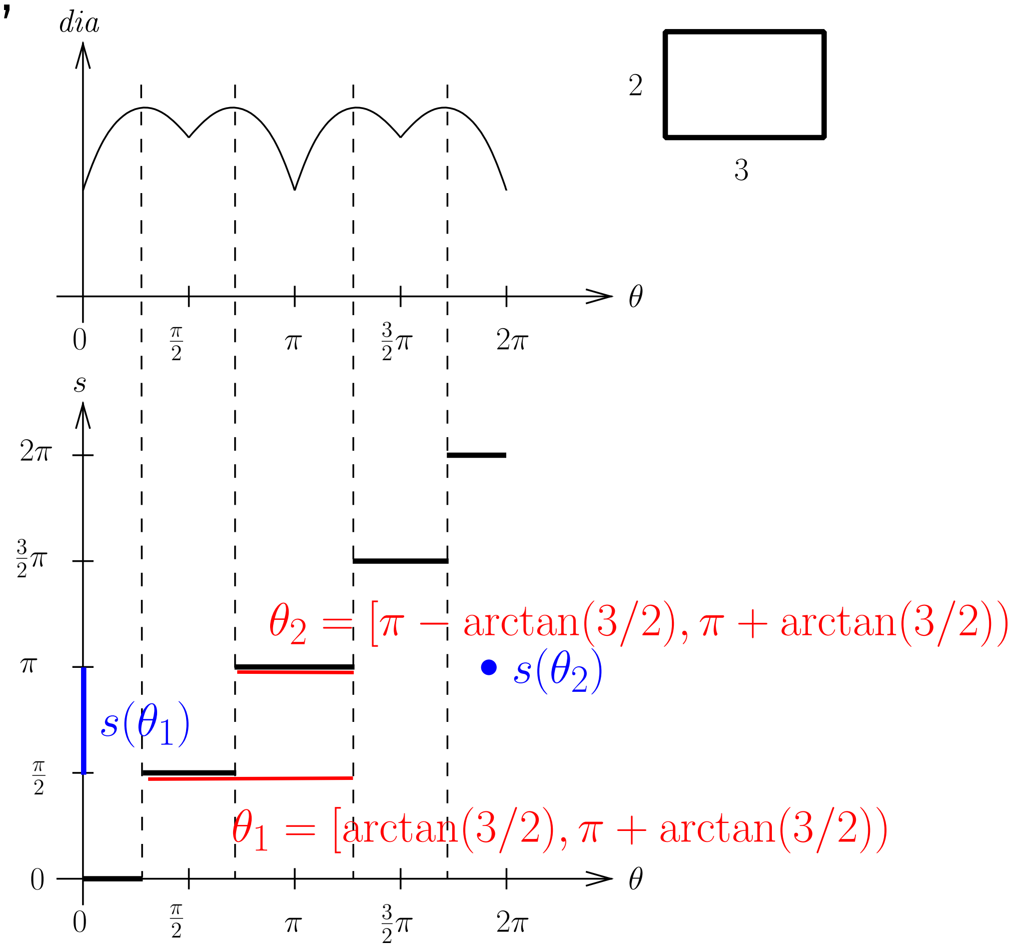
- Werkstück W, Plan $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- T die kleinste Periode der zu W gehörenden Greiffunktion s
- θ beliebige Ausgangsrichtung bezüglich Greifer
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k) = \gamma(\theta)$.
- $\mathcal{A}$ orientiert konvexe Hülle von W **bis auf Symmetrie**, falls in der Menge der möglichen letzten Orientierungen $S(\mathcal{A}, \theta)$ genau $\frac{2\pi}{T}$ Orientierungen sind, die gleichverteilt auf $[0, 2\pi)$ liegen.
- $t := \frac{2\pi}{T}$, $\gamma([0, 2\pi)) = \{o_1, o_2, \ldots, o_t\}$,$o_i := o_{i+1} + T$

Bezeichnungen!



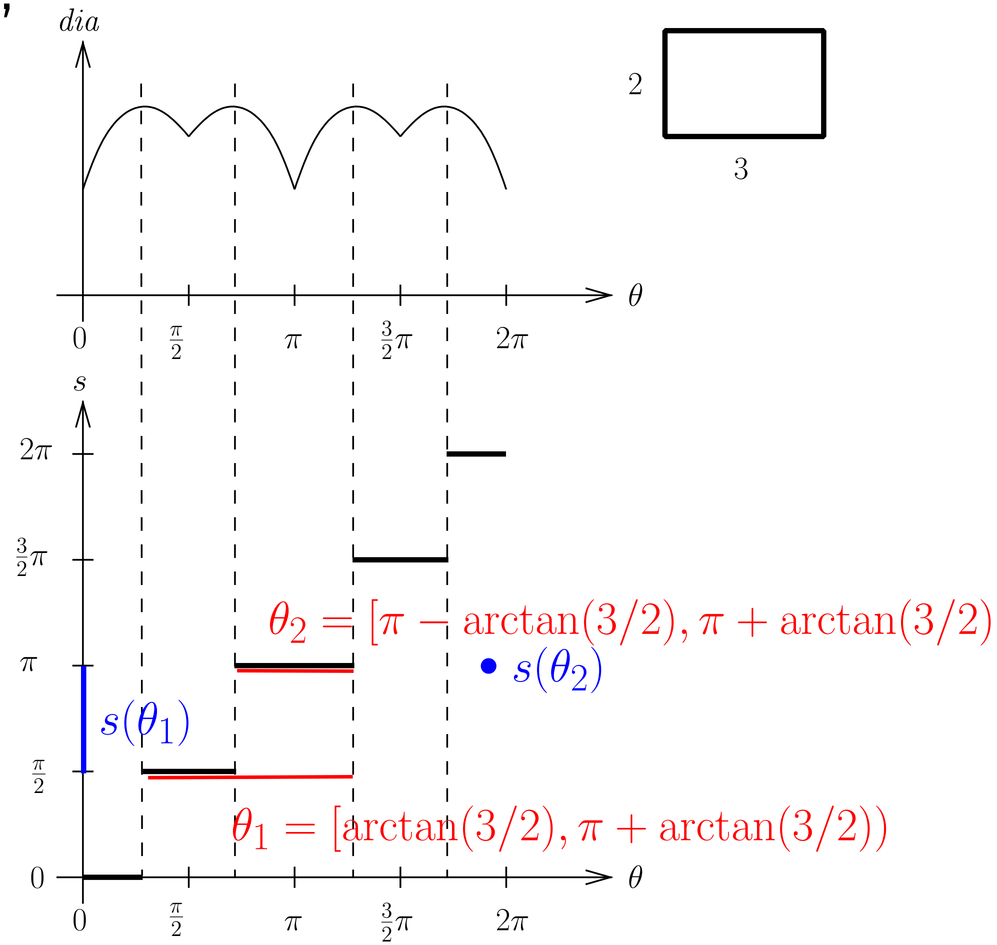
Bezeichnungen!

- **Intervall** Θ, zusammenhängende Teilmenge von $[0, 2\pi)$



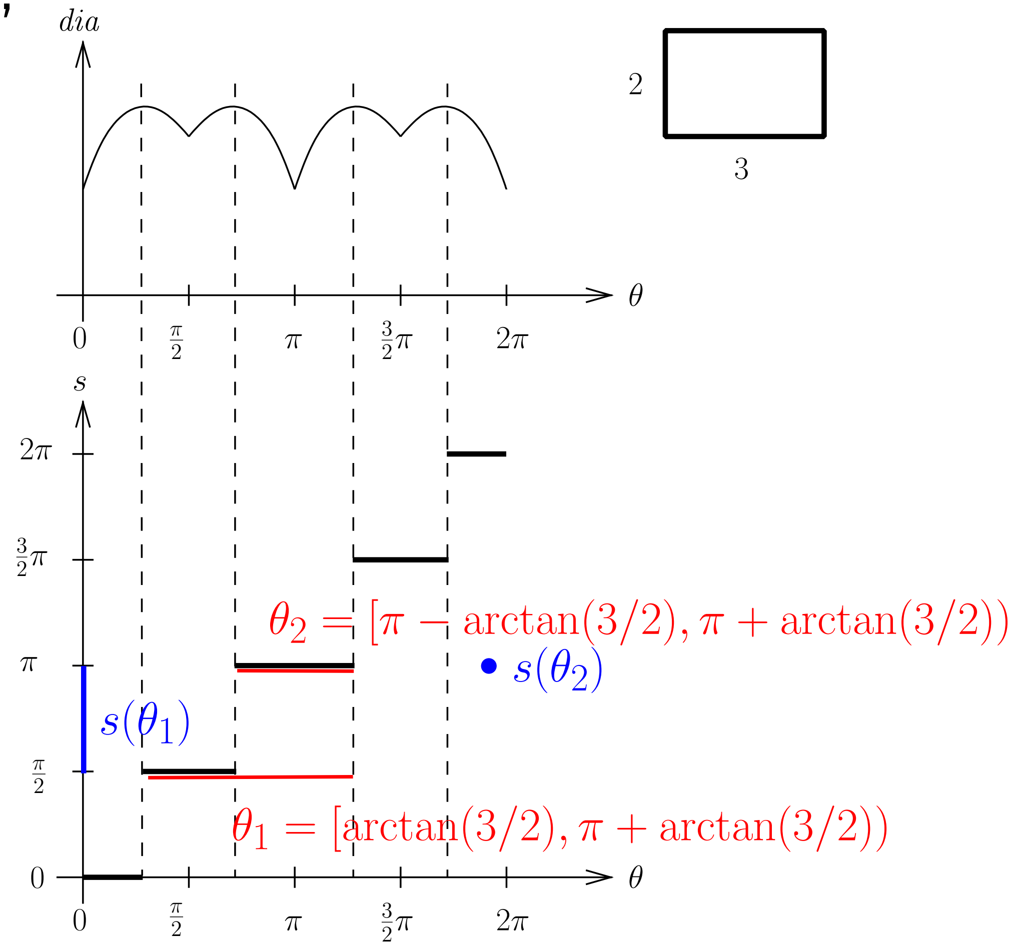
Bezeichnungen!

- **Intervall** Θ, zusammenhängende Teilmenge von $[0, 2\pi)$
- $|\Theta|$: Länge des Intervalls



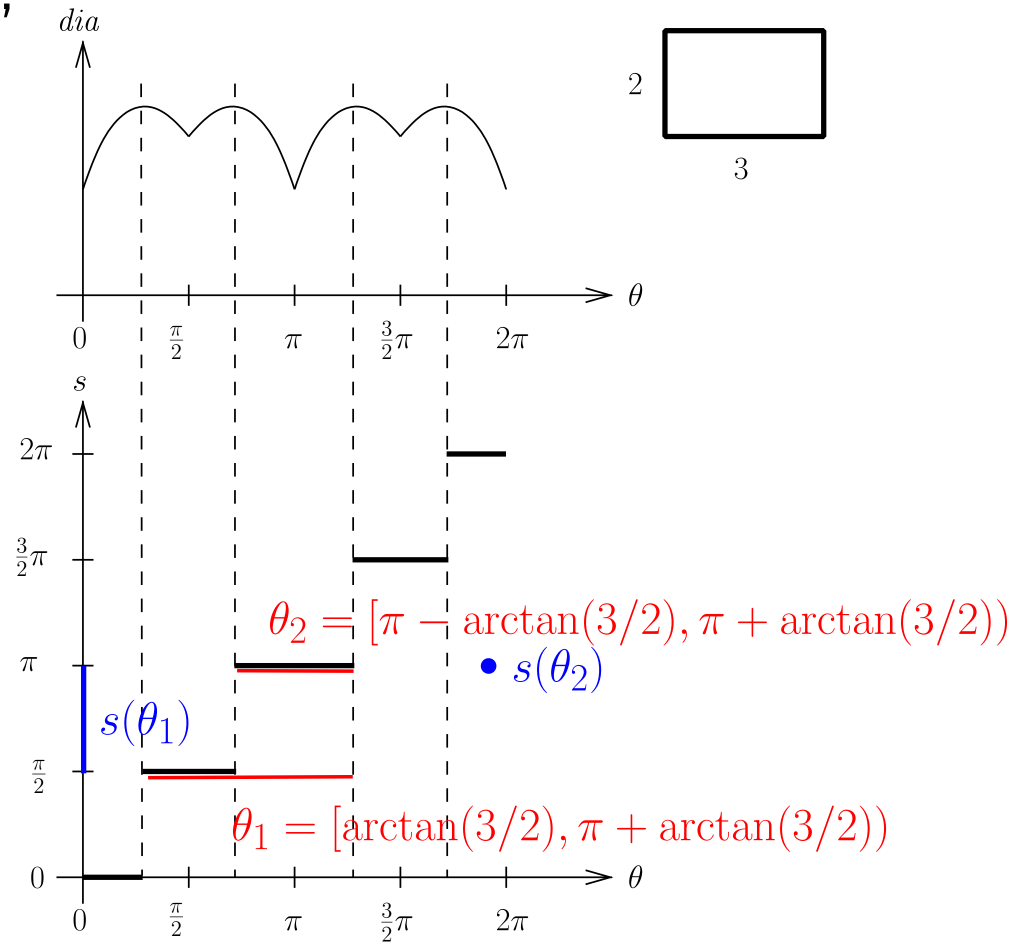
Bezeichnungen!

- **Intervall** Θ, zusammenhängende Teilmenge von $[0, 2\pi)$
- $|\Theta|$: Länge des Intervalls
- **s–Intervall**, halboffenes Intervall $[\xi_i, \nu_i)$, wobei ξ_i und ν_i Unstetigkeitsstellen der Greiffunktion sind

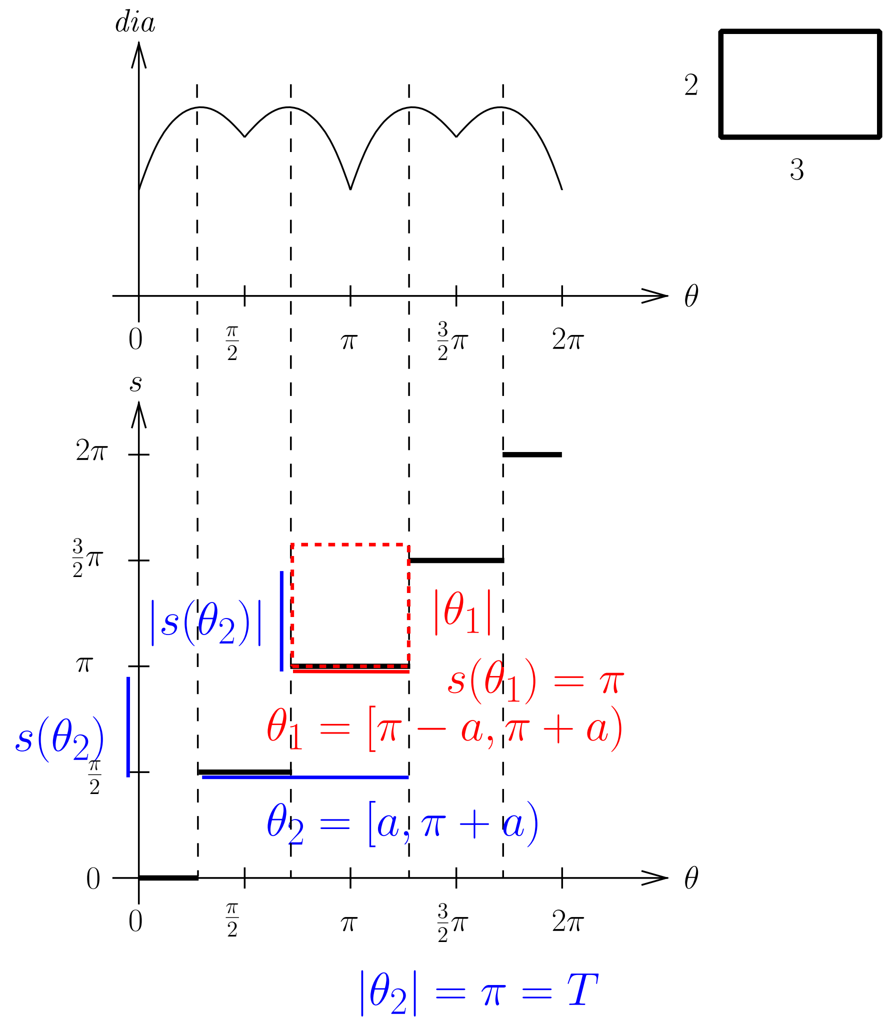


Bezeichnungen!

- **Intervall** Θ, zusammenhängende Teilmenge von $[0, 2\pi)$
- $|\Theta|$: Länge des Intervalls
- **s–Intervall**, halboffenes Intervall $[\xi_i, \nu_i)$, wobei ξ_i und ν_i Unstetigkeitsstellen der Greiffunktion sind
- Zu s–Intervall Θ sei das **s–Image** $s(\Theta)$ das kleinste Intervall, das die Menge $\{ s(\theta) \text{ mit } \theta \in \Theta \}$ enthält

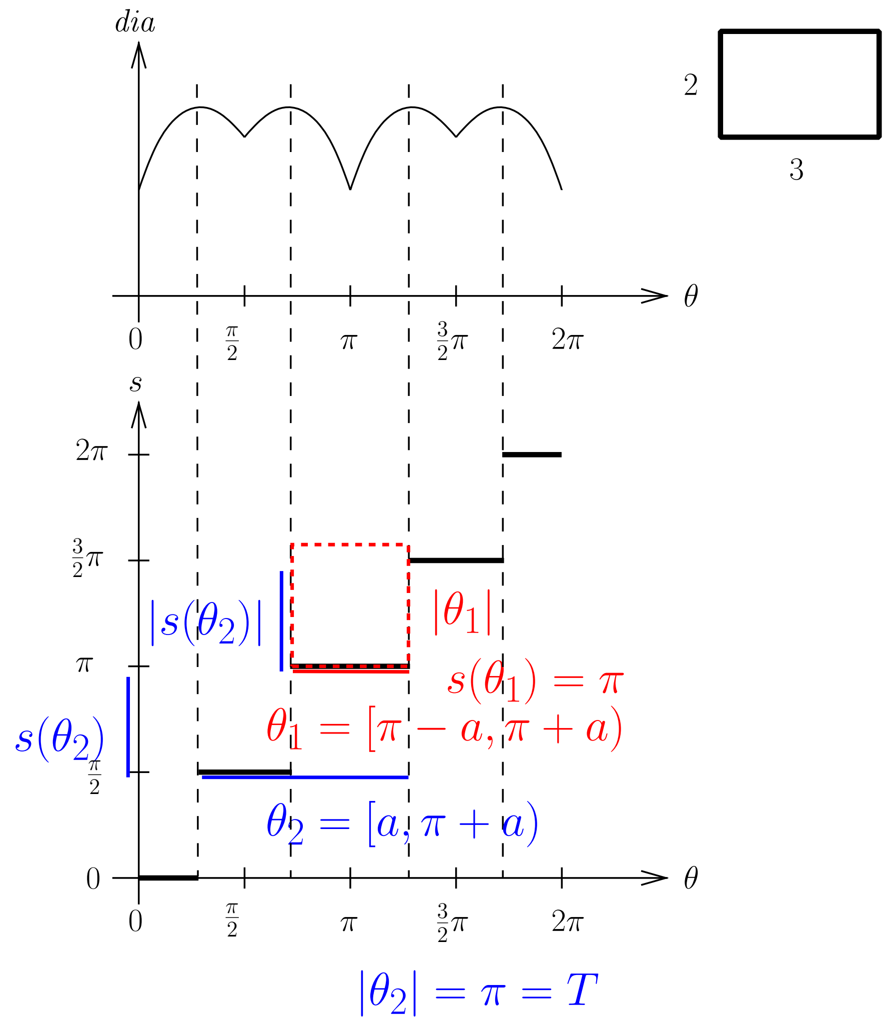


Beispiel Alg.!



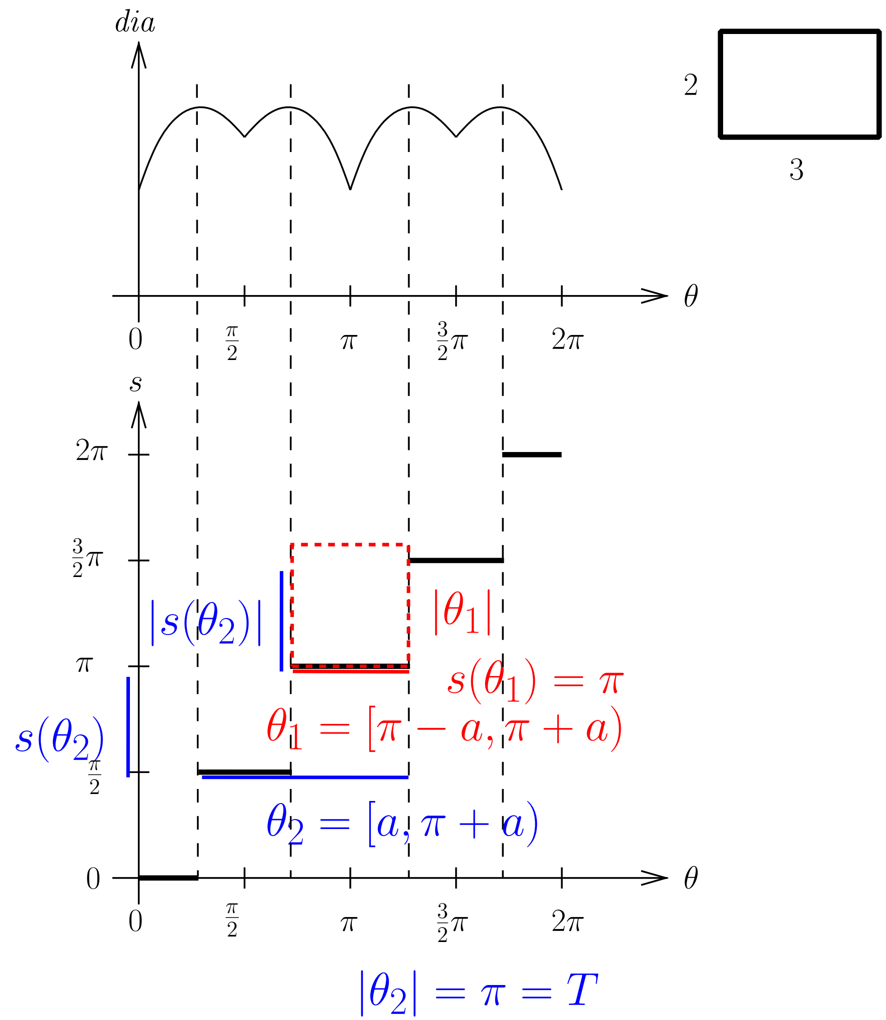
Beispiel Alg.!

- Ber. Durchmesserfkt./Greiffkt.



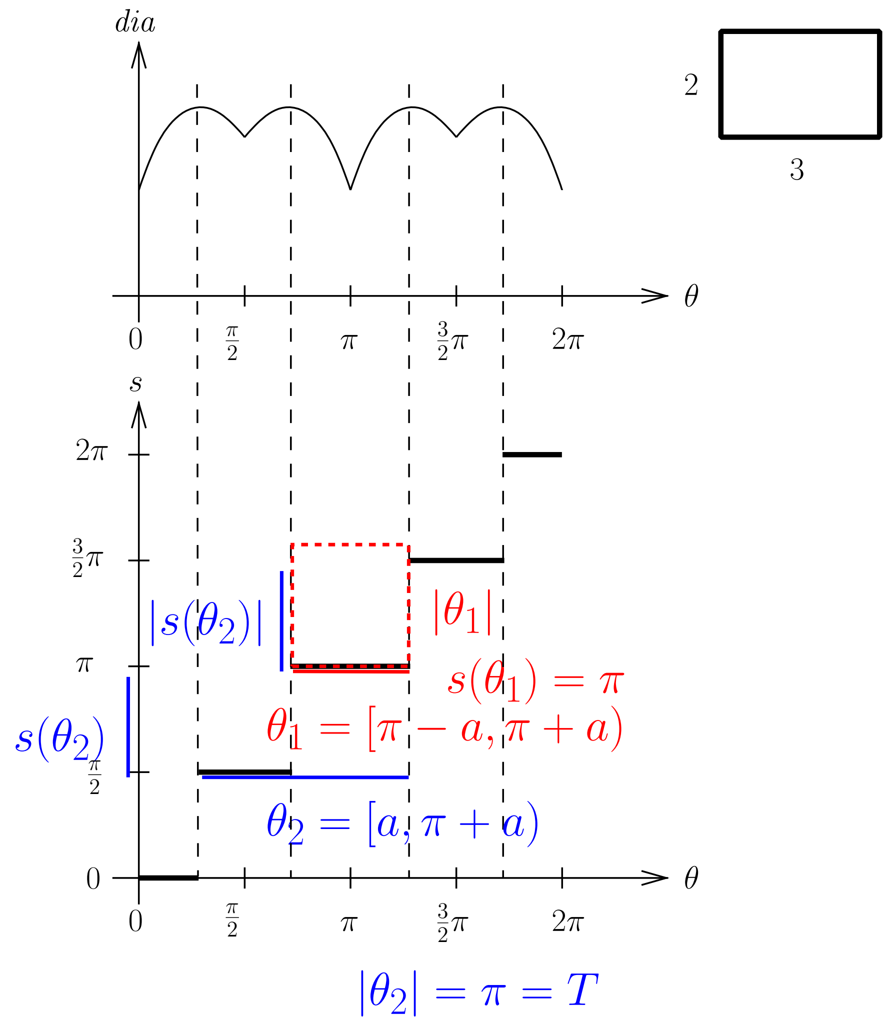
Beispiel Alg.!

- Ber. Durchmesserfkt./Greiffkt.
- kl. Periode $T = \pi$
  zwei Endorientierungen



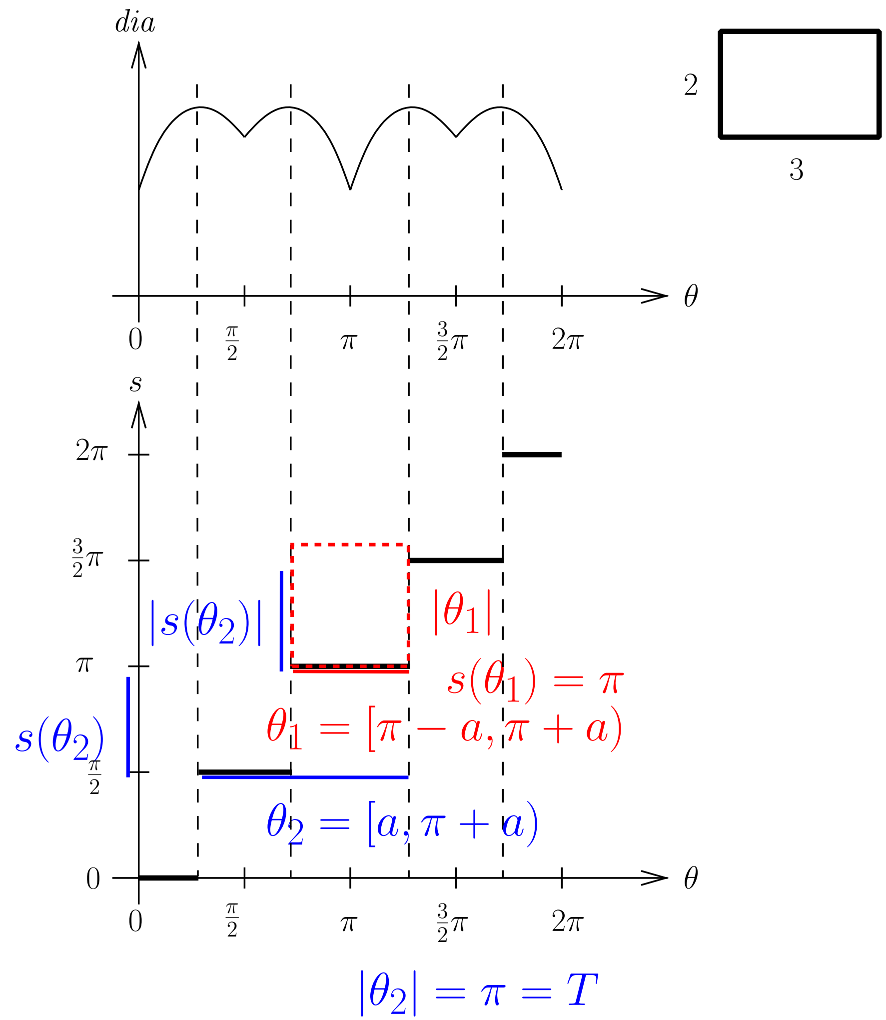
Beispiel Alg.!

- Ber. Durchmesserfkt./Greiffkt.
- kl. Periode $T = \pi$
  zwei Endorientierungen
- Bestimme längstes s–Intervall
  Θ_1, Greiffunktion stetig



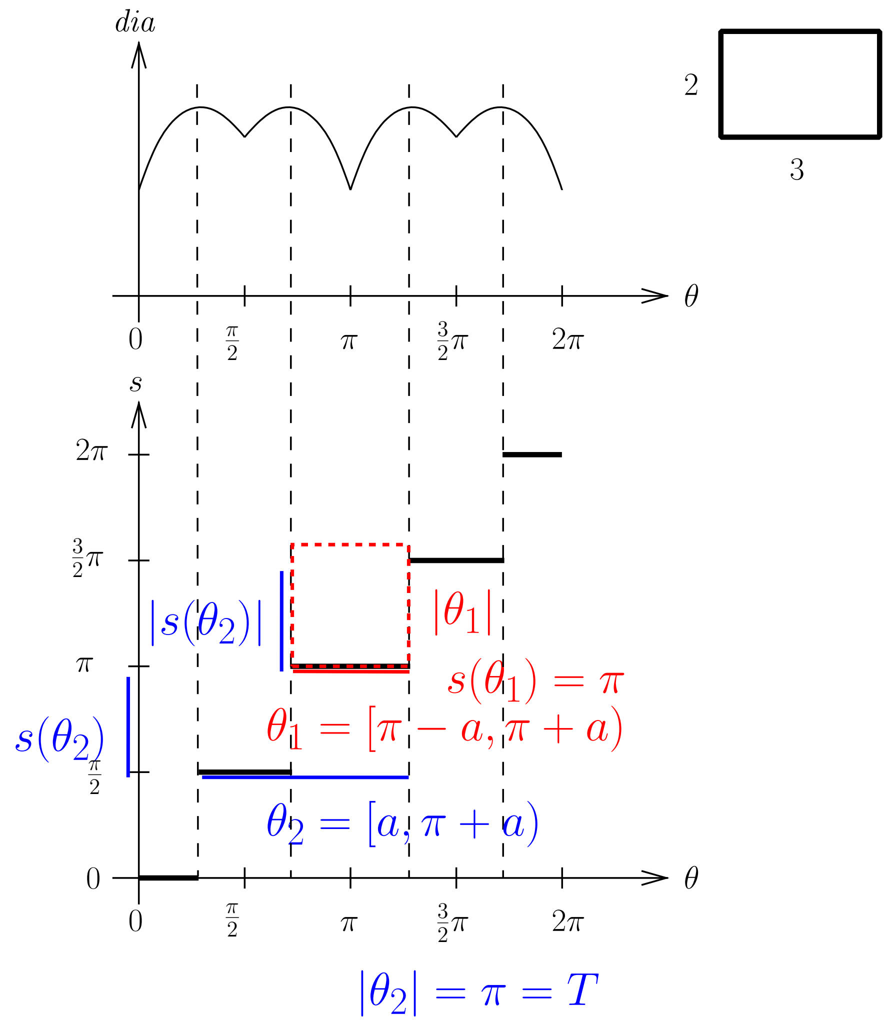
Beispiel Alg.!

- Ber. Durchmesserfkt./Greiffkt.
- kl. Periode $T = \pi$
  zwei Endorientierungen
- Bestimme längstes s–Intervall
  Θ_1, Greiffunktion stetig
- Hier: θ_1, $s(\theta_1) = \pi$



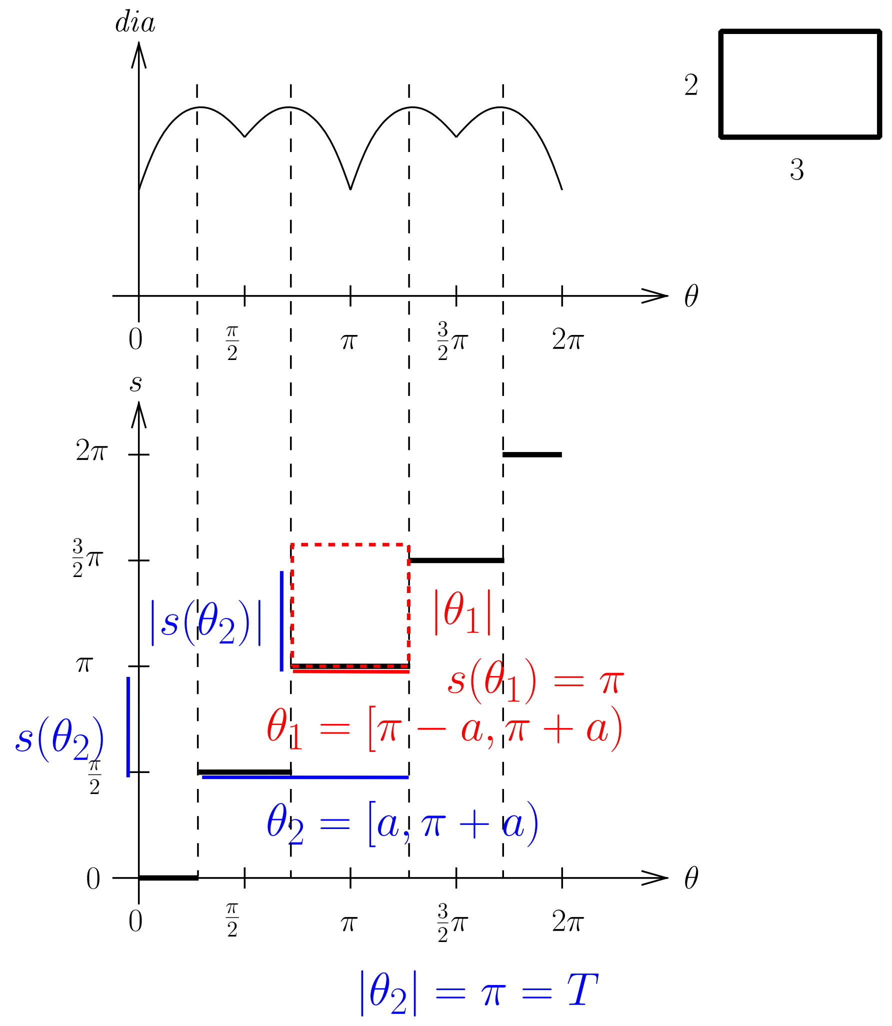
Beispiel Alg.!

- Ber. Durchmesserfkt./Greiffkt.
- kl. Periode $T = \pi$
  zwei Endorientierungen
- Bestimme längstes s–Intervall
  Θ_1, Greiffunktion stetig
- Hier: θ_1, $s(\theta_1) = \pi$
- Eine der beiden Richt.



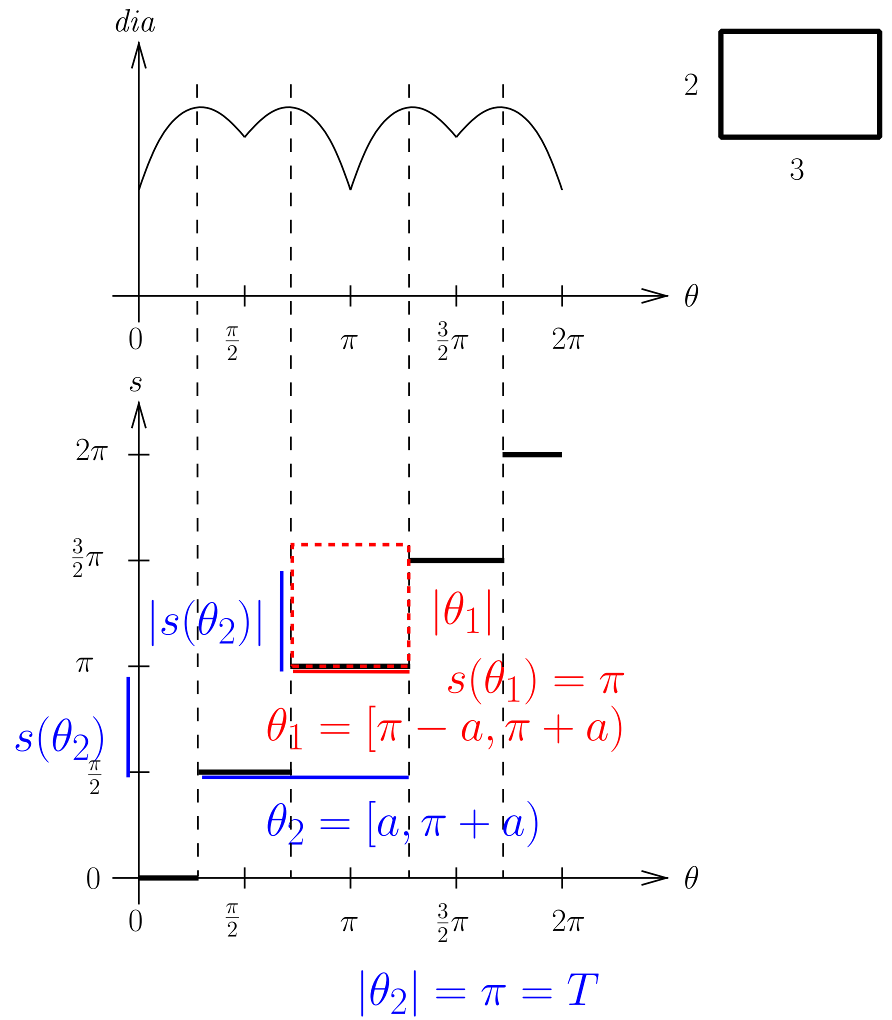
Beispiel Alg.!

- Ber. Durchmesserfkt./Greiffkt.
- kl. Periode $T = \pi$
  zwei Endorientierungen
- Bestimme längstes s–Intervall Θ_1, Greiffunktion stetig
- Hier: θ_1, $s(\theta_1) = \pi$
- Eine der beiden Richt.
- Suche s–Intervall $\Theta \leq T$ mit $|s(\Theta)| < |\Theta_1|$



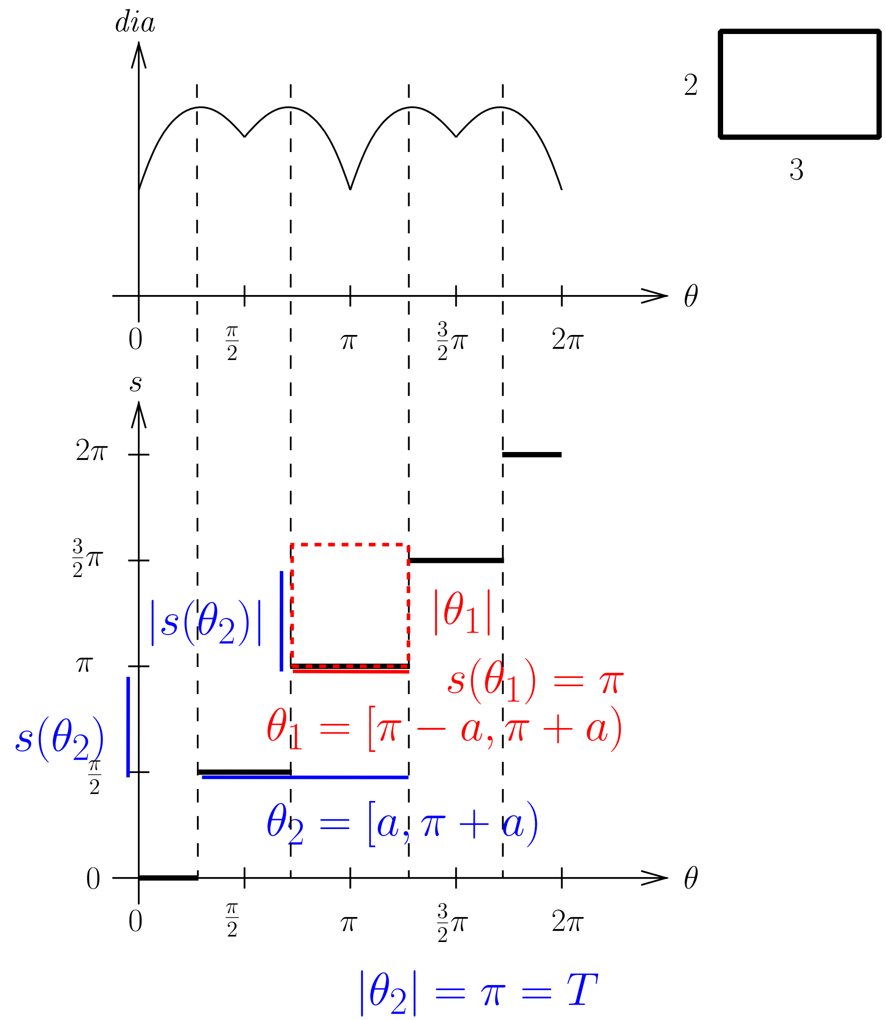
Beispiel Alg.!

- Ber. Durchmesserfkt./Greiffkt.
- kl. Periode $T = \pi$
  zwei Endorientierungen
- Bestimme längstes s–Intervall
  Θ_1, Greiffunktion stetig
- Hier: θ_1, $s(\theta_1) = \pi$
- Eine der beiden Richt.
- Suche s–Intervall $\Theta \leq T$ mit
  $|s(\Theta)| < |\Theta_1|$
- Hier θ_2: $|s(\Theta_2)| < |\Theta_1|$



Beispiel Alg.!

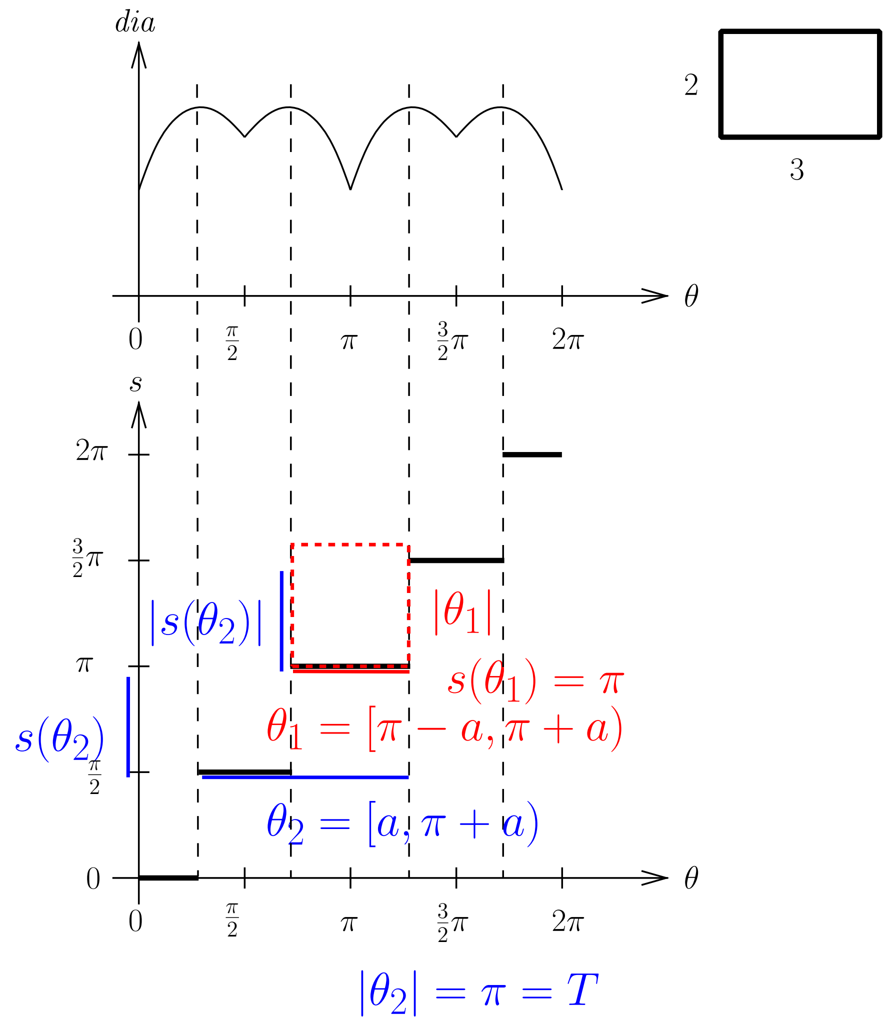
- Ber. Durchmesserfkt./Greiffkt.
- kl. Periode $T = \pi$
  zwei Endorientierungen
- Bestimme längstes s–Intervall
  Θ_1, Greiffunktion stetig
- Hier: θ_1, $s(\theta_1) = \pi$
- Eine der beiden Richt.
- Suche s–Intervall $\Theta \leq T$ mit
  $|s(\Theta)| < |\Theta_1|$
- Hier θ_2: $|s(\Theta_2)| < |\Theta_1|$
- $|\theta_2| = \pi = T$ fertig!!



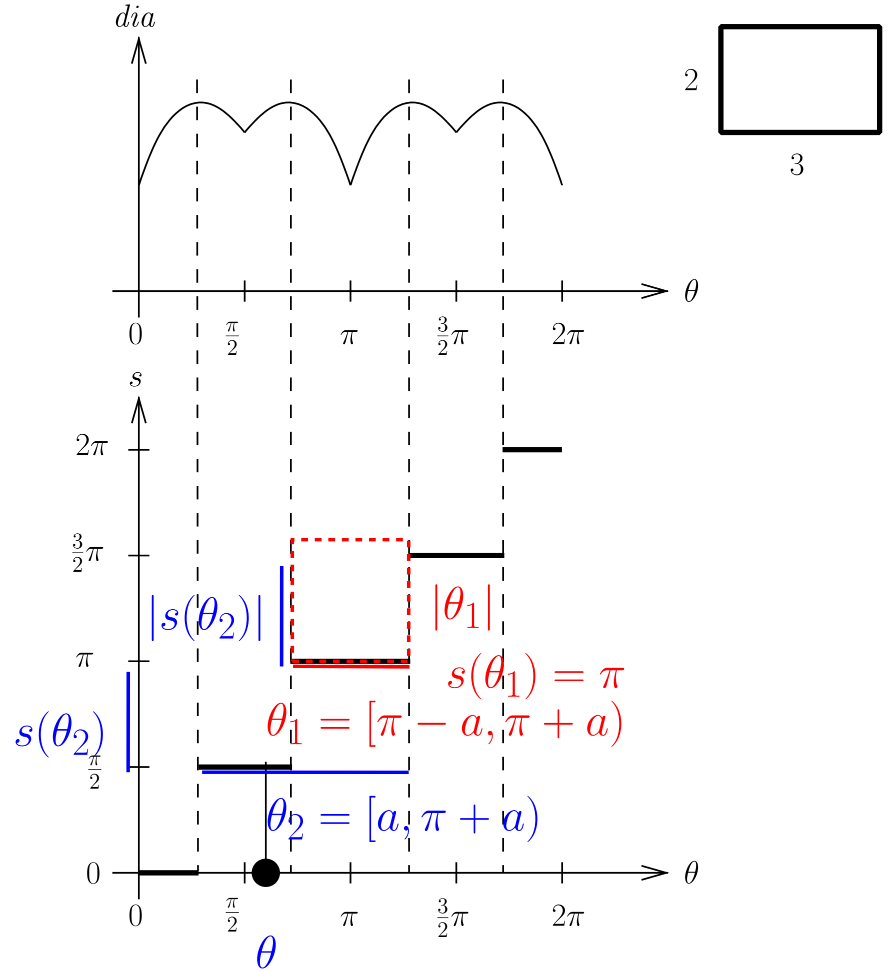
Beispiel Alg.!

- Ber. Durchmesserfkt./Greiffkt.
- kl. Periode $T = \pi$
  zwei Endorientierungen
- Bestimme längstes s–Intervall
  Θ_1, Greiffunktion stetig
- Hier: θ_1, $s(\theta_1) = \pi$
- Eine der beiden Richt.
- Suche s–Intervall $\Theta \leq T$ mit
  $|s(\Theta)| < |\Theta_1|$
- Hier θ_2: $|s(\Theta_2)| < |\Theta_1|$
- $|\theta_2| = \pi = T$ fertig!!

$\Rightarrow$ Liste $L = (\Theta_1, \Theta_2)$, $|\Theta_2| = T$.



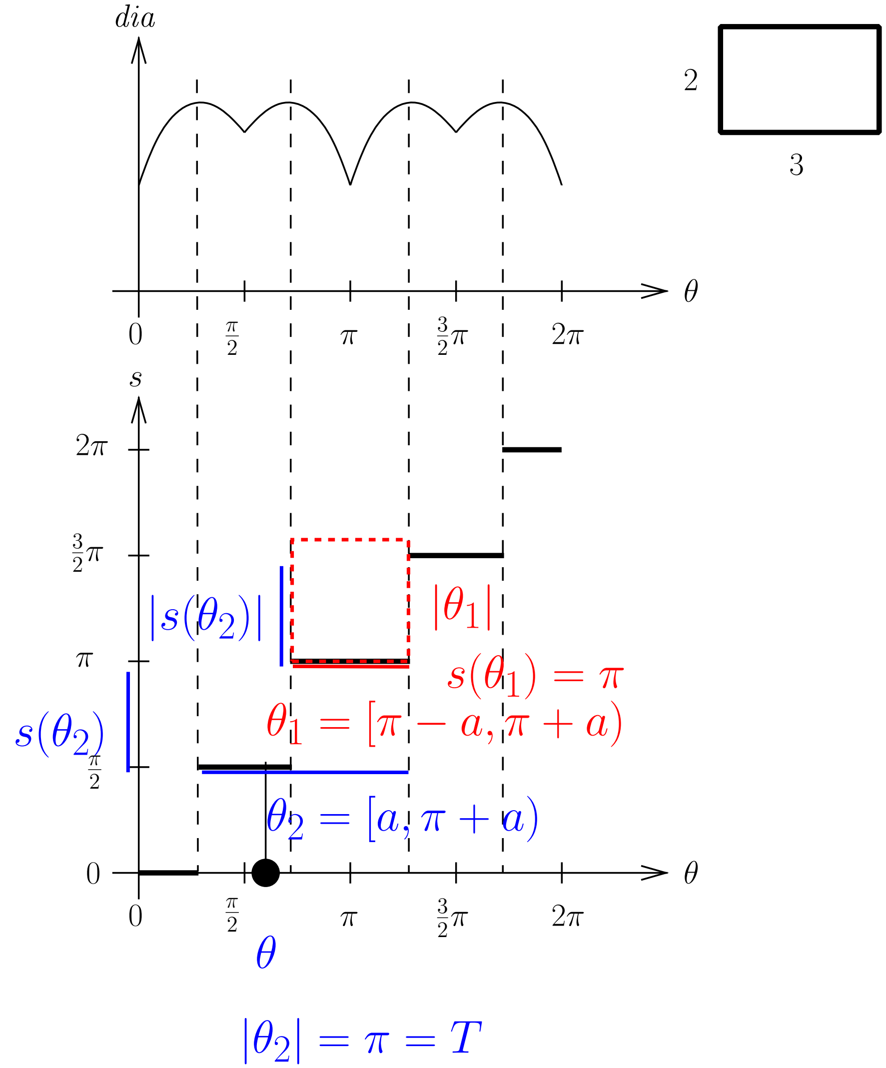
Beispiel Alg.!



$|\theta_2| = \pi = T$

Beispiel Alg.!

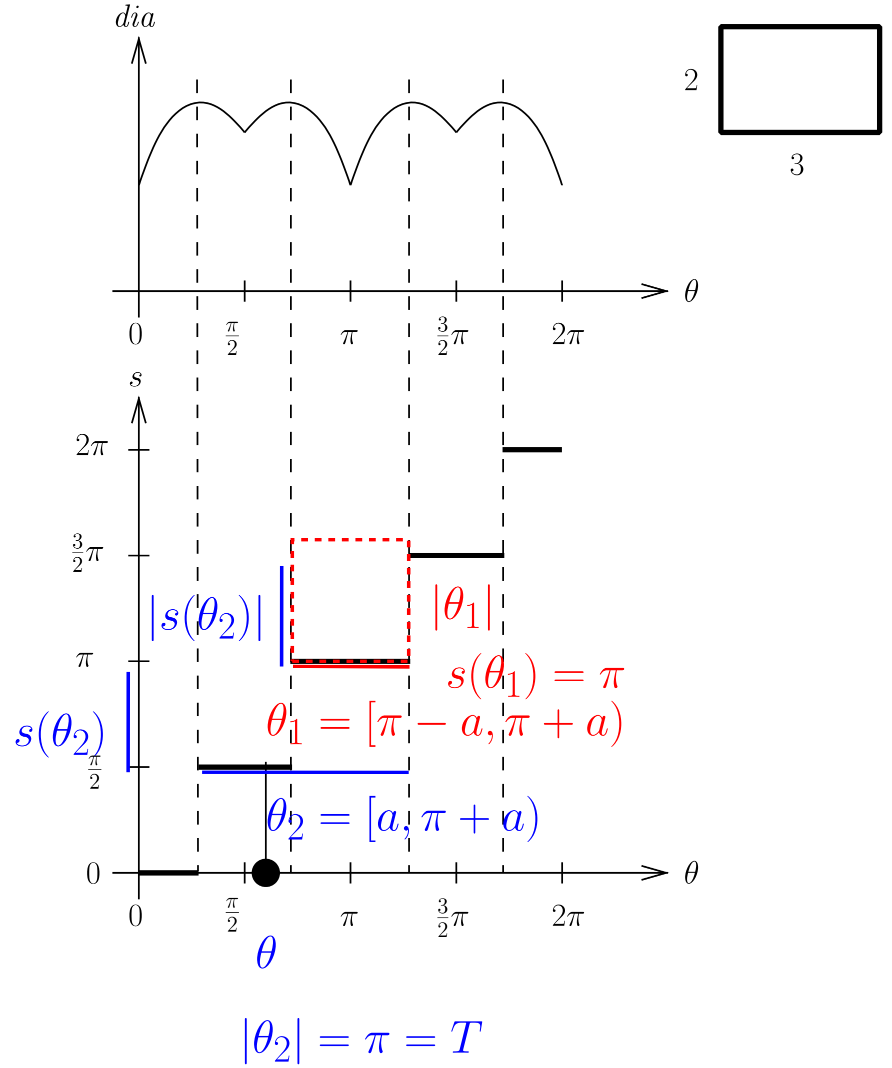
$\Rightarrow$ Liste $L = (\Theta_1, \Theta_2)$, $|\Theta_2| = T$.



Beispiel Alg.!

$\Rightarrow$ Liste $L = (\Theta_1, \Theta_2)$, $|\Theta_2| = T$.

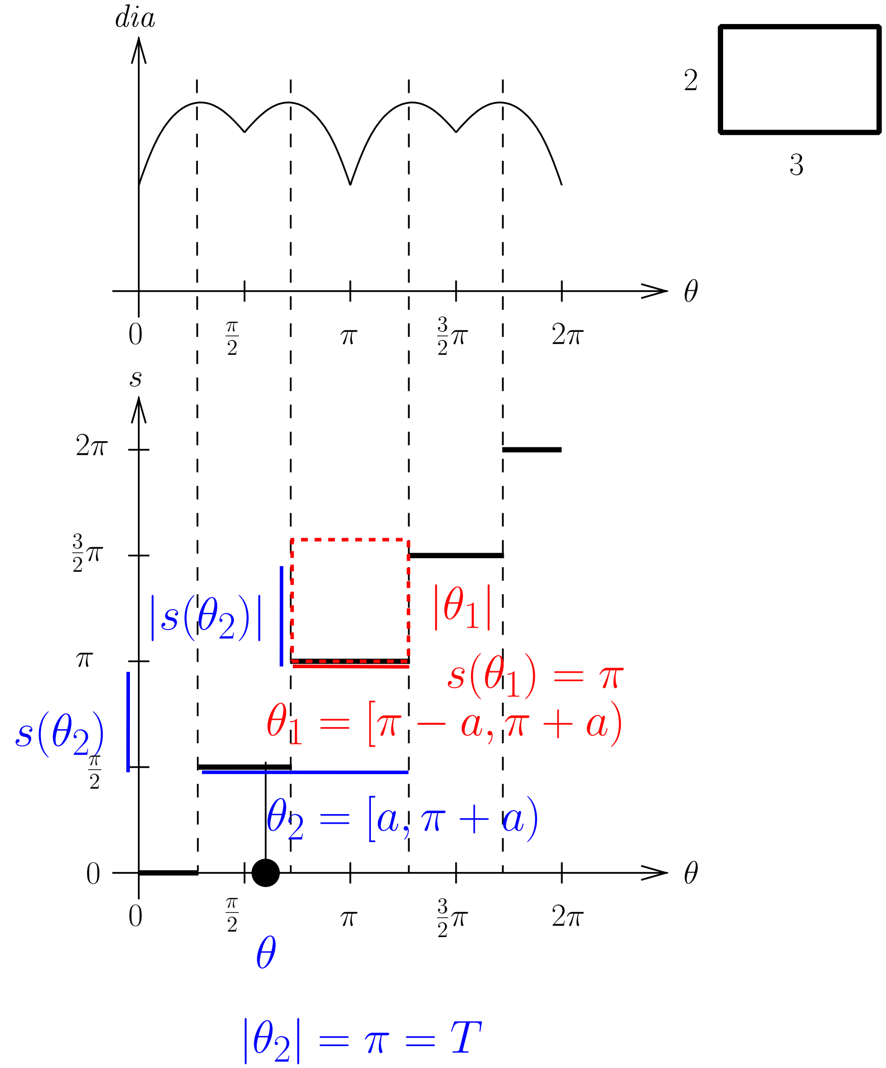
- Startorientierung: θ



Beispiel Alg.!

$\Rightarrow$ Liste $L = (\Theta_1, \Theta_2)$, $|\Theta_2| = T$.

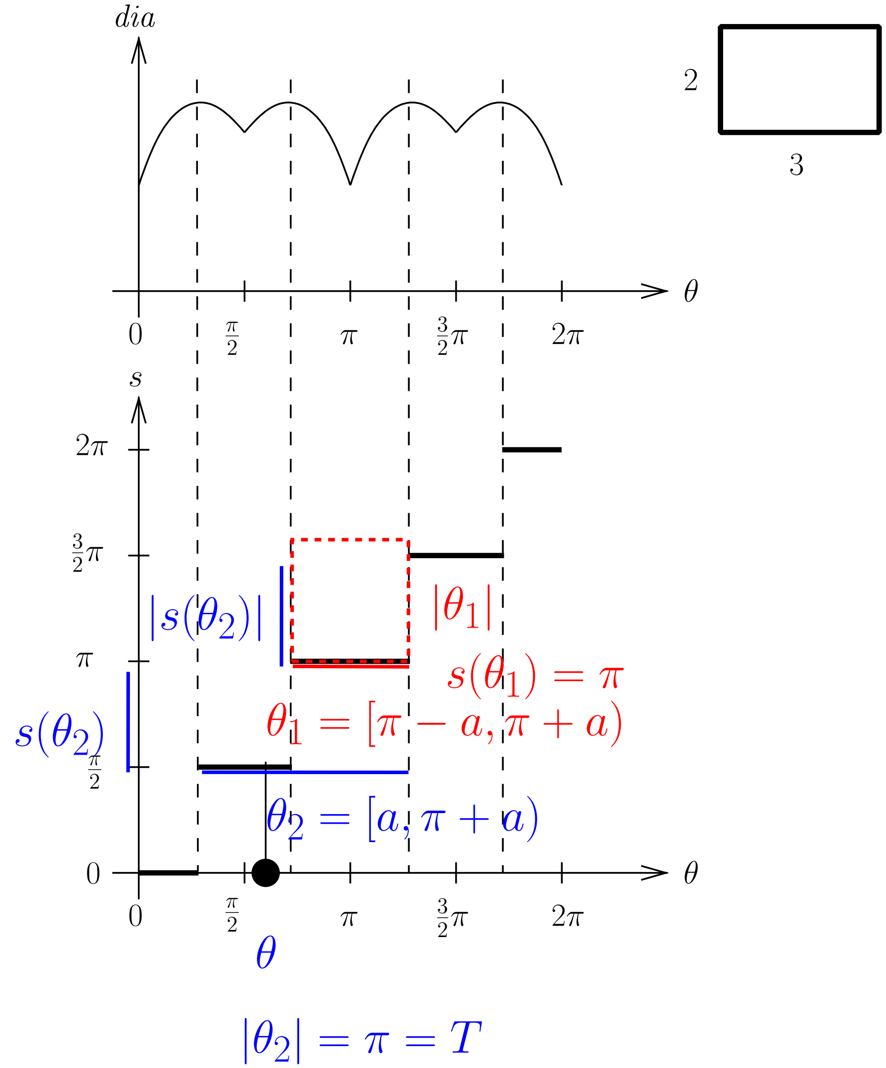
- Startorientierung: θ
- $\theta \in \Theta_2$ oder $\theta \notin \Theta_2$



Beispiel Alg.!

$\Rightarrow$ Liste $L = (\Theta_1, \Theta_2)$, $|\Theta_2| = T$.

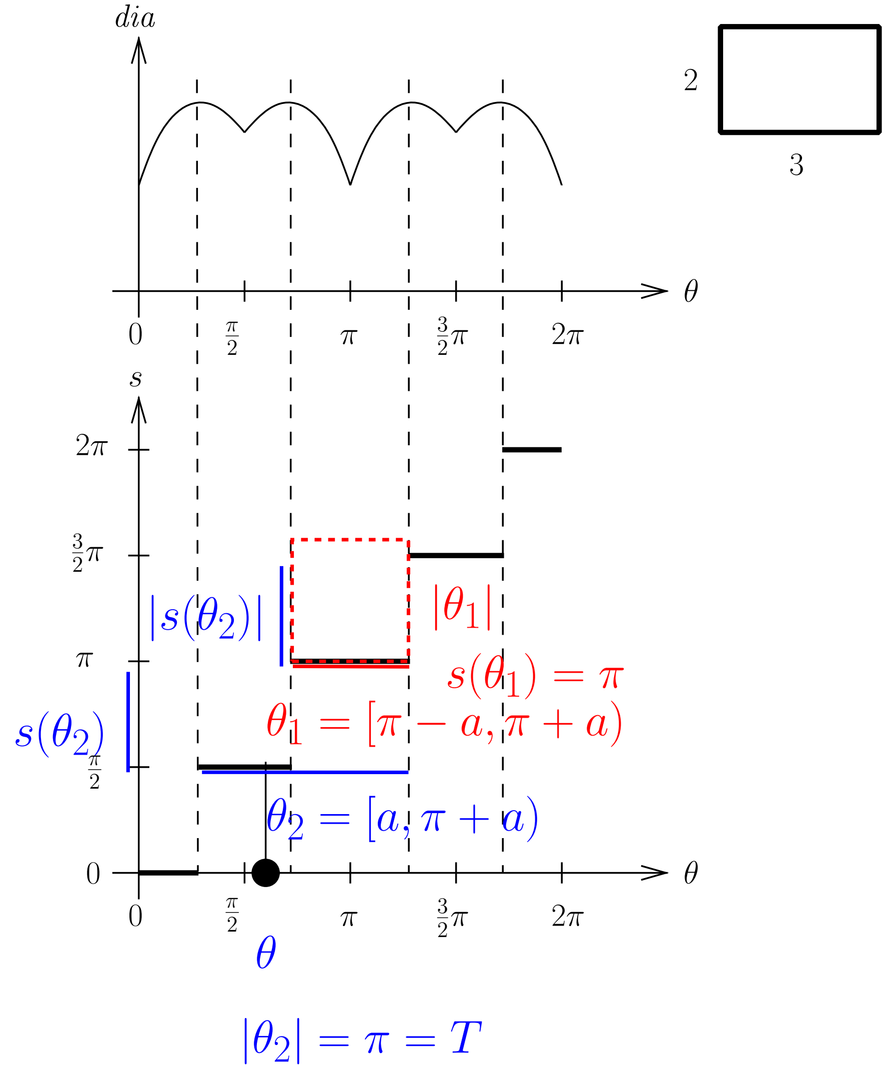
- Startorientierung: θ
- $\theta \in \Theta_2$ oder $\theta \notin \Theta_2$
- $S(\mathcal{A}, \theta) = \pi$ oder $S(\mathcal{A}, \theta) = 2\pi$



Beispiel Alg.!

$\Rightarrow$ Liste $L = (\Theta_1, \Theta_2)$, $|\Theta_2| = T$.

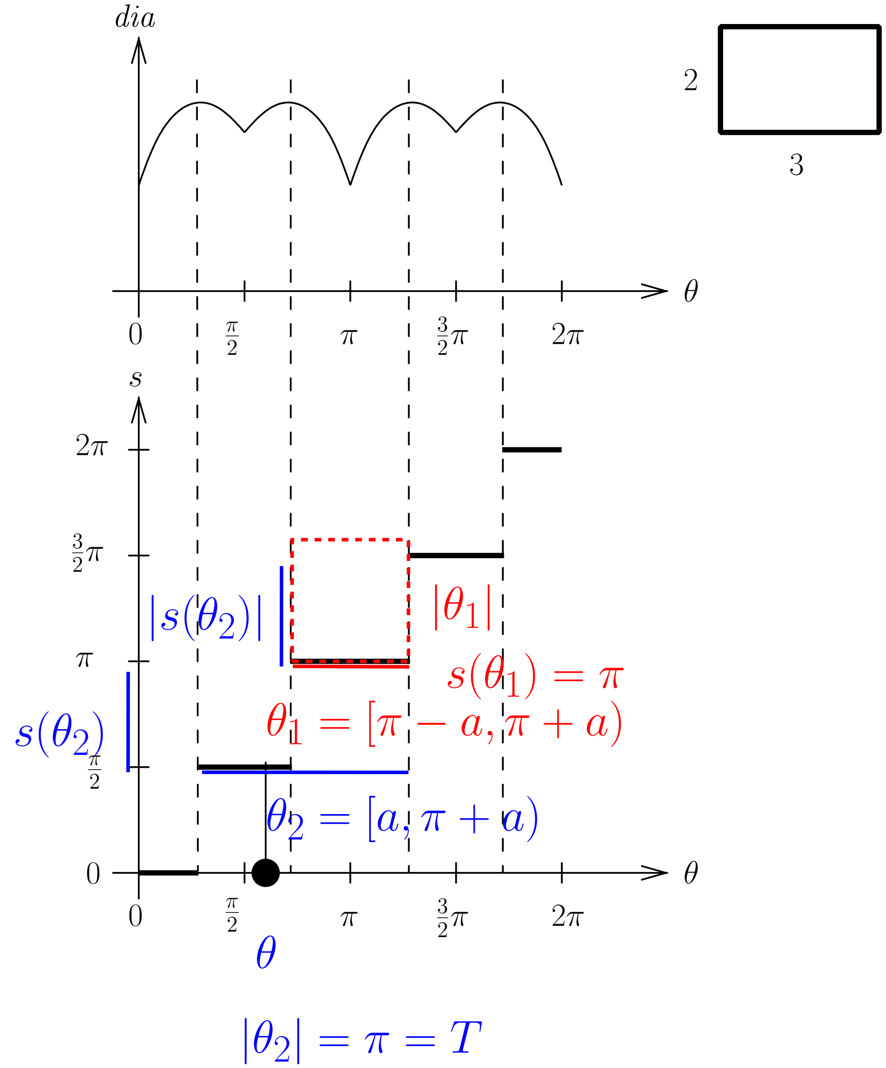
- Startorientierung: θ
- $\theta \in \Theta_2$ oder $\theta \notin \Theta_2$
- $S(\mathcal{A}, \theta) = \pi$ oder $S(\mathcal{A}, \theta) = 2\pi$
- $s(\Theta_1)$ und $s(\Theta_1) + T$



Beispiel Alg.!

$\Rightarrow$ Liste $L = (\Theta_1, \Theta_2)$, $|\Theta_2| = T$.

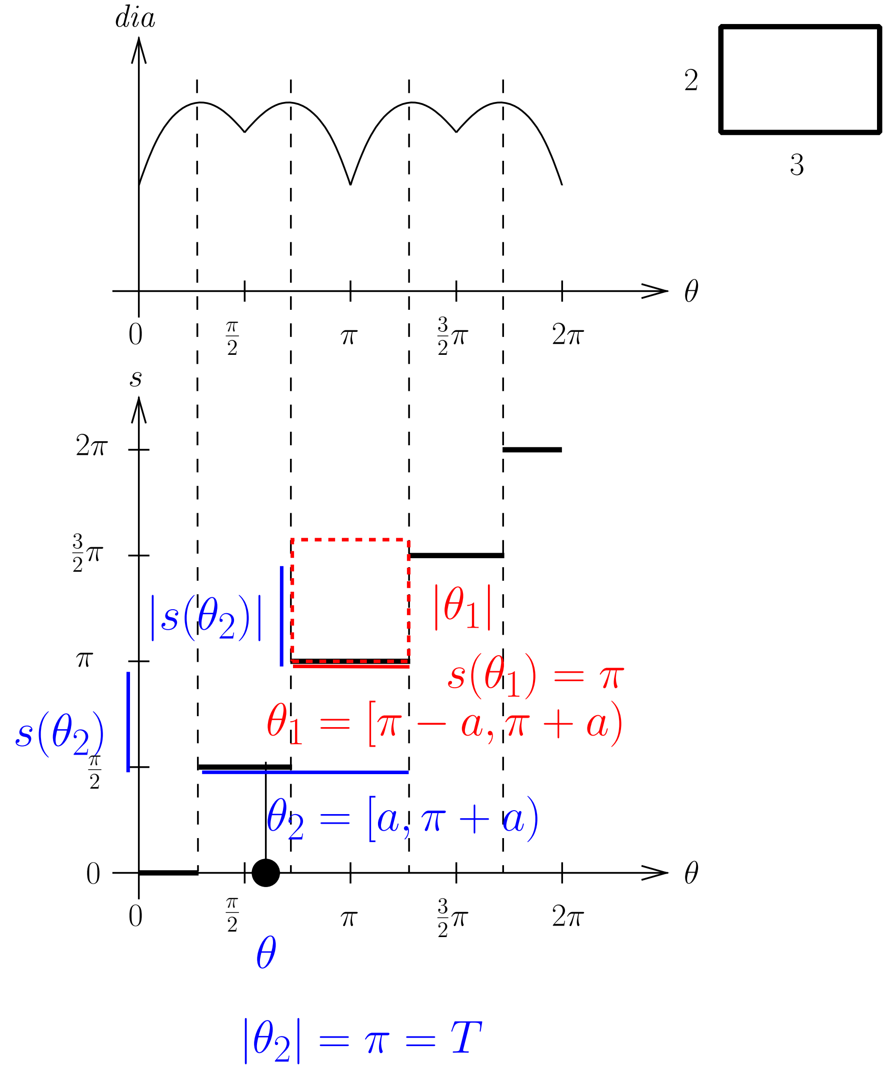
- Startorientierung: θ
- $\theta \in \Theta_2$ oder $\theta \notin \Theta_2$
- $S(\mathcal{A}, \theta) = \pi$ oder $S(\mathcal{A}, \theta) = 2\pi$
- $s(\Theta_1)$ und $s(\Theta_1) + T$
- $\alpha_2 := 0$, Ann: $\theta \in \Theta_2$:



Beispiel Alg.!

$\Rightarrow$ Liste $L = (\Theta_1, \Theta_2)$, $|\Theta_2| = T$.

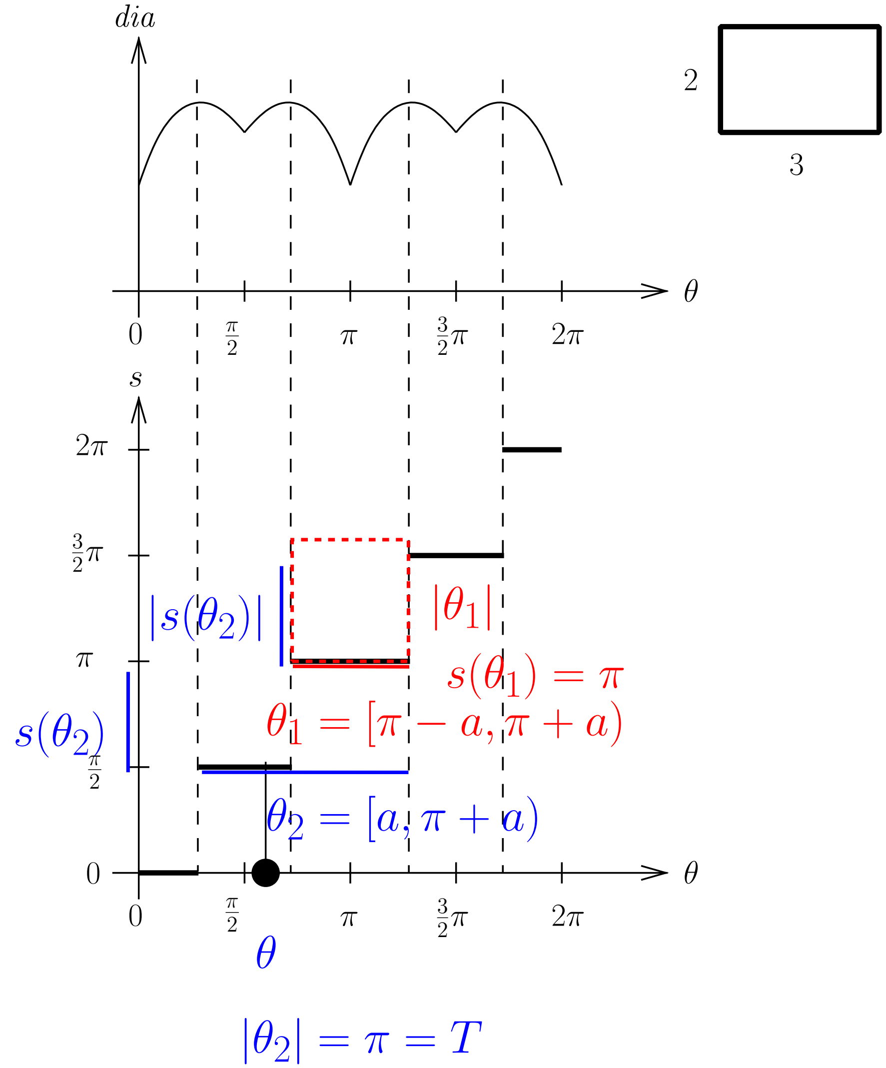
- Startorientierung: θ
- $\theta \in \Theta_2$ oder $\theta \notin \Theta_2$
- $S(\mathcal{A}, \theta) = \pi$ oder $S(\mathcal{A}, \theta) = 2\pi$
- $s(\Theta_1)$ und $s(\Theta_1) + T$
- $\alpha_2 := 0$, Ann: $\theta \in \Theta_2$:
  $s(\theta) = \gamma \in s(\Theta_2)$!



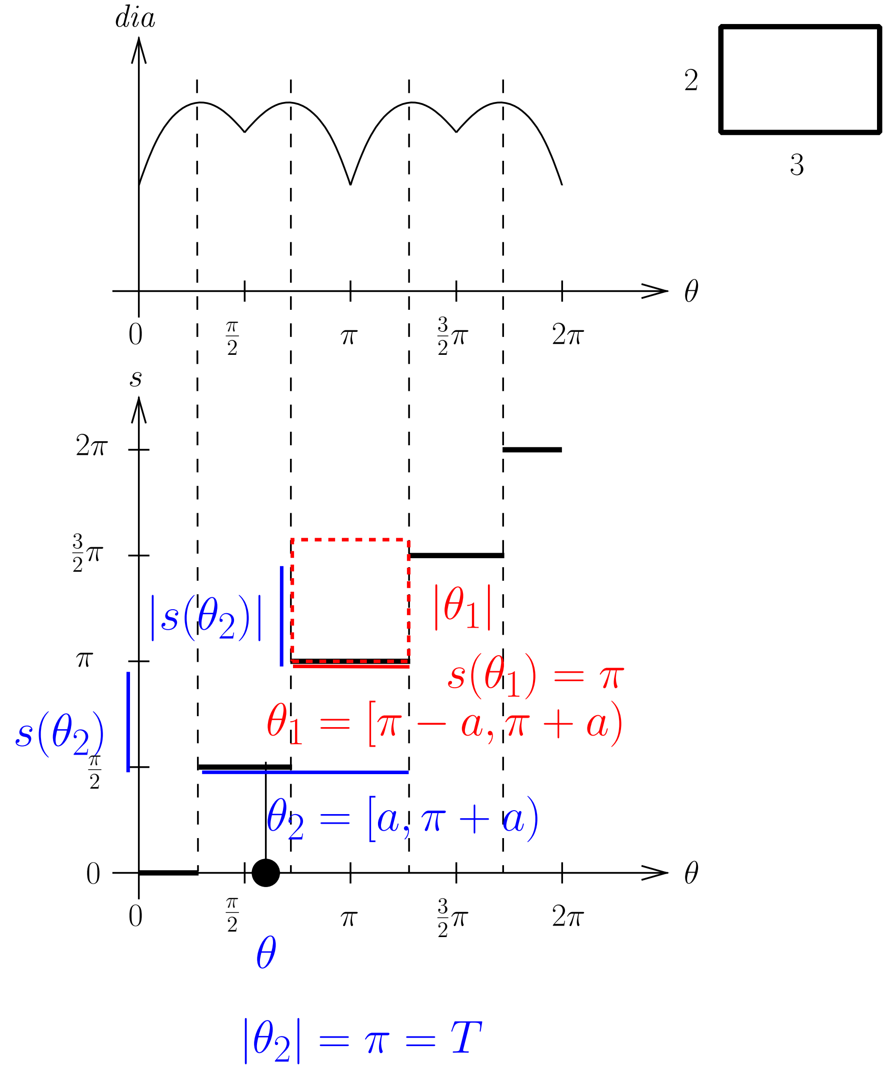
Beispiel Alg.!

$\Rightarrow$ Liste $L = (\Theta_1, \Theta_2)$, $|\Theta_2| = T$.

- Startorientierung: θ
- $\theta \in \Theta_2$ oder $\theta \notin \Theta_2$
- $S(\mathcal{A}, \theta) = \pi$ oder $S(\mathcal{A}, \theta) = 2\pi$
- $s(\Theta_1)$ und $s(\Theta_1) + T$
- $\alpha_2 := 0$, Ann: $\theta \in \Theta_2$: $s(\theta) = \gamma \in s(\Theta_2)$!
- $|s(\Theta_2)| < |\Theta_1|$: Wie γ in $s(\Theta_1)$?

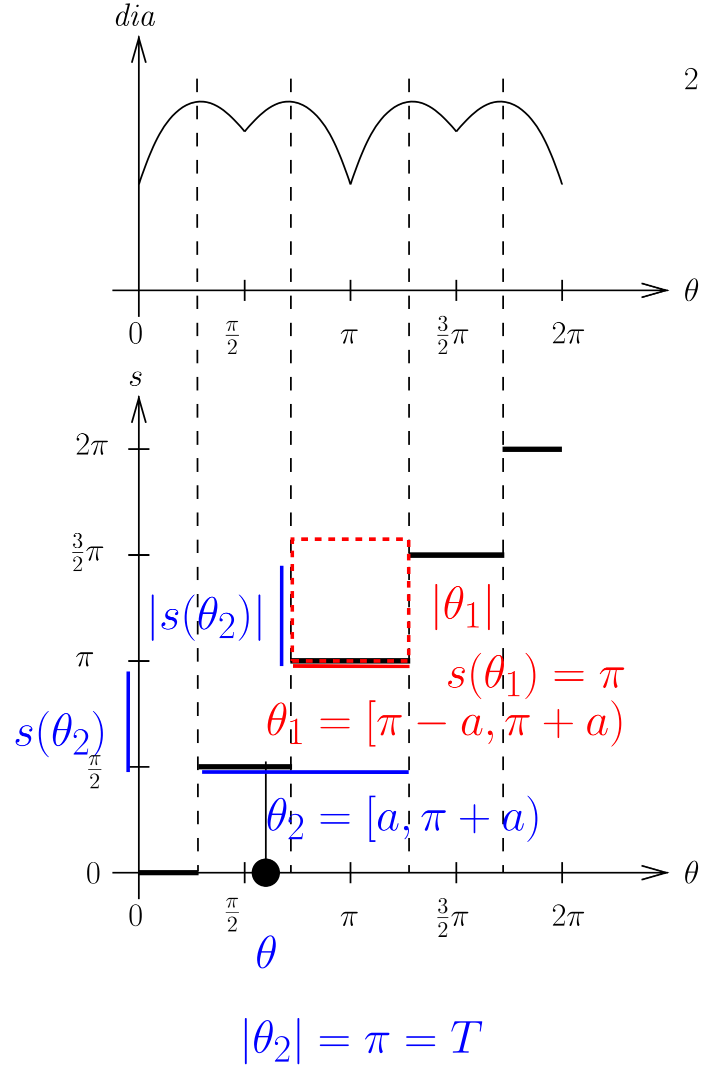


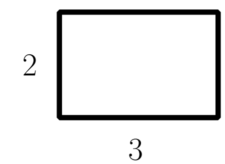
Beispiel Alg.!



Beispiel Alg.!

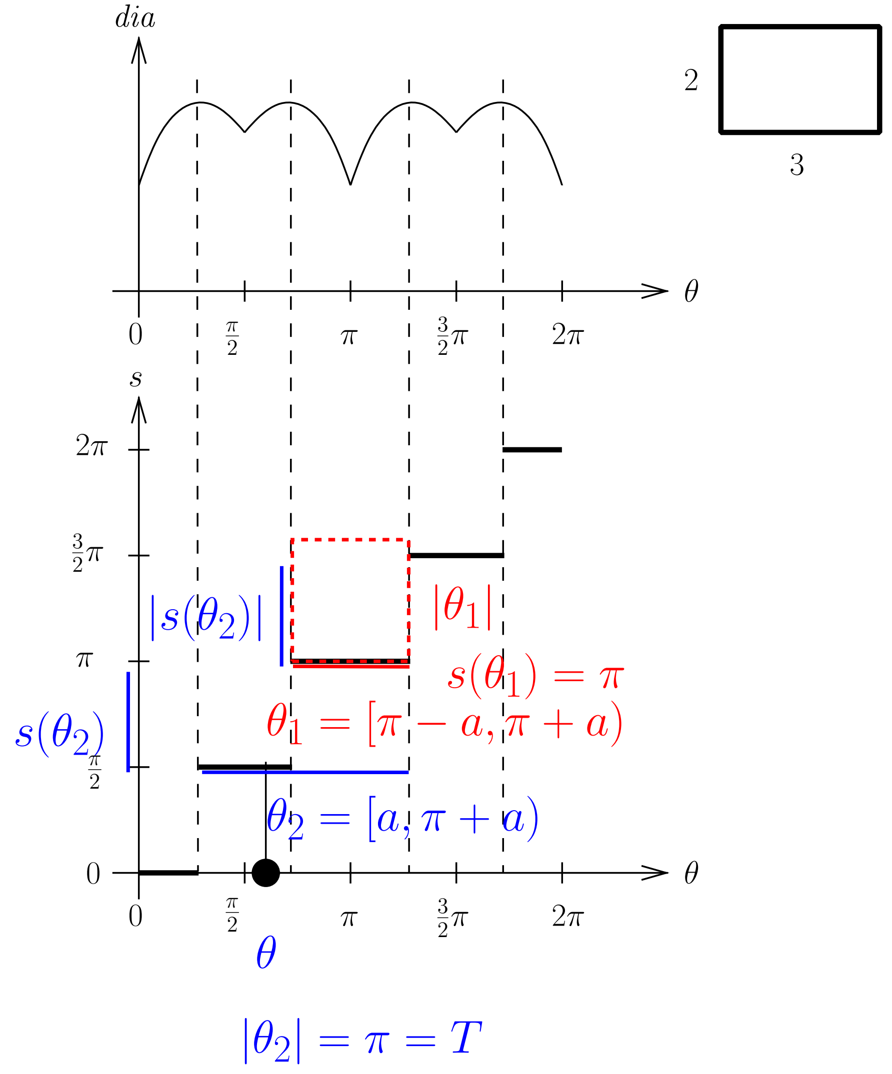
- $|s(\Theta_2)| < |\Theta_1|$: Wie γ in $s(\Theta_1)$?





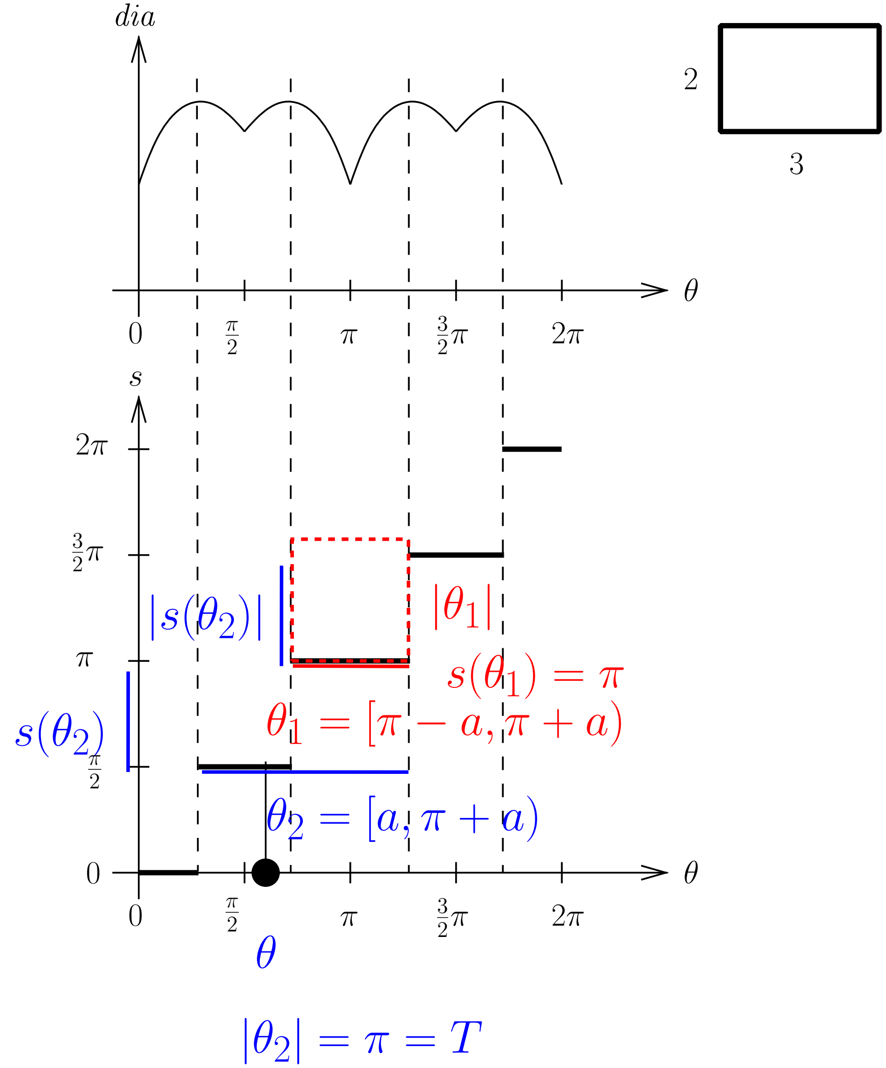
Beispiel Alg.!

- $|s(\Theta_2)| < |\Theta_1|$: Wie γ in $s(\Theta_1)$?
- $s(\Theta_2) = [s(\xi_2), s(\nu_2)]$,
  $\Theta_1 = [\xi_1, \nu_1]$



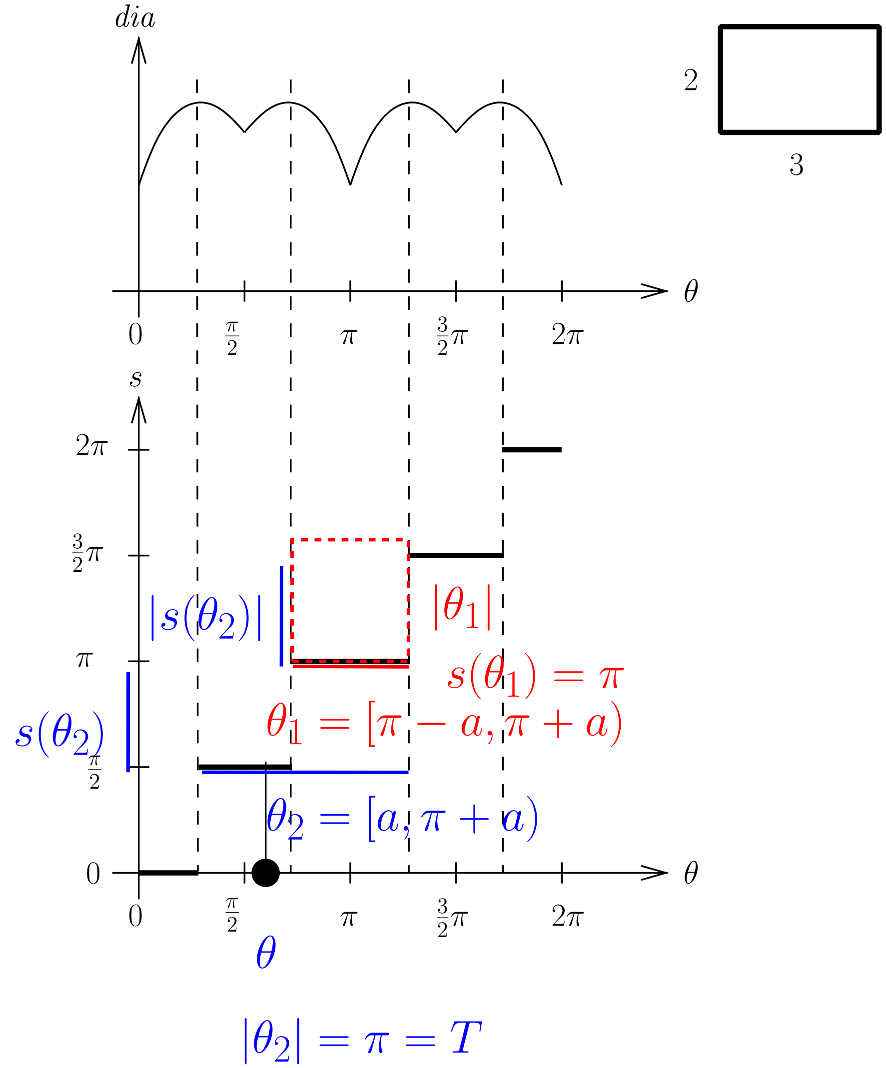
Beispiel Alg.!

- $|s(\Theta_2)| < |\Theta_1|$: Wie γ in $s(\Theta_1)$?
- $s(\Theta_2) = [s(\xi_2), s(\nu_2)]$,
  $\Theta_1 = [\xi_1, \nu_1]$
- $\xi_1 \leq s(\theta) - s(\xi_2) + \xi_1 \leq \nu_1$



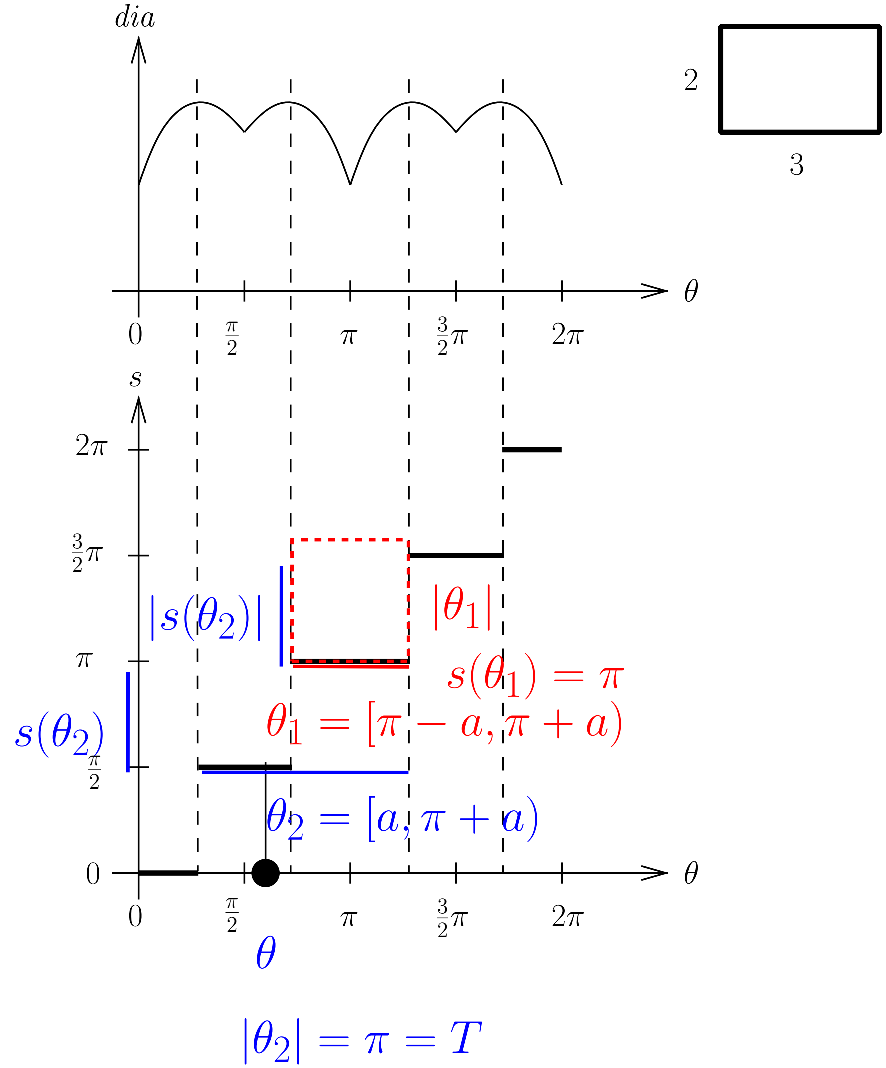
Beispiel Alg.!

- $|s(\Theta_2)| < |\Theta_1|$: Wie γ in $s(\Theta_1)$?
- $s(\Theta_2) = [s(\xi_2), s(\nu_2)]$, $\Theta_1 = [\xi_1, \nu_1]$
- $\xi_1 \leq s(\theta) - s(\xi_2) + \xi_1 \leq \nu_1$
- $s(\theta) - (s(\xi_2) - \xi_1)$, Bereits: $s(\theta)$



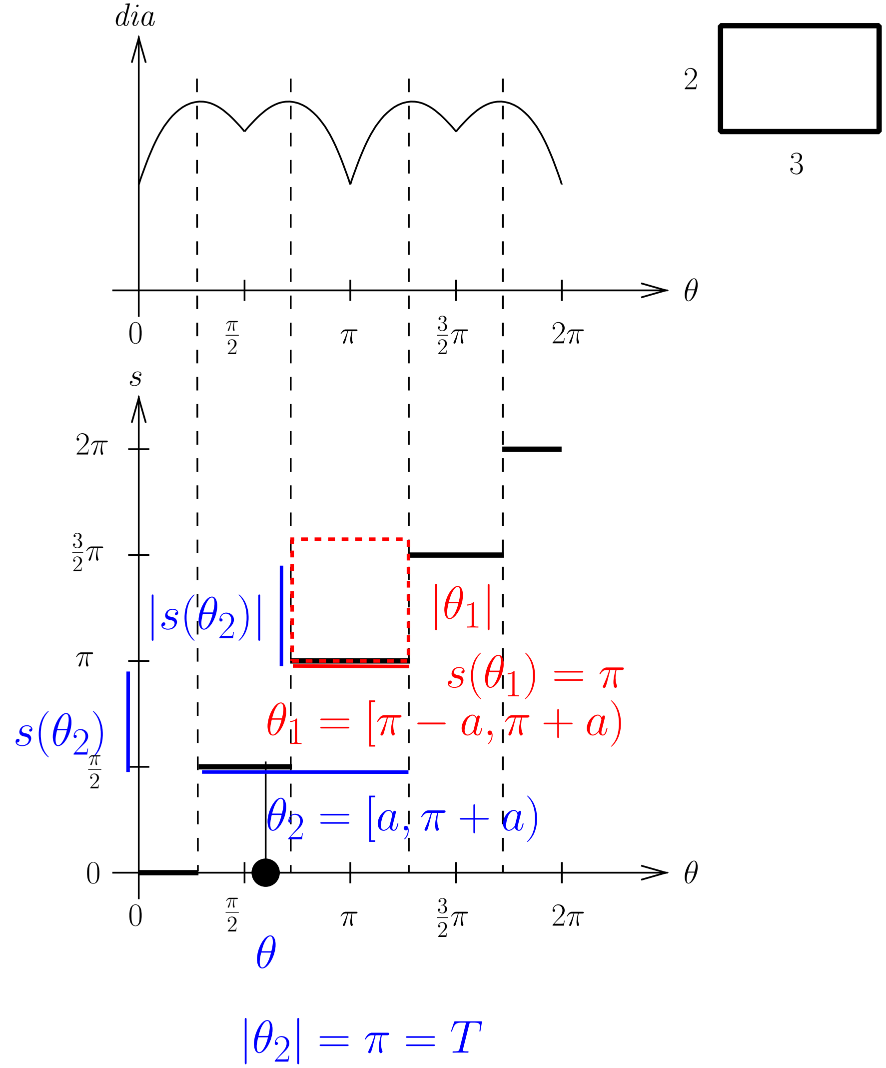
Beispiel Alg.!

- $|s(\Theta_2)| < |\Theta_1|$: Wie γ in $s(\Theta_1)$?
- $s(\Theta_2) = [s(\xi_2), s(\nu_2)]$,
  $\Theta_1 = [\xi_1, \nu_1]$
- $\xi_1 \leq s(\theta) - s(\xi_2) + \xi_1 \leq \nu_1$
- $s(\theta) - (s(\xi_2) - \xi_1)$, Bereits: $s(\theta)$
- $s(s(\theta) - (s(\xi_2) - \xi_1)) \in s(\Theta_1)$



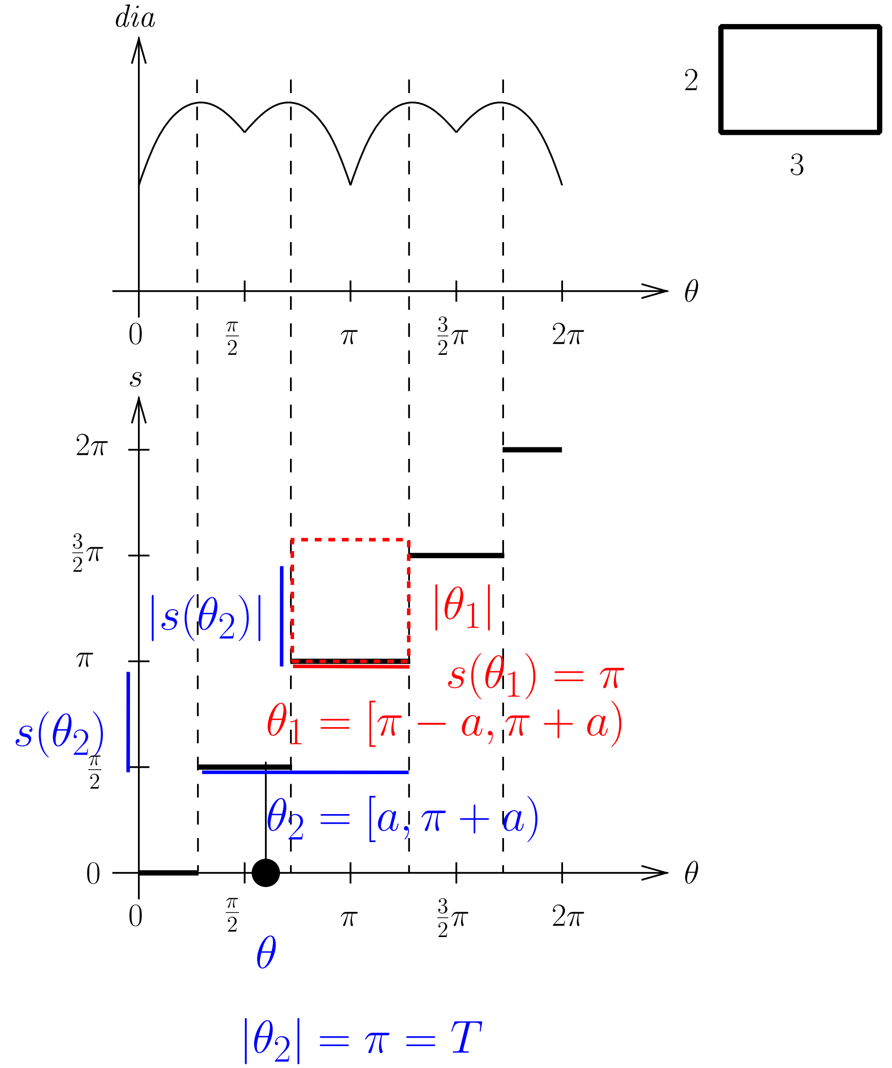
Beispiel Alg.!

- $|s(\Theta_2)| < |\Theta_1|$: Wie γ in $s(\Theta_1)$?
- $s(\Theta_2) = [s(\xi_2), s(\nu_2)]$, $\Theta_1 = [\xi_1, \nu_1]$
- $\xi_1 \leq s(\theta) - s(\xi_2) + \xi_1 \leq \nu_1$
- $s(\theta) - (s(\xi_2) - \xi_1)$, Bereits: $s(\theta)$
- $s(s(\theta) - (s(\xi_2) - \xi_1)) \in s(\Theta_1)$
- Mit Drehung $s(\xi_2) - \xi_1$ nach $s(\Theta_1) = \pi$



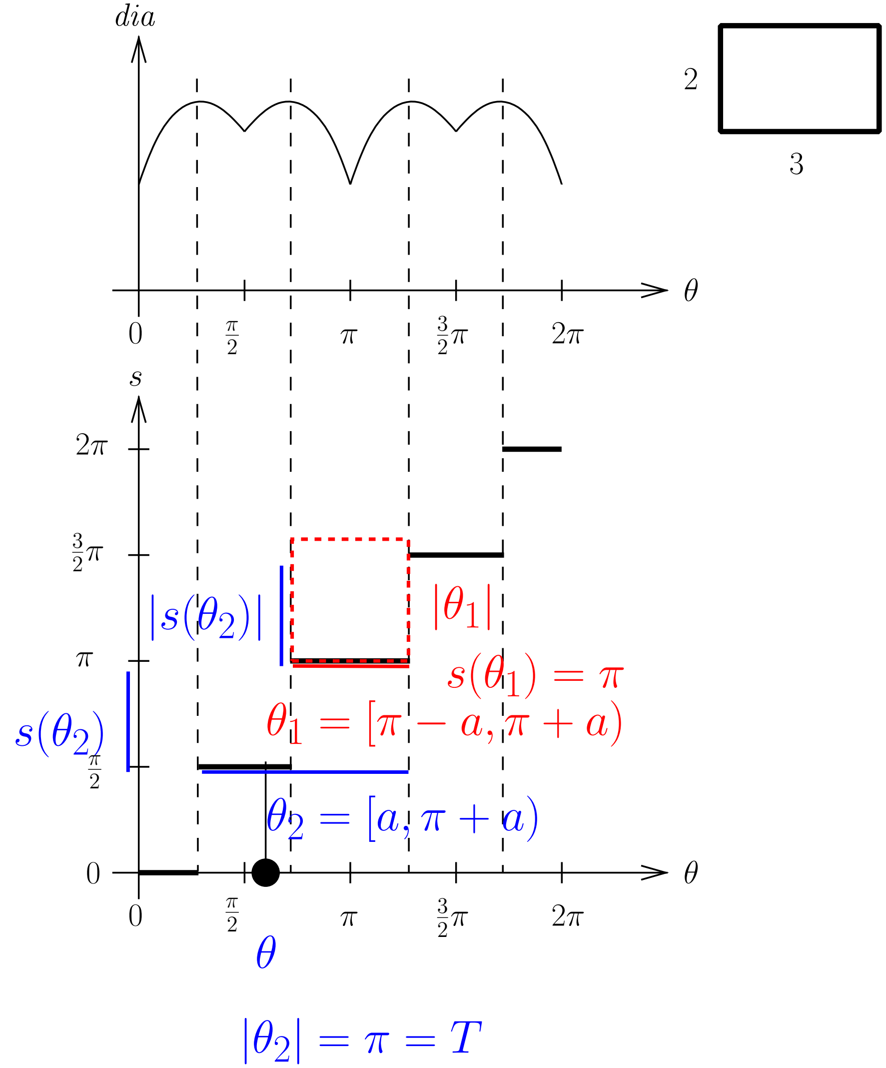
Beispiel Alg.!

- $|s(\Theta_2)| < |\Theta_1|$: Wie γ in $s(\Theta_1)$?
- $s(\Theta_2) = [s(\xi_2), s(\nu_2)]$,
  $\Theta_1 = [\xi_1, \nu_1]$
- $\xi_1 \leq s(\theta) - s(\xi_2) + \xi_1 \leq \nu_1$
- $s(\theta) - (s(\xi_2) - \xi_1)$, Bereits: $s(\theta)$
- $s(s(\theta) - (s(\xi_2) - \xi_1)) \in s(\Theta_1)$
- Mit Drehung $s(\xi_2) - \xi_1$ nach
  $s(\Theta_1) = \pi$
- In die Mitte:
  $\varepsilon_1 = \frac{1}{2}(|\Theta_1| - |s(\Theta_2)|)$

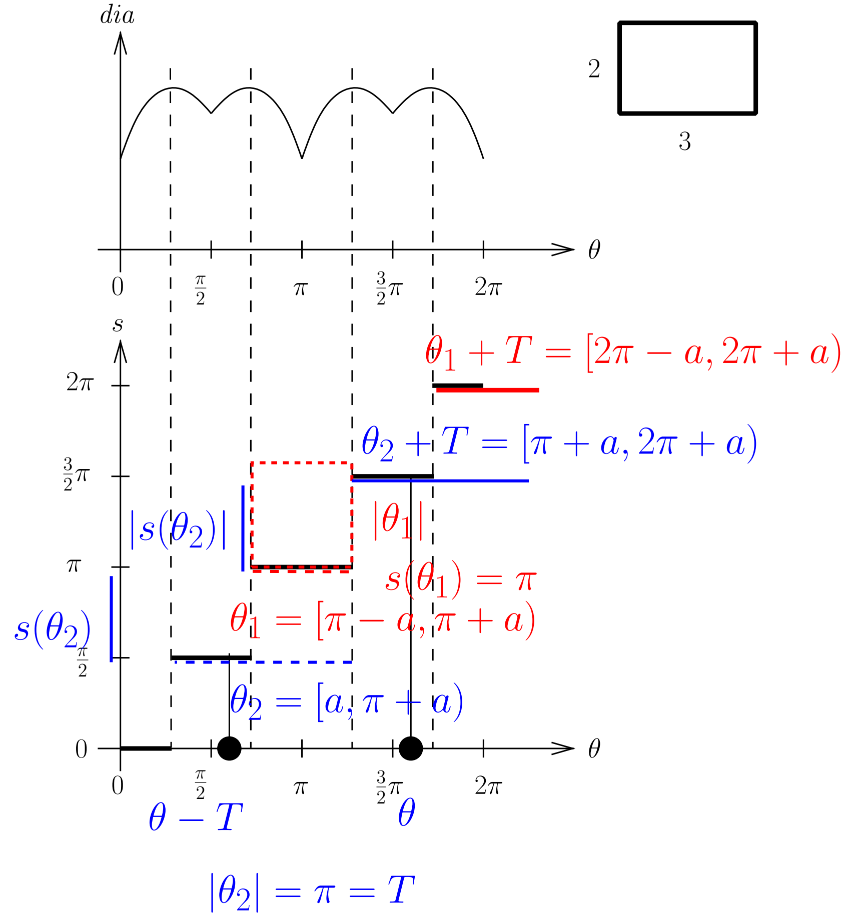


Beispiel Alg.!

- $|s(\Theta_2)| < |\Theta_1|$: Wie γ in $s(\Theta_1)$?
- $s(\Theta_2) = [s(\xi_2), s(\nu_2)]$,
  $\Theta_1 = [\xi_1, \nu_1]$
- $\xi_1 \leq s(\theta) - s(\xi_2) + \xi_1 \leq \nu_1$
- $s(\theta) - (s(\xi_2) - \xi_1)$, Bereits: $s(\theta)$
- $s(s(\theta) - (s(\xi_2) - \xi_1)) \in s(\Theta_1)$
- Mit Drehung $s(\xi_2) - \xi_1$ nach
  $s(\Theta_1) = \pi$
- In die Mitte:
  $\varepsilon_1 = \frac{1}{2}(|\Theta_1| - |s(\Theta_2)|)$
- $s(\theta) - (s(\xi_2) - \xi_1 - \varepsilon_1)$

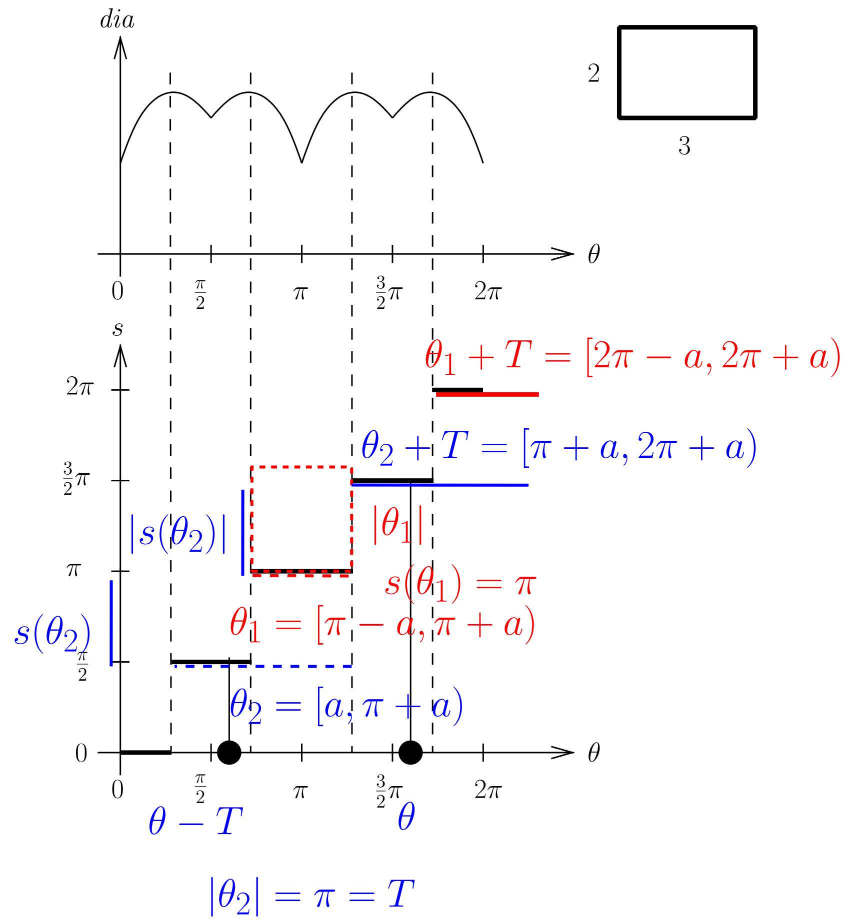


Beispiel Alg.!

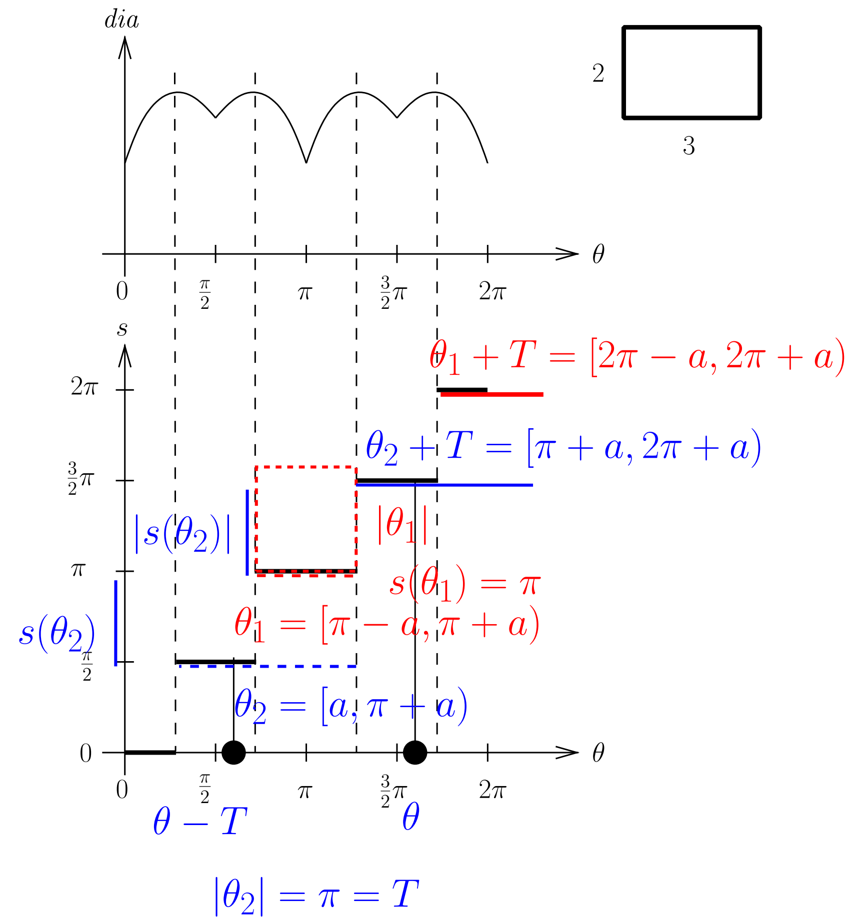


dia
2
3
θ
0
π/2
π
3/2 π
2π
s
θ_1 + T = [2π − a, 2π + a)
θ_2 + T = [π + a, 2π + a)
|s(θ_2)|
|θ_1|
s(θ_1) = π
s(θ_2)
θ_1 = [π − a, π + a)
θ_2 = [a, π + a)
θ − T
θ
|θ_2| = π = T

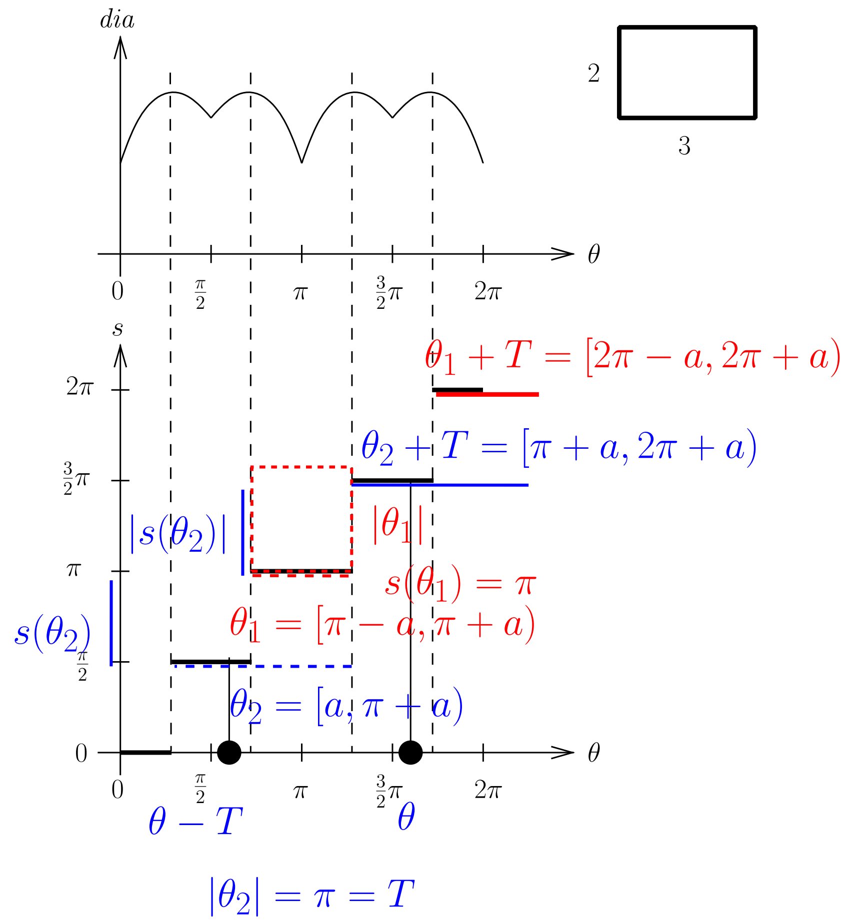
- $\theta \notin \Theta_2$,



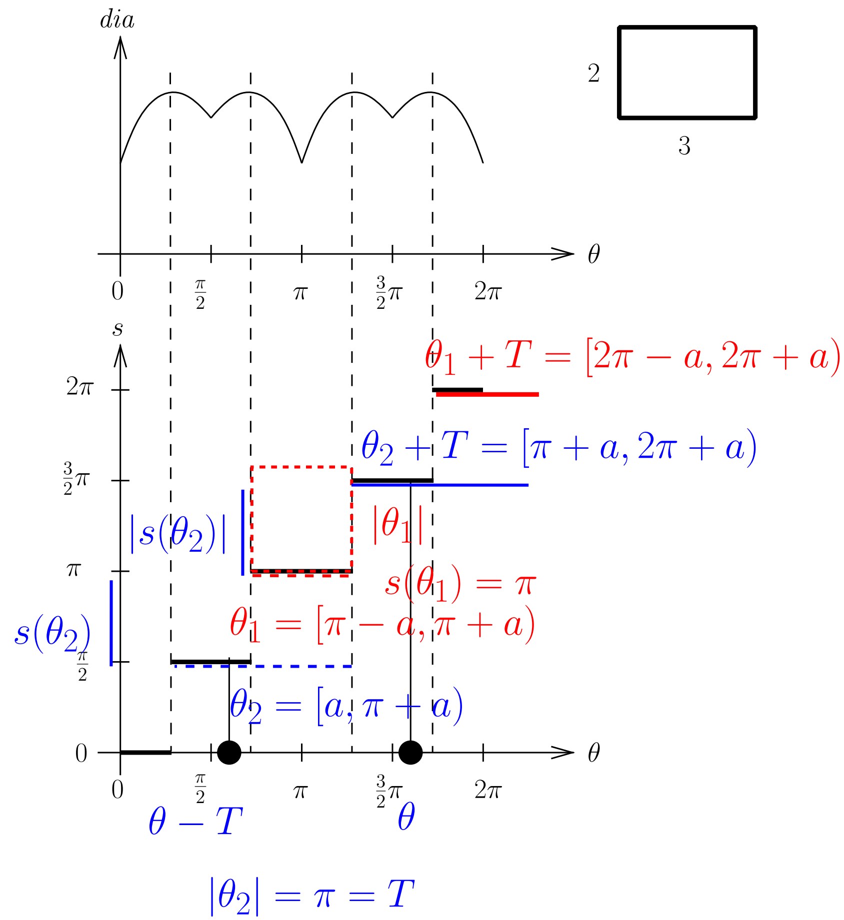
- $\theta \notin \Theta_2$, $\theta \in \Theta_2 + T$



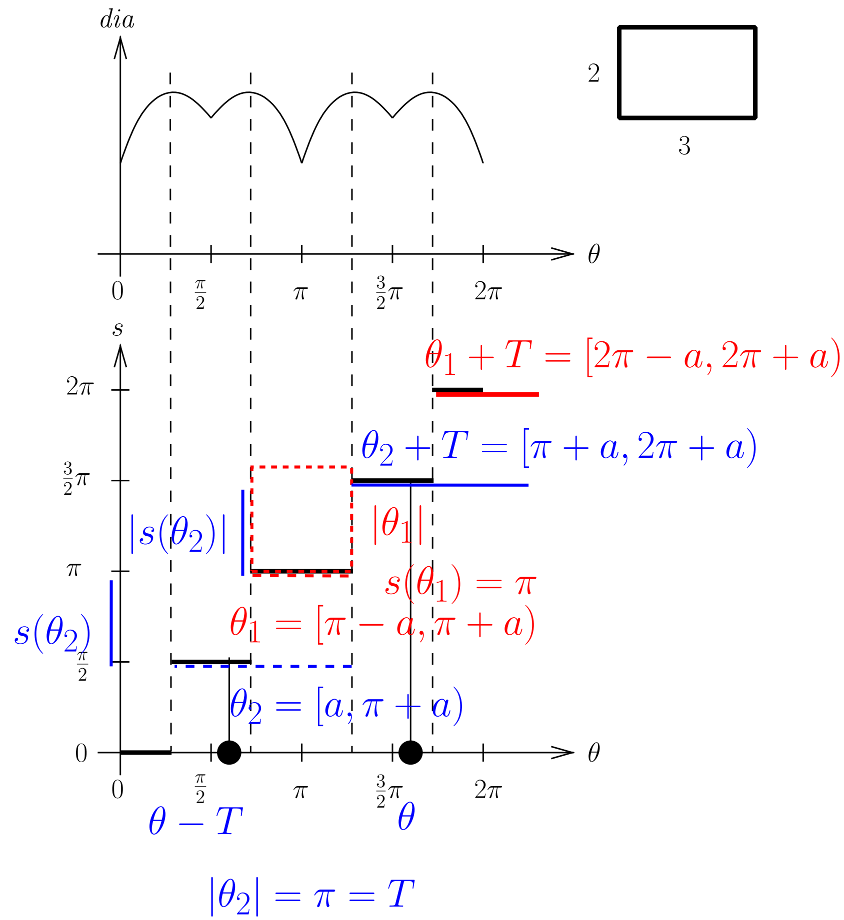
- $\theta \notin \Theta_2$, $\theta \in \Theta_2 + T$
- $\Theta_2 + T := [\xi_2 + T, \nu_2 + T]$,
  $s(\Theta_2 + T) := [s(\xi_2 + T), s(\nu_2 + T)]$,
  $\Theta_1 + T := [\xi_1 + T, \nu_1 + T]$



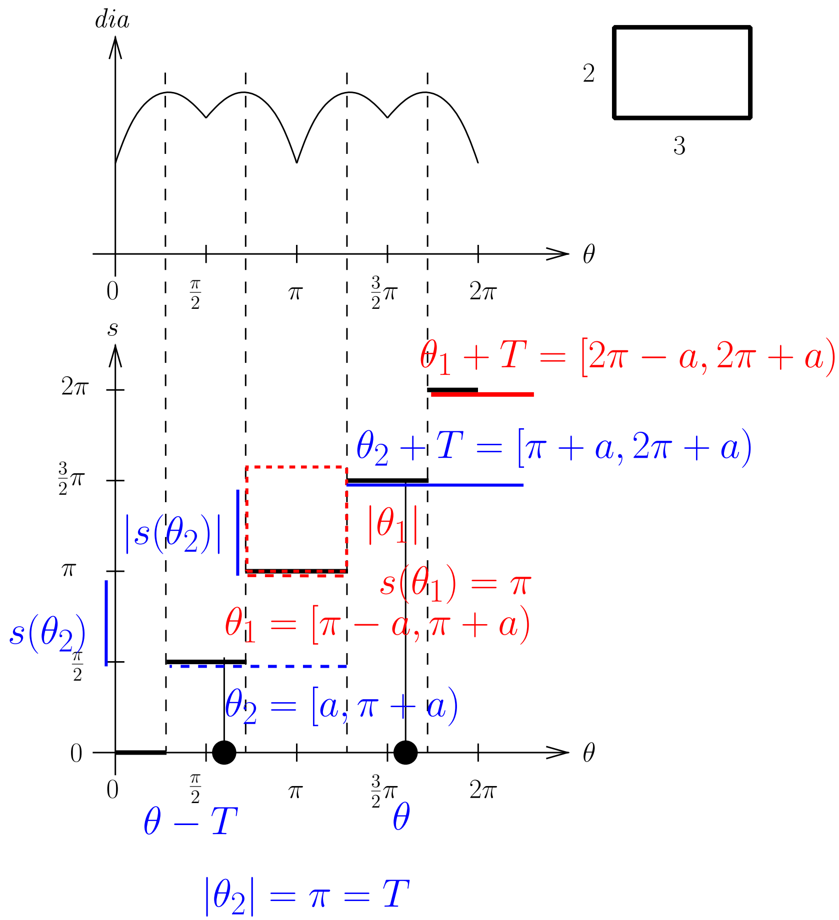
- $\theta \notin \Theta_2$, $\theta \in \Theta_2 + T$
- $\Theta_2 + T := [\xi_2 + T, \nu_2 + T]$,
  $s(\Theta_2 + T) := [s(\xi_2 + T), s(\nu_2 + T)]$,
  $\Theta_1 + T := [\xi_1 + T, \nu_1 + T]$
- $|s(\Theta_2 + T)| < |\Theta_1 + T|$: $s(\theta) = \gamma$
  Wie γ in $s(\Theta_1) + T = 2\pi$?



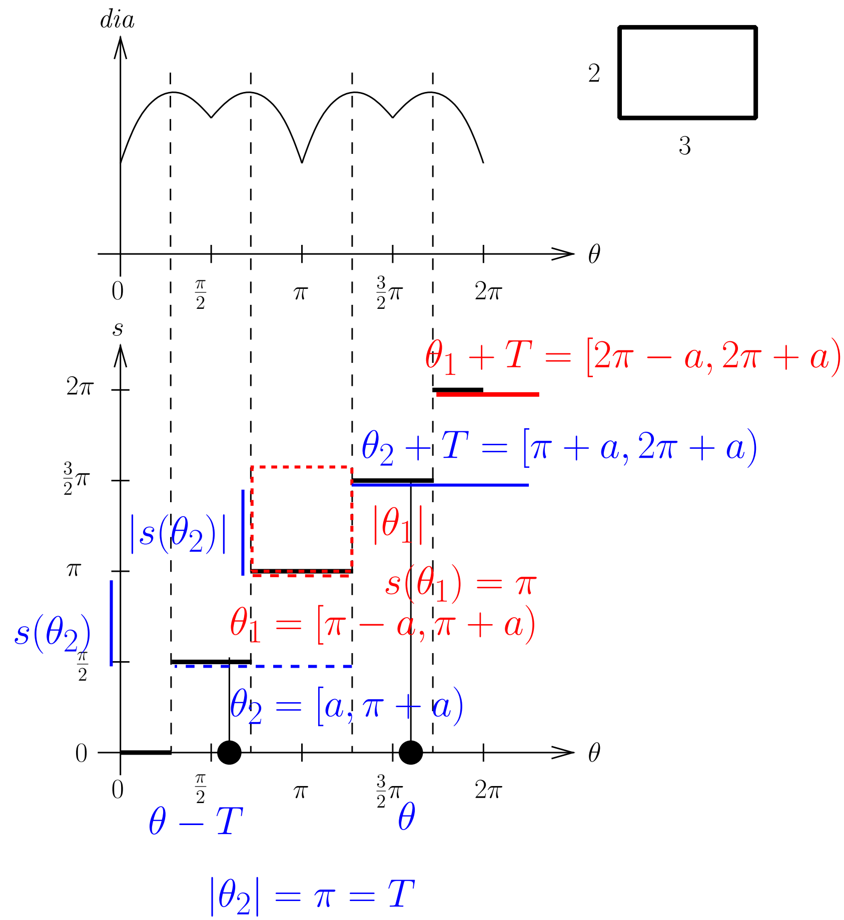
- $\theta \notin \Theta_2$, $\theta \in \Theta_2 + T$
- $\Theta_2 + T := [\xi_2 + T, \nu_2 + T]$,
  $s(\Theta_2 + T) := [s(\xi_2 + T), s(\nu_2 + T)]$,
  $\Theta_1 + T := [\xi_1 + T, \nu_1 + T]$
- $|s(\Theta_2 + T)| < |\Theta_1 + T|$: $s(\theta) = \gamma$
  Wie γ in $s(\Theta_1) + T = 2\pi$?
- $\xi_1 + T \leq s(\theta) - s(\xi_2 + T) + \xi_1 + T \leq \nu_1 + T$



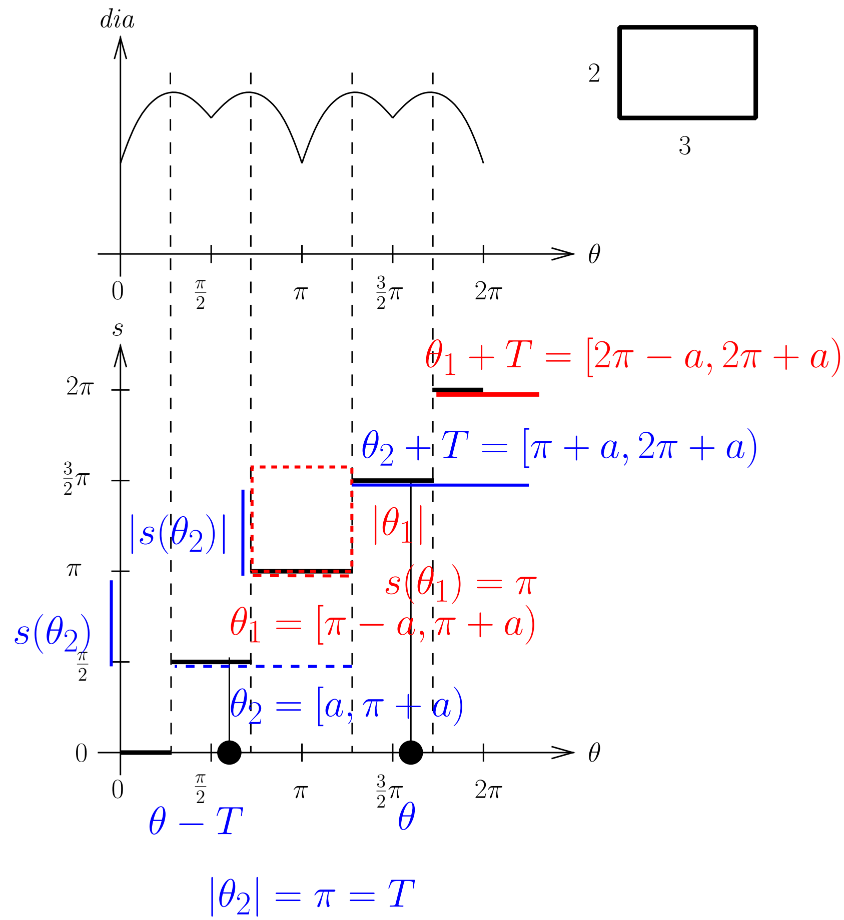
- $\theta \notin \Theta_2$, $\theta \in \Theta_2 + T$
- $\Theta_2 + T := [\xi_2 + T, \nu_2 + T]$, $s(\Theta_2 + T) := [s(\xi_2 + T), s(\nu_2 + T)]$, $\Theta_1 + T := [\xi_1 + T, \nu_1 + T]$
- $|s(\Theta_2 + T)| < |\Theta_1 + T|$: $s(\theta) = \gamma$ Wie γ in $s(\Theta_1) + T = 2\pi$?
- $\xi_1 + T \leq s(\theta) - s(\xi_2 + T) + \xi_1 + T \leq \nu_1 + T$
- $s(\theta) - (s(\xi_2) - \xi_1)$, Bereits: $s(\theta)$



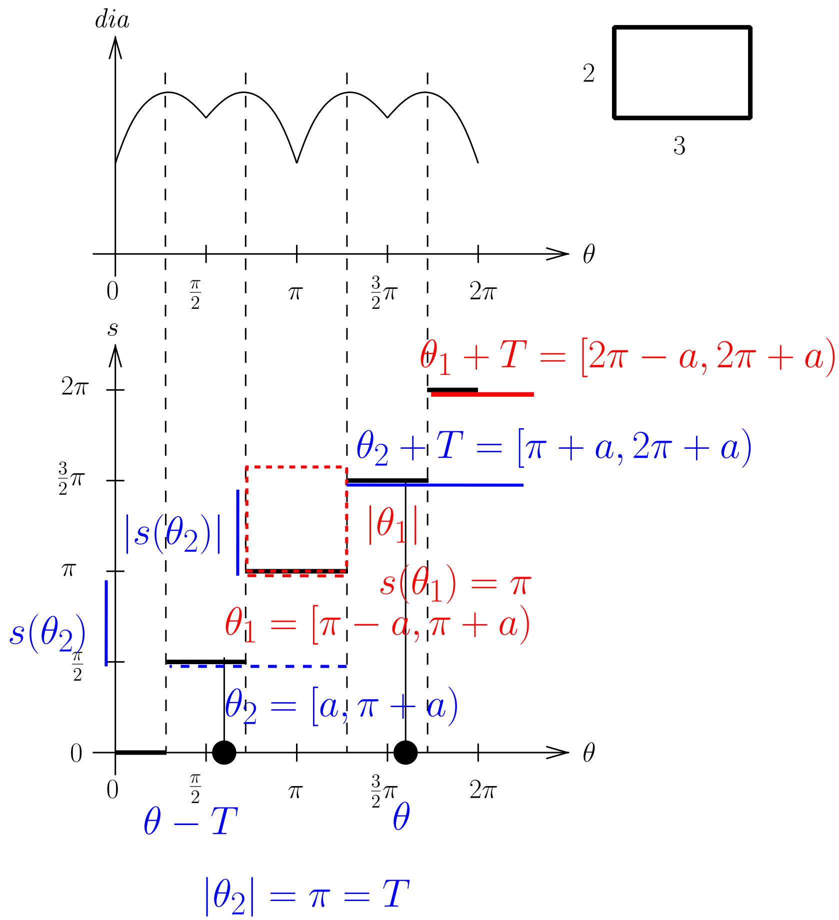
- $\theta \notin \Theta_2$, $\theta \in \Theta_2 + T$
- $\Theta_2 + T := [\xi_2 + T, \nu_2 + T]$, $s(\Theta_2 + T) := [s(\xi_2 + T), s(\nu_2 + T)]$, $\Theta_1 + T := [\xi_1 + T, \nu_1 + T]$
- $|s(\Theta_2 + T)| < |\Theta_1 + T|$: $s(\theta) = \gamma$ Wie γ in $s(\Theta_1) + T = 2\pi$?
- $\xi_1 + T \leq s(\theta) - s(\xi_2 + T) + \xi_1 + T \leq \nu_1 + T$
- $s(\theta) - (s(\xi_2) - \xi_1)$, Bereits: $s(\theta)$
- $s(s(\theta) - (s(\xi_2) - \xi_1)) \in s(\Theta_1 + T)$



- $\theta \notin \Theta_2$, $\theta \in \Theta_2 + T$
- $\Theta_2 + T := [\xi_2 + T, \nu_2 + T]$, $s(\Theta_2 + T) := [s(\xi_2 + T), s(\nu_2 + T)]$, $\Theta_1 + T := [\xi_1 + T, \nu_1 + T]$
- $|s(\Theta_2 + T)| < |\Theta_1 + T|$: $s(\theta) = \gamma$ Wie γ in $s(\Theta_1) + T = 2\pi$?
- $\xi_1 + T \leq s(\theta) - s(\xi_2 + T) + \xi_1 + T \leq \nu_1 + T$
- $s(\theta) - (s(\xi_2) - \xi_1)$, Bereits: $s(\theta)$
- $s(s(\theta) - (s(\xi_2) - \xi_1)) \in s(\Theta_1 + T)$
- Mit Drehung $s(\xi_2) - \xi_1$ nach $s(\Theta_1 + T) = \pi + T$



- $\theta \notin \Theta_2$, $\theta \in \Theta_2 + T$
- $\Theta_2 + T := [\xi_2 + T, \nu_2 + T]$,
  $s(\Theta_2 + T) := [s(\xi_2 + T), s(\nu_2 + T)]$,
  $\Theta_1 + T := [\xi_1 + T, \nu_1 + T]$
- $|s(\Theta_2 + T)| < |\Theta_1 + T|$: $s(\theta) = \gamma$
  Wie γ in $s(\Theta_1) + T = 2\pi$?
- $\xi_1 + T \leq s(\theta) - s(\xi_2 + T) + \xi_1 + T \leq \nu_1 + T$
- $s(\theta) - (s(\xi_2) - \xi_1)$, Bereits: $s(\theta)$
- $s(s(\theta) - (s(\xi_2) - \xi_1)) \in s(\Theta_1 + T)$
- Mit Drehung $s(\xi_2) - \xi_1$ nach
  $s(\Theta_1 + T) = \pi + T$
- Mitte: $\varepsilon_1 = \frac{1}{2}\left(|\Theta_1| - |s(\Theta_2)|\right)$



Algorithmus allgemein!

- Berechne Durchmesserfunktion und Greiffunktion, Per. T
- Bestimme das längste s–Intervall Θ_1, über dem die Greiffunktion stetig ist. Wir legen fest, dass dieses Intervall zur Periode gehört. Setze $i := 1$.
- Solange ein s–Intervall Θ mit $|s(\Theta)| < |\Theta_i|$ und $|\Theta| \leq |T|$ existiert:

  – Setze Θ_{i+1} auf das Größte dieser s–Intervalle.

  – Inkrementiere i.

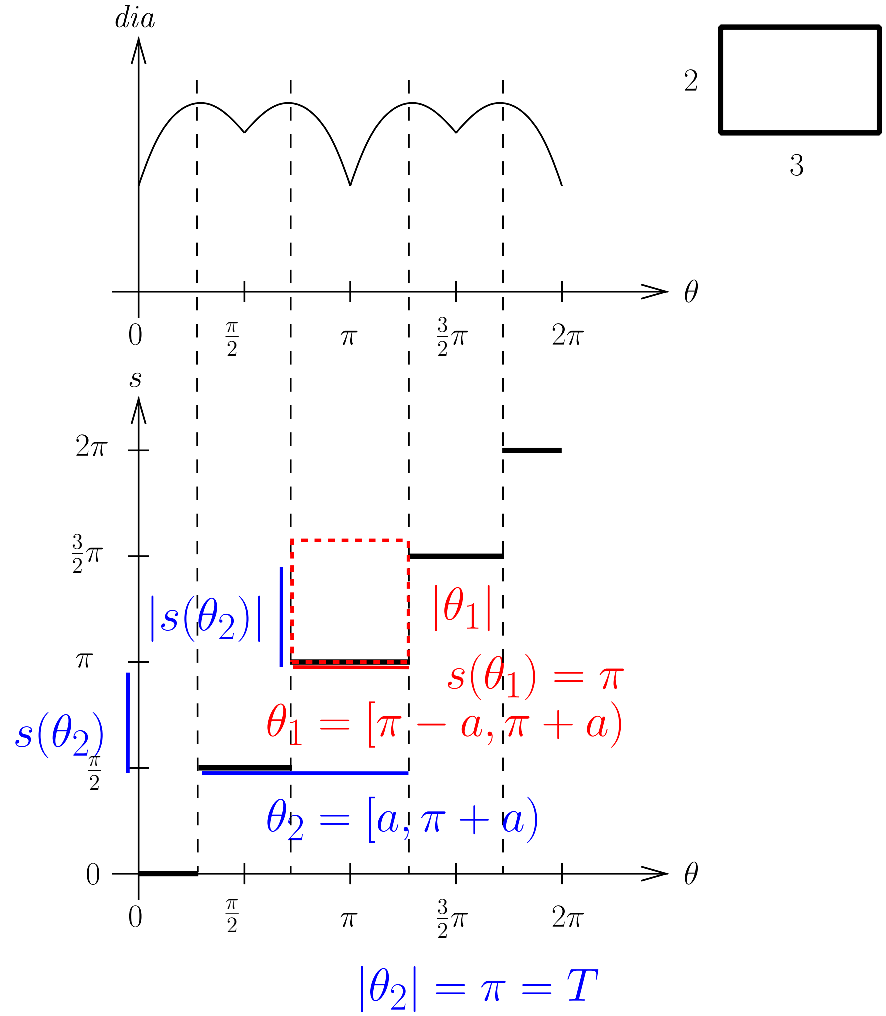
$\Rightarrow$ Liste $L = (\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_i)$ mit $|\Theta_i| = T$.

- Berechne aus L einen Plan $\mathcal{A} = (\alpha_i, \alpha_{i-1}, \ldots, \alpha_1)$:
  - $\alpha_i := 0$.
  - Für $j = i-1, i-2, \ldots, 1$: $\alpha_j := s(\xi_{j+1}) - \xi_j - \varepsilon_j + \alpha_{j+1}$. Dabei ist $\varepsilon_j = \frac{1}{2}(|\Theta_j| - |s(\Theta_{j+1})|)$ eine Fehlertoleranz, u.a. zur Vermeidung instabiler Gleichgewichte.

Beispiel Alg.!

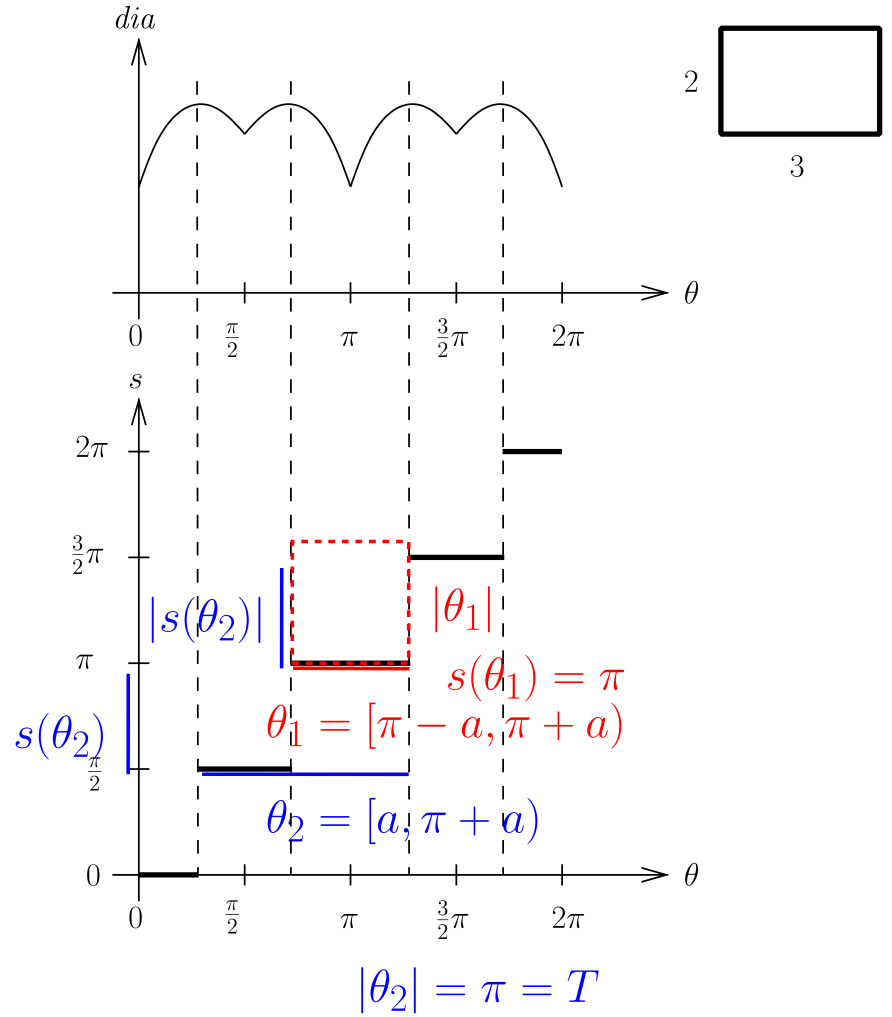
- Ber. Durchmesserfkt./Greiffkt.
- Bestimme längstes s–Intervall Θ_1, Greiffunktion stetig
- Solange s–Intervall Θ mit $|s(\Theta)| < |\Theta_i|$ ex.:
  - Setze Θ_{i+1} auf das Größte dieser s–Intervalle.
  - Inkrementiere i.

$\Rightarrow$ Liste $L = (\Theta_1, \Theta_2)$, $|\Theta_2| = T$.

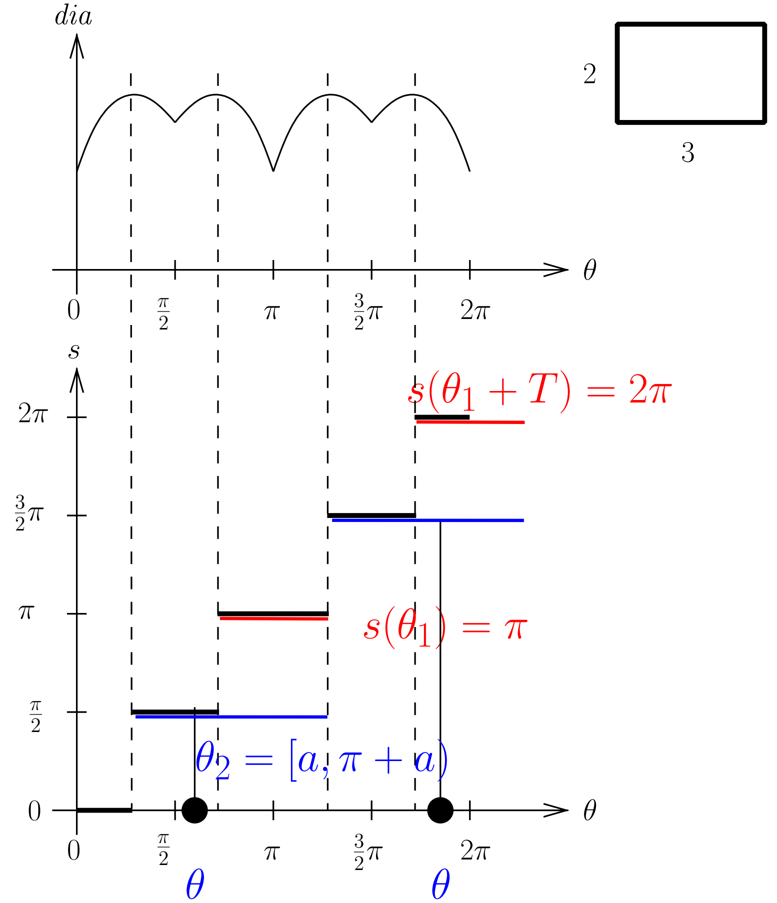


Beispiel Alg.!

- $a := \arctan(3/2)$
- $L = ([\pi - a, \pi + a], [a, \pi + a])$
  mit $|\Theta_2| = T$, $i = 2$.
  $L = ([\xi_1, \nu_1], [\xi_2, \nu_2])$.
- Plan $\mathcal{A} = (\alpha_i, \alpha_{i-1}, \ldots, \alpha_1)$:
  - $\alpha_i = \alpha_2 = 0$!
  - Für $j = i-1, i-2, \ldots, 1$:
    $\alpha_j := s(\xi_{j+1}) - \xi_j - \varepsilon_j + \alpha_{j+1}$.
    $\varepsilon_j = \frac{1}{2}\left(|\Theta_j| - |s(\Theta_{j+1})|\right)$
    Fehlertoleranz!
  - $\alpha_2 := 0$, $\alpha_1 := \pi/2 - (\pi - a) + 0 - 1/2(2a - \pi/2) = -\pi/4$

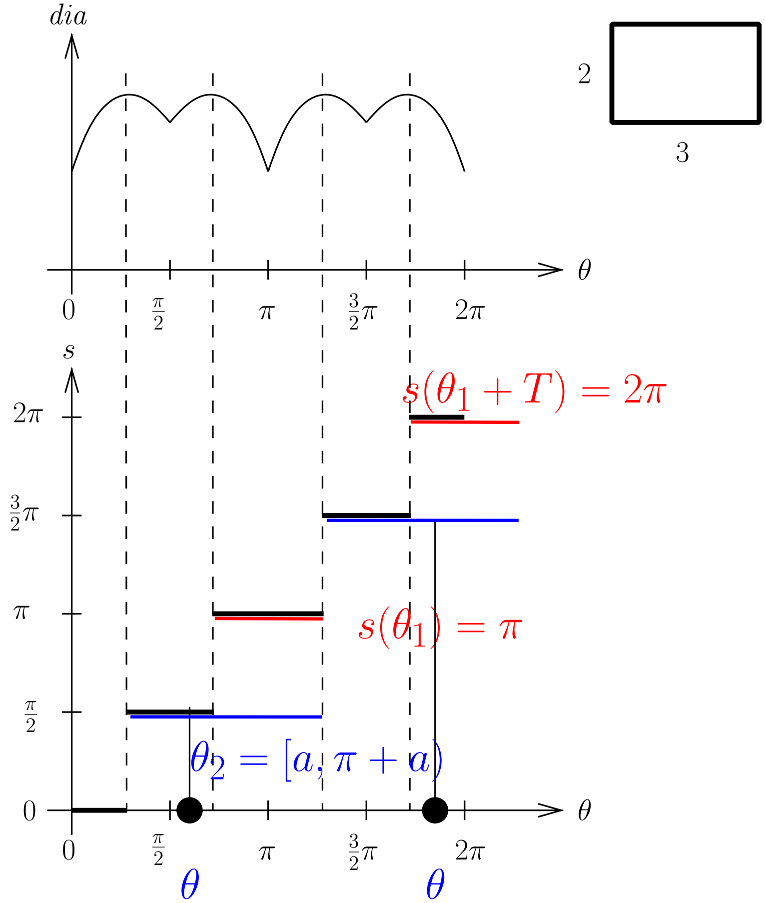


Bis auf Symmetrie!



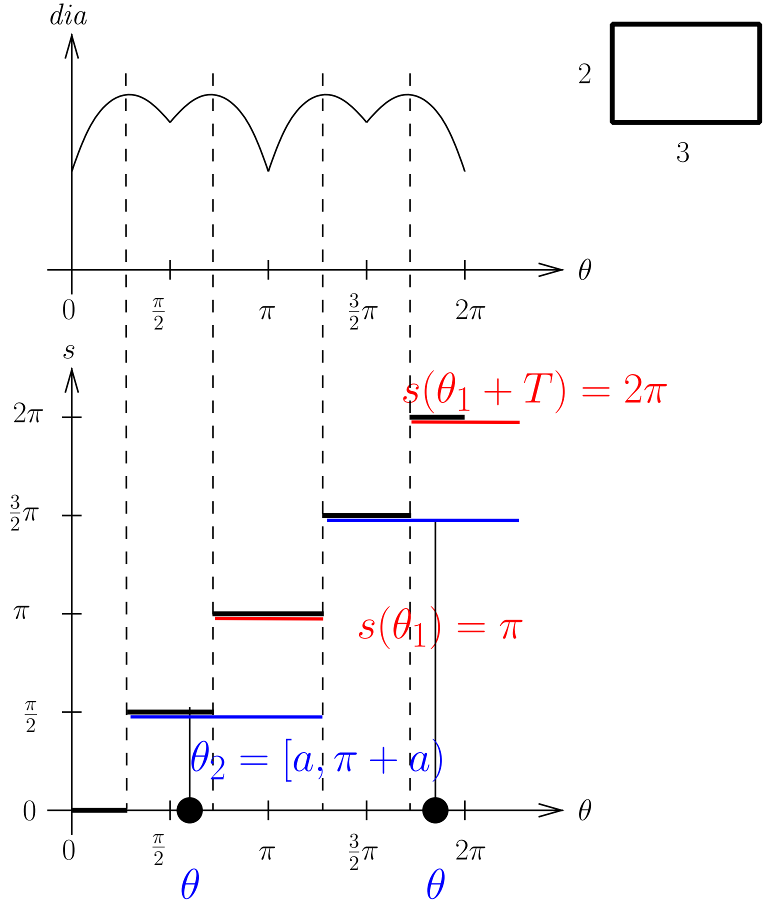
Bis auf Symmetrie!

- Plan: $\alpha_2 = 0$, $\alpha_1 = -\pi/4$



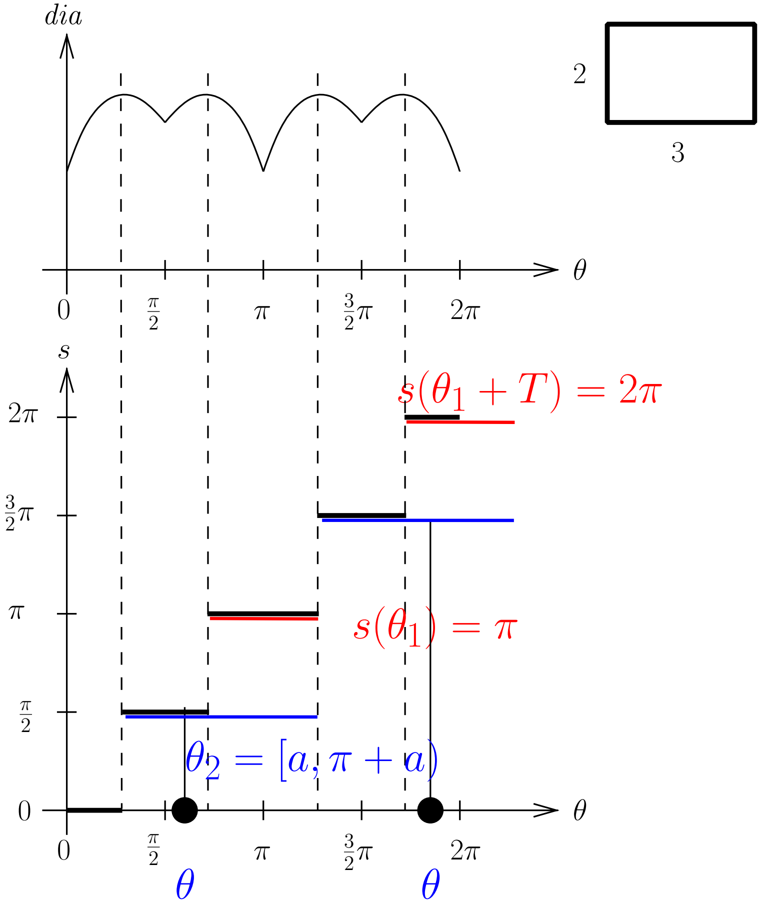
Bis auf Symmetrie!

- Plan: $\alpha_2 = 0$,
  $\alpha_1 = -\pi/4$
- $a := \arctan(3/2)$



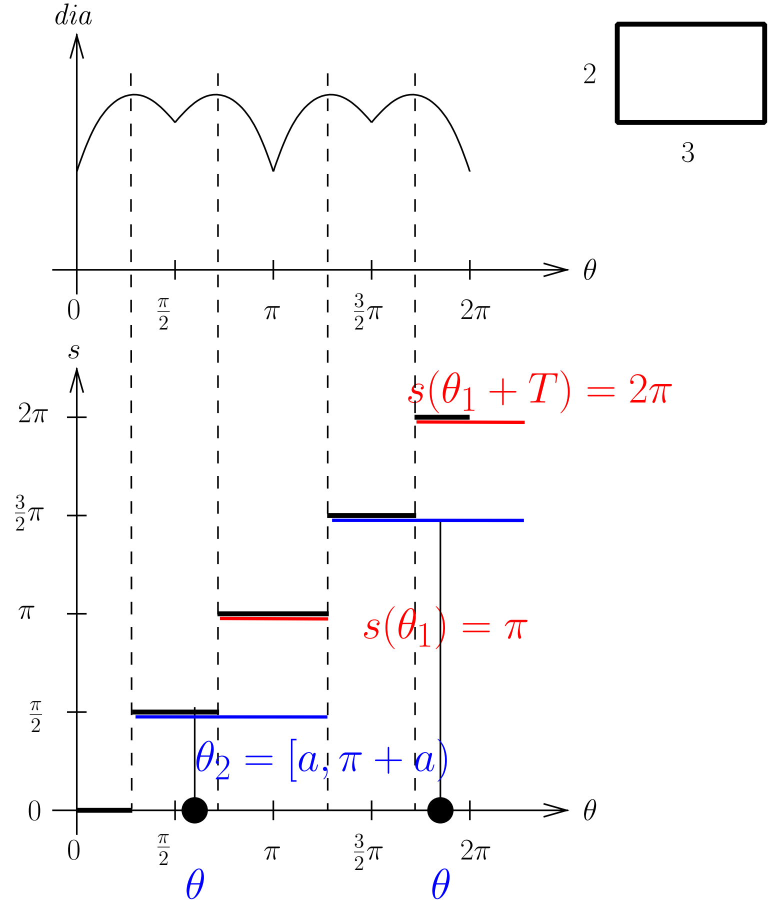
Bis auf Symmetrie!

- Plan: $\alpha_2 = 0$,
  $\alpha_1 = -\pi/4$
- $a := \arctan(3/2)$
- $\theta \in [a, \pi + a]$ nach π



Bis auf Symmetrie!

- Plan: $\alpha_2 = 0$,
  $\alpha_1 = -\pi/4$
- $a := \arctan(3/2)$
- $\theta \in [a, \pi + a]$ nach π
- $\theta \in [\pi + a, a]$ nach
  $2\pi = 0$



Ergebnis: Theorem 4.5!

Ergebnis: Theorem 4.5!

Gegeben sei eine Liste von n Kanten, die die konvexe Hülle eines gegebenen Werkstücks repräsentieren. Dann läßt sich in Zeit $O(n^2 \log n)$ die kürzeste Sequenz von Greifaktionen finden, die eine Orientierung des Werkstücks bis auf Symmetrie garantiert. Der gefundene Plan hat eine Länge von $O(n^2)$.

Ergebnis: Theorem 4.5!

Gegeben sei eine Liste von n Kanten, die die konvexe Hülle eines gegebenen Werkstücks repräsentieren. Dann läßt sich in Zeit $O(n^2 \log n)$ die kürzeste Sequenz von Greifaktionen finden, die eine Orientierung des Werkstücks bis auf Symmetrie garantiert. Der gefundene Plan hat eine Länge von $O(n^2)$.

Beweis!

Theorem 4.5! Korrektheit!!

Theorem 4.5! Korrektheit!!

1. Orientiert Werkstück eindeutig bis auf Symmetrie:

Theorem 4.5! Korrektheit!!

1. Orientiert Werkstück eindeutig bis auf Symmetrie:

   Der Algorithmus findet einen Plan, der ein s-Intervall Θ der Länge T (kleinste Periode) auf einen Punkt θ' abbildet!

Theorem 4.5! Korrektheit!!

1. Orientiert Werkstück eindeutig bis auf Symmetrie:

   Der Algorithmus findet einen Plan, der ein s-Intervall Θ der Länge T (kleinste Periode) auf einen Punkt θ' abbildet!

   $\Theta + T$ wird auf $\theta' + T$ abgebildet!

Theorem 4.5! Korrektheit!!

1. Orientiert Werkstück eindeutig bis auf Symmetrie:

   Der Algorithmus findet einen Plan, der ein s-Intervall Θ der Länge T (kleinste Periode) auf einen Punkt θ' abbildet!

   $\Theta + T$ wird auf $\theta' + T$ abgebildet!

2. Es gibt keinen kürzeren Plan mit dieser Eigenschaft

Theorem 4.5! Korrektheit!!

1. Orientiert Werkstück eindeutig bis auf Symmetrie:

   Der Algorithmus findet einen Plan, der ein s-Intervall Θ der Länge T (kleinste Periode) auf einen Punkt θ' abbildet!

   $\Theta + T$ wird auf $\theta' + T$ abgebildet!

2. Es gibt keinen kürzeren Plan mit dieser Eigenschaft

Zu 1) Wie gesehen, sukzessive:

Theorem 4.5! Korrektheit!!

1. Orientiert Werkstück eindeutig bis auf Symmetrie:

   Der Algorithmus findet einen Plan, der ein s-Intervall Θ der Länge T (kleinste Periode) auf einen Punkt θ' abbildet!

   $\Theta + T$ wird auf $\theta' + T$ abgebildet!

2. Es gibt keinen kürzeren Plan mit dieser Eigenschaft

Zu 1) Wie gesehen, sukzessive:

- $s(\Theta_i) = [s(\xi_i), s(\nu_i)]$, $\Theta_{i-1} = [\xi_{i-1}, \nu_{i-1}]$, $|s(\Theta_i)| < |\Theta_{i-1}|$

Theorem 4.5! Korrektheit!!

1. Orientiert Werkstück eindeutig bis auf Symmetrie:

   Der Algorithmus findet einen Plan, der ein s-Intervall Θ der Länge T (kleinste Periode) auf einen Punkt θ' abbildet!

   $\Theta + T$ wird auf $\theta' + T$ abgebildet!

2. Es gibt keinen kürzeren Plan mit dieser Eigenschaft

Zu 1) Wie gesehen, sukzessive:

- $s(\Theta_i) = [s(\xi_i), s(\nu_i)]$, $\Theta_{i-1} = [\xi_{i-1}, \nu_{i-1}]$, $|s(\Theta_i)| < |\Theta_{i-1}|$
- $\xi_{i-1} \leq s(\theta) - s(\xi_i) + \xi_{i-1} \leq \nu_{i-1}$

- $s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1})$, bereits: $s(\theta)$ durch α_i

- $s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1})$, bereits: $s(\theta)$ durch α_i
- $+\alpha_i$ wegen bereits durchgeführter Drehungen

- $s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1})$, bereits: $s(\theta)$ durch α_i
- $+\alpha_i$ wegen bereits durchgeführter Drehungen
- Immer von der Startrichtung aus drehen!!

- $s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1})$, bereits: $s(\theta)$ durch α_i
- $+\alpha_i$ wegen bereits durchgeführter Drehungen
- Immer von der Startrichtung aus drehen!!
- $s(s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i)) \in s(\Theta_{i-1})$

- $s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1})$, bereits: $s(\theta)$ durch α_i
- $+\alpha_i$ wegen bereits durchgeführter Drehungen
- Immer von der Startrichtung aus drehen!!
- $s(s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i)) \in s(\Theta_{i-1})$
- Mit Dreh. $s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i$ nach $s(\Theta_{i-1})$

- $s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1})$, bereits: $s(\theta)$ durch α_i
- $+\alpha_i$ wegen bereits durchgeführter Drehungen
- Immer von der Startrichtung aus drehen!!
- $s(s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i)) \in s(\Theta_{i-1})$
- Mit Dreh. $s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i$ nach $s(\Theta_{i-1})$
- $\alpha_{i-1} := s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i$

- $s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1})$, bereits: $s(\theta)$ durch α_i
- $+\alpha_i$ wegen bereits durchgeführter Drehungen
- Immer von der Startrichtung aus drehen!!
- $s(s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i)) \in s(\Theta_{i-1})$
- Mit Dreh. $s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i$ nach $s(\Theta_{i-1})$
- $\alpha_{i-1} := s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i$
- $\varepsilon_{i-1} = \frac{1}{2}\left(|\Theta_j| - |s(\Theta_{j+1})|\right)$

- $s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1})$, bereits: $s(\theta)$ durch α_i
- $+\alpha_i$ wegen bereits durchgeführter Drehungen
- Immer von der Startrichtung aus drehen!!
- $s(s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i)) \in s(\Theta_{i-1})$
- Mit Dreh. $s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i$ nach $s(\Theta_{i-1})$
- $\alpha_{i-1} := s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i$
- $\varepsilon_{i-1} = \frac{1}{2}\left(|\Theta_j| - |s(\Theta_{j+1})|\right)$
- $\alpha_{i-1} := s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \varepsilon_{i-1} + \alpha_i$

Theorem 4.5! Bis auf Symmetrie (1)!

Theorem 4.5! Bis auf Symmetrie (1)!

- Sei Θ letztes Intervall des Alg.

Theorem 4.5! Bis auf Symmetrie (1)!

- Sei Θ letztes Intervall des Alg.
- Θ muss die Länge T haben (falls terminiert!)

Theorem 4.5! Bis auf Symmetrie (1)!

- Sei Θ letztes Intervall des Alg.
- Θ muss die Länge T haben (falls terminiert!)
- Algorithmus findet Plan, der s–Intervall Θ der Länge T auf einen Punkt θ' abbildet

Theorem 4.5! Bis auf Symmetrie (1)!

- Sei Θ letztes Intervall des Alg.
- Θ muss die Länge T haben (falls terminiert!)
- Algorithmus findet Plan, der s–Intervall Θ der Länge T auf einen Punkt θ' abbildet
- T ist kleinste Periode der Greiffunktion des Werkstücks

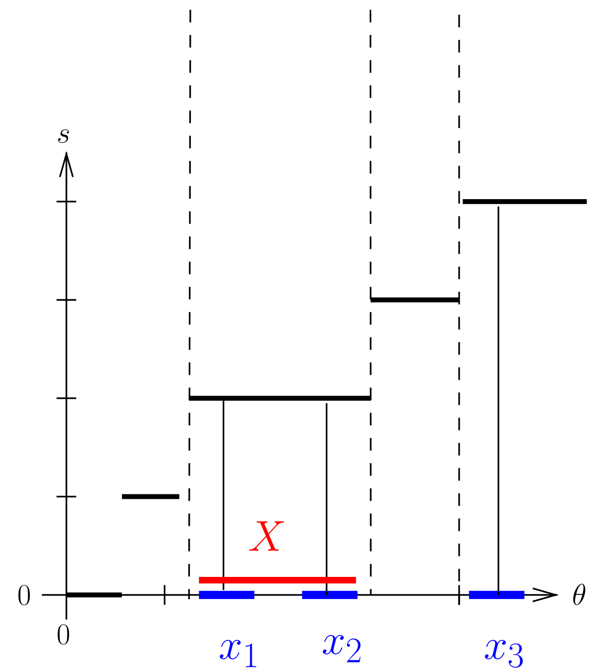
Theorem 4.5! Bis auf Symmetrie (1)!

- Sei Θ letztes Intervall des Alg.
- Θ muss die Länge T haben (falls terminiert!)
- Algorithmus findet Plan, der s–Intervall Θ der Länge T auf einen Punkt θ' abbildet
- T ist kleinste Periode der Greiffunktion des Werkstücks
- Für jeden Plan $\mathcal{A}$: $\mathcal{A}(\theta + T) = \mathcal{A}(\theta) + T$ (Lemma 4.3!)

Theorem 4.5! Bis auf Symmetrie (1)!

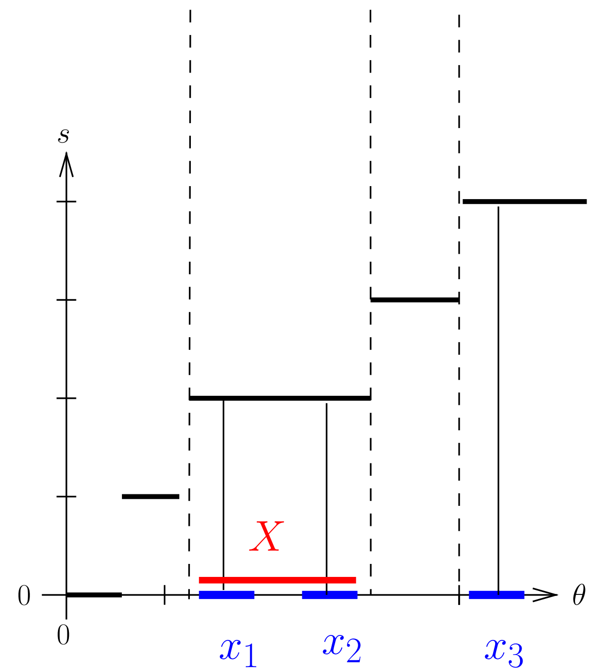
- Sei Θ letztes Intervall des Alg.
- Θ muss die Länge T haben (falls terminiert!)
- Algorithmus findet Plan, der s–Intervall Θ der Länge T auf einen Punkt θ' abbildet
- T ist kleinste Periode der Greiffunktion des Werkstücks
- Für jeden Plan $\mathcal{A}$: $\mathcal{A}(\theta + T) = \mathcal{A}(\theta) + T$ (Lemma 4.3!)
- Dann gilt: $\mathcal{A}(\theta + T) = \theta' + T$

Theorem 4.5! Kleinster Plan (2)!



Theorem 4.5! Kleinster Plan (2)!

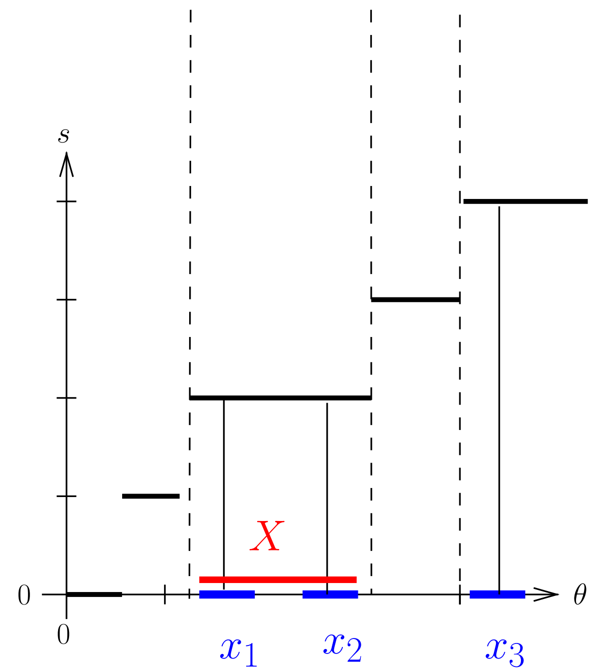
Lemma: Jeder Plan, der $\Theta \subseteq [0, \pi)$ auf einen Punkt θ abbildet, bildet auch das kleinste zusammenhängende Intervall, das Θ enthält, auf θ ab.



Theorem 4.5! Kleinster Plan (2)!

Lemma: Jeder Plan, der $\Theta \subseteq [0, \pi)$ auf einen Punkt θ abbildet, bildet auch das kleinste zusammenhängende Intervall, das Θ enthält, auf θ ab.

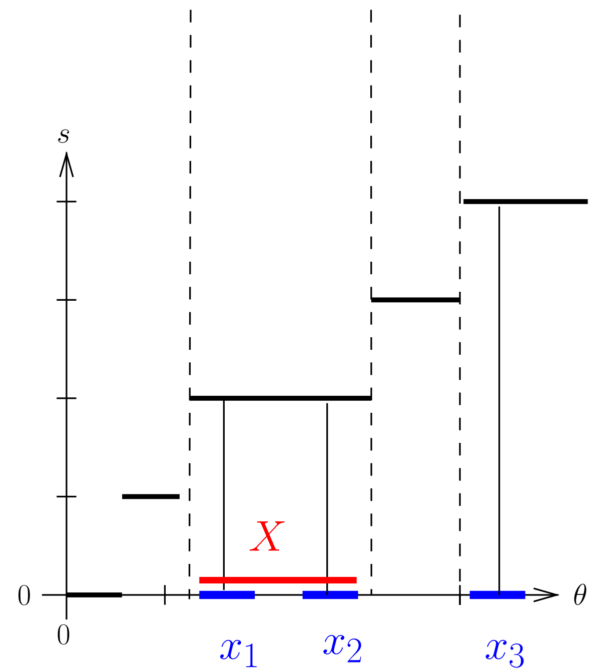
- Θ nicht zs-hängend



Theorem 4.5! Kleinster Plan (2)!

Lemma: Jeder Plan, der $\Theta \subseteq [0, \pi)$ auf einen Punkt θ abbildet, bildet auch das kleinste zusammenhängende Intervall, das Θ enthält, auf θ ab.

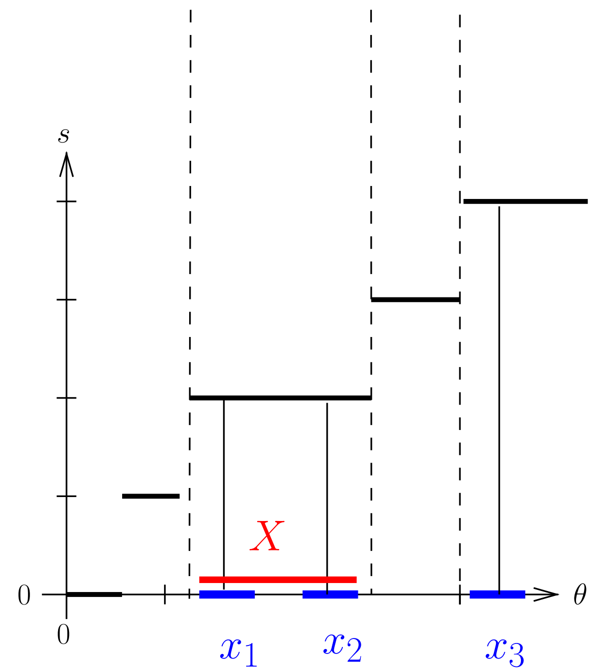
- Θ nicht zs-hängend
- Θ' kleinstes zs-hängende Intervall, das Θ enthält.



Theorem 4.5! Kleinster Plan (2)!

Lemma: Jeder Plan, der $\Theta \subseteq [0, \pi)$ auf einen Punkt θ abbildet, bildet auch das kleinste zusammenhängende Intervall, das Θ enthält, auf θ ab.

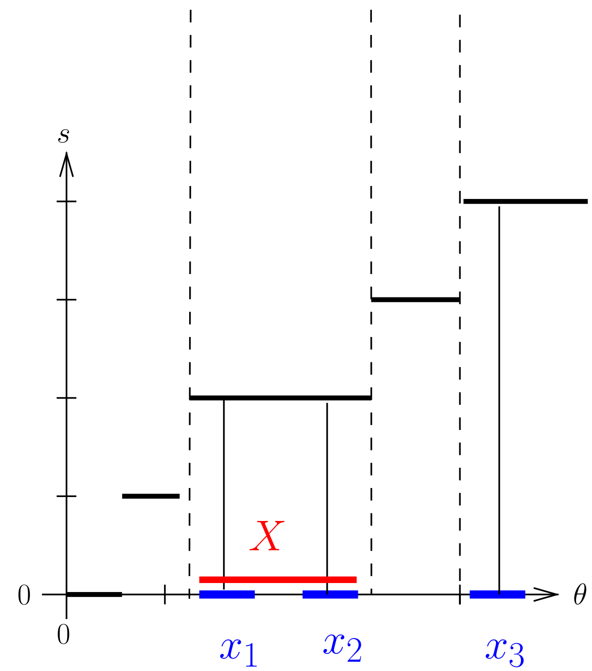
- Θ nicht zs-hängend
- Θ' kleinstes zs-hängende Intervall, das Θ enthält.
- $s(\Theta') = s(\Theta)$ wg. Monot., kein Sprung



Theorem 4.5! Kleinster Plan (2)!

Lemma: Jeder Plan, der $\Theta \subseteq [0, \pi)$ auf einen Punkt θ abbildet, bildet auch das kleinste zusammenhängende Intervall, das Θ enthält, auf θ ab.

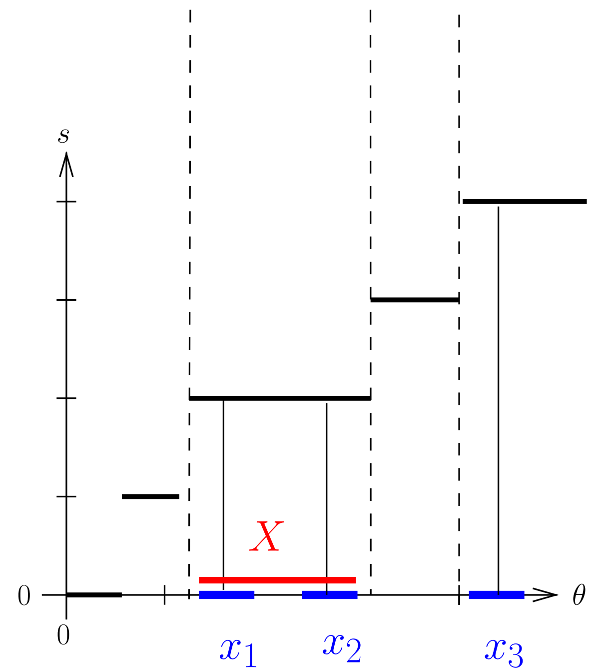
- Θ nicht zs-hängend
- Θ' kleinstes zs-hängende Intervall, das Θ enthält.
- $s(\Theta') = s(\Theta)$ wg. Monot., kein Sprung
- Erste Greifaktion in gleiches s-Intervall



Theorem 4.5! Kleinster Plan (2)!

Lemma: Jeder Plan, der $\Theta \subseteq [0, \pi)$ auf einen Punkt θ abbildet, bildet auch das kleinste zusammenhängende Intervall, das Θ enthält, auf θ ab.

- Θ nicht zs-hängend
- Θ' kleinstes zs-hängende Intervall, das Θ enthält.
- $s(\Theta') = s(\Theta)$ wg. Monot., kein Sprung
- Erste Greifaktion in gleiches s-Intervall
- Gleiche Aktionen



Theorem 4.5! Kleinster (ii)!

Theorem 4.5! Kleinster (ii)!

- Ann.: Es ex. solcher Plan $\mathcal{A}'$ mit weniger Schritten als $\mathcal{A}$

Theorem 4.5! Kleinster (ii)!

- Ann.: Es ex. solcher Plan $\mathcal{A}'$ mit weniger Schritten als $\mathcal{A}$
- Sei $(\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_i)$ die Liste der s–Intervalle des Algorithmus

Theorem 4.5! Kleinster (ii)!

- Ann.: Es ex. solcher Plan $\mathcal{A}'$ mit weniger Schritten als $\mathcal{A}$
- Sei $(\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_i)$ die Liste der s–Intervalle des Algorithmus
- $(\Theta'_1, \Theta'_2, \ldots, \Theta'_j)$ seien die zum Plan $\mathcal{A}'$ gehörenden Intervalle, erweitert auf zusammenhängende Intervalle!

Theorem 4.5! Kleinster (ii)!

- Ann.: Es ex. solcher Plan $\mathcal{A}'$ mit weniger Schritten als $\mathcal{A}$
- Sei $(\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_i)$ die Liste der s–Intervalle des Algorithmus
- $(\Theta'_1, \Theta'_2, \ldots, \Theta'_j)$ seien die zum Plan $\mathcal{A}'$ gehörenden Intervalle, erweitert auf zusammenhängende Intervalle!
- Θ_i bildet auf Θ_{i+1}, Θ'_i auf Θ'_{i+1} ab

Theorem 4.5! Kleinster (ii)!

- Ann.: Es ex. solcher Plan $\mathcal{A}'$ mit weniger Schritten als $\mathcal{A}$
- Sei $(\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_i)$ die Liste der s–Intervalle des Algorithmus
- $(\Theta'_1, \Theta'_2, \ldots, \Theta'_j)$ seien die zum Plan $\mathcal{A}'$ gehörenden Intervalle, erweitert auf zusammenhängende Intervalle!
- Θ_i bildet auf Θ_{i+1}, Θ'_i auf Θ'_{i+1} ab
- Das s-Image von Θ_{i+1} ist kleiner als Θ_i, s-Image von Θ'_{i+1} ist kleiner als Θ'_i

Theorem 4.5! Kleinster (ii)!

- Ann.: Es ex. solcher Plan $\mathcal{A}'$ mit weniger Schritten als $\mathcal{A}$
- Sei $(\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_i)$ die Liste der s–Intervalle des Algorithmus
- $(\Theta'_1, \Theta'_2, \ldots, \Theta'_j)$ seien die zum Plan $\mathcal{A}'$ gehörenden Intervalle, erweitert auf zusammenhängende Intervalle!
- Θ_i bildet auf Θ_{i+1}, Θ'_i auf Θ'_{i+1} ab
- Das s-Image von Θ_{i+1} ist kleiner als Θ_i, s-Image von Θ'_{i+1} ist kleiner als Θ'_i
- Folge der Θ_i, Θ'_i wird sukzessive größer, bis T

Theorem 4.5! Kleinster (ii)!

- Ann.: Es ex. solcher Plan $\mathcal{A}'$ mit weniger Schritten als $\mathcal{A}$
- Sei $(\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_i)$ die Liste der s–Intervalle des Algorithmus
- $(\Theta'_1, \Theta'_2, \ldots, \Theta'_j)$ seien die zum Plan $\mathcal{A}'$ gehörenden Intervalle, erweitert auf zusammenhängende Intervalle!
- Θ_i bildet auf Θ_{i+1}, Θ'_i auf Θ'_{i+1} ab
- Das s-Image von Θ_{i+1} ist kleiner als Θ_i, s-Image von Θ'_{i+1} ist kleiner als Θ'_i
- Folge der Θ_i, Θ'_i wird sukzessive größer, bis T
- Aufgrund des Algorithmus gilt $|\Theta_1| \geq |\Theta'_1|$

Theorem 4.5! Kleinster (ii)!

- Ann.: Es ex. solcher Plan $\mathcal{A}'$ mit weniger Schritten als $\mathcal{A}$
- Sei $(\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_i)$ die Liste der s–Intervalle des Algorithmus
- $(\Theta'_1, \Theta'_2, \ldots, \Theta'_j)$ seien die zum Plan $\mathcal{A}'$ gehörenden Intervalle, erweitert auf zusammenhängende Intervalle!
- Θ_i bildet auf Θ_{i+1}, Θ'_i auf Θ'_{i+1} ab
- Das s-Image von Θ_{i+1} ist kleiner als Θ_i, s-Image von Θ'_{i+1} ist kleiner als Θ'_i
- Folge der Θ_i, Θ'_i wird sukzessive größer, bis T
- Aufgrund des Algorithmus gilt $|\Theta_1| \geq |\Theta'_1|$
- Da $\mathcal{A}'$ nach j Schritten terminiert, $\mathcal{A}$ jedoch nicht, muss $|\Theta_j| < |\Theta'_j|$ gelten

- Es existiert ein k mit $|\Theta_k| \geq |\Theta'_k|$ und $|\Theta_{k+1}| < |\Theta'_{k+1}|$

- Es existiert ein k mit $|\Theta_k| \geq |\Theta'_k|$ und $|\Theta_{k+1}| < |\Theta'_{k+1}|$
- $|s(\Theta'_{k+1})| < |\Theta'_k| \leq |\Theta_k|$

- Es existiert ein k mit $|\Theta_k| \geq |\Theta'_k|$ und $|\Theta_{k+1}| < |\Theta'_{k+1}|$
- $|s(\Theta'_{k+1})| < |\Theta'_k| \leq |\Theta_k|$
- Widerspruch: Algorithmus hätte das größere Intervall Θ'_{k+1} gewählt

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!
- Technik: Funktion $s : S^1 \to S^1$ auf X-Achse erweitern

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!
- Technik: Funktion $s : S^1 \to S^1$ auf X-Achse erweitern
- Aussage:

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!
- Technik: Funktion $s : S^1 \to S^1$ auf X-Achse erweitern
- Aussage: Wir finden stets eine Sequenz von s-Intervallen $(\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_i)$, so dass das s-Image von Θ_{i+1} kleiner ist als Θ_i

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!
- Technik: Funktion $s : S^1 \to S^1$ auf X-Achse erweitern
- Aussage: Wir finden stets eine Sequenz von s-Intervallen $(\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_i)$, so dass das s-Image von Θ_{i+1} kleiner ist als Θ_i
- Bis wir bei Periode T landen

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!
- Technik: Funktion $s : S^1 \to S^1$ auf X-Achse erweitern
- Aussage: Wir finden stets eine Sequenz von s-Intervallen $(\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_i)$, so dass das s-Image von Θ_{i+1} kleiner ist als Θ_i
- Bis wir bei Periode T landen
- Für jedes s-Intervall ex. größeres s-Intervall mit der Eigenschaft, bis zur Periode

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!
- Technik: Funktion $s : S^1 \to S^1$ auf X-Achse erweitern
- Aussage: Wir finden stets eine Sequenz von s-Intervallen $(\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_i)$, so dass das s-Image von Θ_{i+1} kleiner ist als Θ_i
- Bis wir bei Periode T landen
- Für jedes s-Intervall ex. größeres s-Intervall mit der Eigenschaft, bis zur Periode
- h Größe des bisherigen s-Intervals,

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!
- Technik: Funktion $s : S^1 \to S^1$ auf X-Achse erweitern
- Aussage: Wir finden stets eine Sequenz von s-Intervallen $(\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_i)$, so dass das s-Image von Θ_{i+1} kleiner ist als Θ_i
- Bis wir bei Periode T landen
- Für jedes s-Intervall ex. größeres s-Intervall mit der Eigenschaft, bis zur Periode
- h Größe des bisherigen s-Intervals, $h = T$ fertig!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!
- Technik: Funktion $s : S^1 \to S^1$ auf X-Achse erweitern
- Aussage: Wir finden stets eine Sequenz von s-Intervallen $(\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_i)$, so dass das s-Image von Θ_{i+1} kleiner ist als Θ_i
- Bis wir bei Periode T landen
- Für jedes s-Intervall ex. größeres s-Intervall mit der Eigenschaft, bis zur Periode
- h Größe des bisherigen s-Intervals, $h = T$ fertig!
- Bedeutet: $\forall \theta \;\; s(\theta + h) = s(\theta) + h$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s-Intervalls,

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s-Intervalls, $h < T$!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s-Intervalls, $h < T$!
- $\forall\theta \;\; s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s-Intervalls, $h < T$!
- $\forall\theta \;\; s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!
- Ann: $\exists\theta : \;\; s(\theta + h) - s(\theta) < h$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s-Intervalls, $h < T$!
- $\forall \theta \;\; s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!
- Ann: $\exists \theta : \;\; s(\theta + h) - s(\theta) < h$
- $\Theta_j = [\theta_j, \theta_j + h)$ bisheriges s-Interval

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s-Intervalls, $h < T$!
- $\forall\theta \;\; s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!
- Ann: $\exists\theta : \;\; s(\theta + h) - s(\theta) < h$
- $\Theta_j = [\theta_j, \theta_j + h)$ bisheriges s-Interval
- Betrachte $\Theta = [\theta, \theta + h]$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s-Intervalls, $h < T$!
- $\forall \theta \;\; s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!
- Ann: $\exists \theta : \;\; s(\theta + h) - s(\theta) < h$
- $\Theta_j = [\theta_j, \theta_j + h)$ bisheriges s-Interval
- Betrachte $\Theta = [\theta, \theta + h]$
- s-Image:

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s-Intervalls, $h < T$!
- $\forall \theta \;\; s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!
- Ann: $\exists \theta : \;\; s(\theta + h) - s(\theta) < h$
- $\Theta_j = [\theta_j, \theta_j + h)$ bisheriges s-Interval
- Betrachte $\Theta = [\theta, \theta + h]$
- s-Image: $|s(\Theta)| < h = |\Theta_j|$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s-Intervalls, $h < T$!
- $\forall\theta \;\; s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!
- Ann: $\exists\theta : \;\; s(\theta + h) - s(\theta) < h$
- $\Theta_j = [\theta_j, \theta_j + h)$ bisheriges s-Interval
- Betrachte $\Theta = [\theta, \theta + h]$
- s-Image: $|s(\Theta)| < h = |\Theta_j|$
- Intervall Θ nach rechts/links erweitern, geht immer!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s-Intervalls, $h < T$!
- $\forall\theta \;\; s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!
- Ann: $\exists\theta : \;\; s(\theta + h) - s(\theta) < h$
- $\Theta_j = [\theta_j, \theta_j + h)$ bisheriges s-Interval
- Betrachte $\Theta = [\theta, \theta + h]$
- s-Image: $|s(\Theta)| < h = |\Theta_j|$
- Intervall Θ nach rechts/links erweitern, geht immer!
- Bis zur nächsten Unstetigkeitsstelle!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s-Intervalls, $h < T$!
- $\forall\theta \;\; s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!
- Ann: $\exists\theta : \;\; s(\theta + h) - s(\theta) < h$
- $\Theta_j = [\theta_j, \theta_j + h)$ bisheriges s-Interval
- Betrachte $\Theta = [\theta, \theta + h]$
- s-Image: $|s(\Theta)| < h = |\Theta_j|$
- Intervall Θ nach rechts/links erweitern, geht immer!
- Bis zur nächsten Unstetigkeitsstelle!
- Nächstes Intervall gefunden! Größer!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

(i) Entweder ein größeres s–Intervall, dessen s–Image kleiner ist: falls $\exists \theta : s(\theta + h) - s(\theta) < h$,

(ii) oder h ist die Periode der Greiffunktion: $\forall \theta : s(\theta + h) = s(\theta) + h$.

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

(i) Entweder ein größeres s–Intervall, dessen s–Image kleiner ist: falls $\exists\theta : s(\theta + h) - s(\theta) < h$,

(ii) oder h ist die Periode der Greiffunktion: $\forall\theta : s(\theta + h) = s(\theta) + h$.

Ausschließen: $\forall\theta : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

(i) Entweder ein größeres s–Intervall, dessen s–Image kleiner ist: falls $\exists\theta : s(\theta + h) - s(\theta) < h$,

(ii) oder h ist die Periode der Greiffunktion: $\forall\theta : s(\theta + h) = s(\theta) + h$.

Ausschließen: $\forall\theta : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

$\theta \in [0, T)$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Ausschließen: $\forall\theta \in [0, T) : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Ausschließen: $\forall \theta \in [0, T) : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

$$\int_0^T s(\theta + h) - s(\theta) - h \, d\theta$$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Ausschließen: $\forall \theta \in [0, T) : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

$$\int_0^T s(\theta + h) - s(\theta) - h \, d\theta \;=\; \int_h^{T+h} s(\theta)\, d\theta - \int_0^T s(\theta)\, d\theta - hT$$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Ausschließen: $\forall \theta \in [0, T) : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

$$\begin{aligned}
\int_0^T s(\theta + h) - s(\theta) - h \, d\theta &= \int_h^{T+h} s(\theta) \, d\theta - \int_0^T s(\theta) \, d\theta - hT \\
&= -\int_0^h s(\theta) \, d\theta + \int_T^{T+h} s(\theta) \, d\theta - hT
\end{aligned}$$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Ausschließen: $\forall \theta \in [0, T) : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

$$\begin{aligned}
\int_0^T s(\theta + h) - s(\theta) - h \, d\theta &= \int_h^{T+h} s(\theta) \, d\theta - \int_0^T s(\theta) \, d\theta - hT \\
&= -\int_0^h s(\theta) \, d\theta + \int_T^{T+h} s(\theta) \, d\theta - hT \\
&= -\int_0^h s(\theta) \, d\theta + \int_0^h s(\theta) + T \, d\theta - hT
\end{aligned}$$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Ausschließen: $\forall \theta \in [0, T) : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

$$\begin{aligned}
\int_0^T s(\theta + h) - s(\theta) - h \, d\theta &= \int_h^{T+h} s(\theta) \, d\theta - \int_0^T s(\theta) \, d\theta - hT \\
&= -\int_0^h s(\theta) \, d\theta + \int_T^{T+h} s(\theta) \, d\theta - hT \\
&= -\int_0^h s(\theta) \, d\theta + \int_0^h s(\theta) + T \, d\theta - hT \\
&= -\int_0^h s(\theta) \, d\theta + \int_0^h s(\theta) \, d\theta + hT - hT
\end{aligned}$$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Ausschließen: $\forall \theta \in [0, T) : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

$$\begin{aligned}
\int_0^T s(\theta + h) - s(\theta) - h \, d\theta &= \int_h^{T+h} s(\theta)\, d\theta - \int_0^T s(\theta)\, d\theta - hT \\
&= -\int_0^h s(\theta)\, d\theta + \int_T^{T+h} s(\theta)\, d\theta - hT \\
&= -\int_0^h s(\theta)\, d\theta + \int_0^h s(\theta) + T \, d\theta - hT \\
&= -\int_0^h s(\theta)\, d\theta + \int_0^h s(\theta)\, d\theta + hT - hT \\
&= 0
\end{aligned}$$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Ausschließen: $\forall \theta \in [0, T) : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

$$\begin{aligned}
\int_0^T s(\theta + h) - s(\theta) - h \, d\theta &= \int_h^{T+h} s(\theta)\, d\theta - \int_0^T s(\theta)\, d\theta - hT \\
&= -\int_0^h s(\theta)\, d\theta + \int_T^{T+h} s(\theta)\, d\theta - hT \\
&= -\int_0^h s(\theta)\, d\theta + \int_0^h s(\theta) + T\, d\theta - hT \\
&= -\int_0^h s(\theta)\, d\theta + \int_0^h s(\theta)\, d\theta + hT - hT \\
&= 0 \text{ Nur positiv geht nicht!}
\end{aligned}$$

Theorem 4.5! Laufzeit $O(n^2 \log n)$!!

Theorem 4.5! Laufzeit $O(n^2 \log n)$!!

- Diameter Fkt., Greif. Fkt. $O(n)$

Theorem 4.5! Laufzeit $O(n^2 \log n)$!!

- Diameter Fkt., Greif. Fkt. $O(n)$
- n Intervalle mit Stetigkeit: $O(n)$

Theorem 4.5! Laufzeit $O(n^2 \log n)$!!

- Diameter Fkt., Greif. Fkt. $O(n)$
- n Intervalle mit Stetigkeit: $O(n)$
- $O(n^2)$ viele s-Intervalle X, sortieren nach $|s(X)|$

Theorem 4.5! Laufzeit $O(n^2 \log n)$!!

- Diameter Fkt., Greif. Fkt. $O(n)$
- n Intervalle mit Stetigkeit: $O(n)$
- $O(n^2)$ viele s-Intervalle X, sortieren nach $|s(X)|$
- In While Schleife verwenden

Theorem 4.5! Laufzeit $O(n^2 \log n)$!!

- Diameter Fkt., Greif. Fkt. $O(n)$
- n Intervalle mit Stetigkeit: $O(n)$
- $O(n^2)$ viele s-Intervalle X, sortieren nach $|s(X)|$
- In While Schleife verwenden
- Plan in $O(i)$, $i \in O(n^2)$

Theorem 4.5! Laufzeit $O(n^2 \log n)$!!

- Diameter Fkt., Greif. Fkt. $O(n)$
- n Intervalle mit Stetigkeit: $O(n)$
- $O(n^2)$ viele s-Intervalle X, sortieren nach $|s(X)|$
- In While Schleife verwenden
- Plan in $O(i)$, $i \in O(n^2)$
- Dominiert durch $O(n^2 \log n)$

Theorem 4.5! Laufzeit $O(n^2 \log n)$!!

- Diameter Fkt., Greif. Fkt. $O(n)$
- n Intervalle mit Stetigkeit: $O(n)$
- $O(n^2)$ viele s-Intervalle X, sortieren nach $|s(X)|$
- In While Schleife verwenden
- Plan in $O(i)$, $i \in O(n^2)$
- Dominiert durch $O(n^2 \log n)$
- Länge des Plans in $O(n^2)$